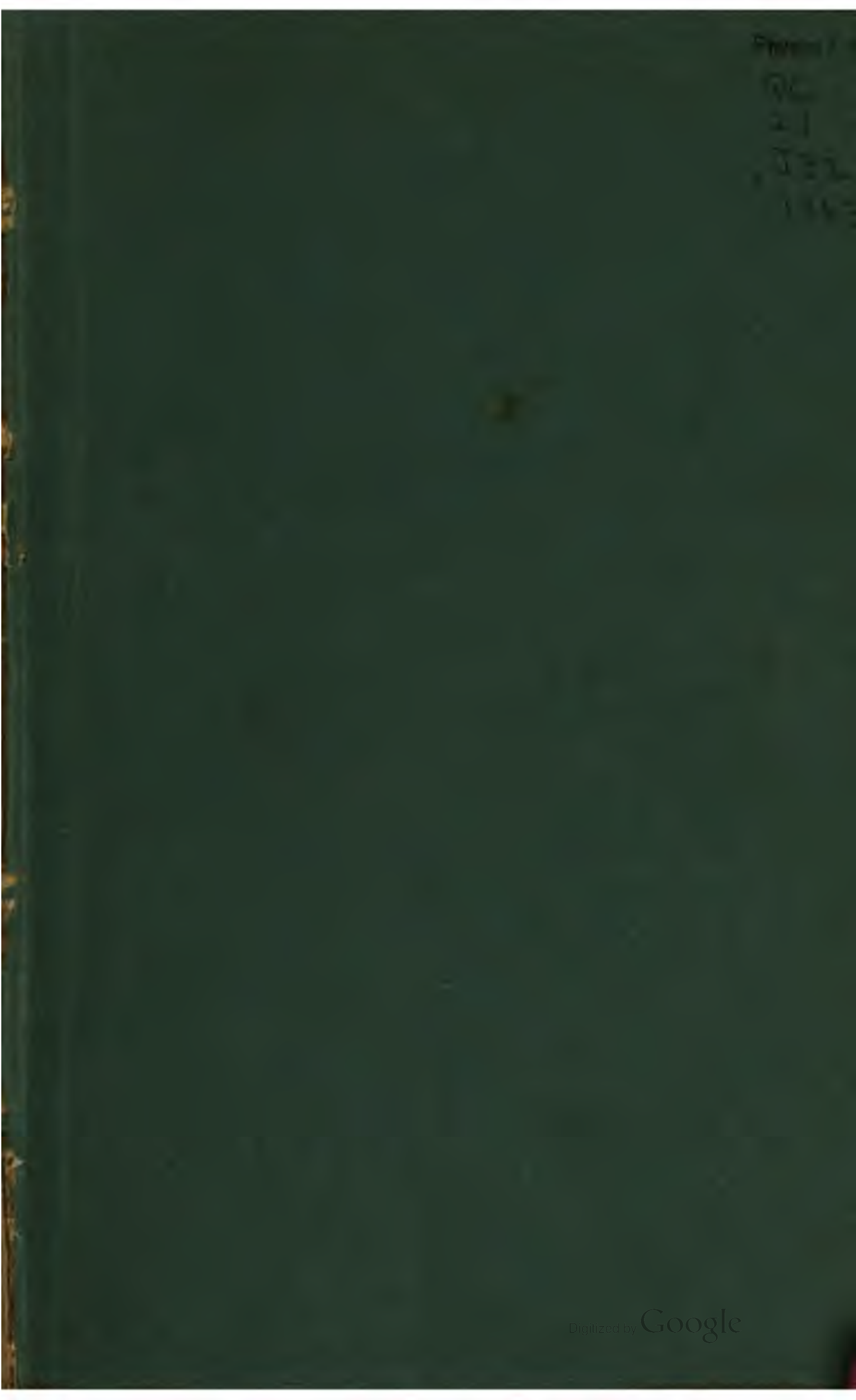
Charles A. Stokes.

Clare College.



[illegible]

— 1870

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS,
Rue de Seine-Saint-Germain, 10, près l'Institut

COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. J. JAMIN,

MEMBRE DE L'INSTITUT,

Ancien Élève de l'École Normale, Professeur de Physique à l'École Polytechnique.

DEUXIÈME ÉDITION.

TOME TROISIÈME,

ILLUSTRÉ DE 482 FIGURES DANS LE TEXTE

ET DE CINQ PLANCHES SUR ACIER

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1869

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME TROISIÈME.

Pages.

SOIXANTE ET UNIÈME LEÇON. — Des courants électriques et des moyens de les mesurer 1

Expérience d'Œrsted 4
Galvanomètre 5
Intensité des courants 8
Boussoles des sinus et des tangentes 9
Quantité d'électricité 14
Interrupteurs et commutateurs 15
Régulateur d'intensité 17

SOIXANTE-DEUXIÈME LEÇON. — De la force électromotrice et des piles voltaïques 20

Force électromotrice au contact des corps hétérogènes 20
Expériences de Volta 20
Siége de la force électromotrice 23
Couples et piles voltaïques 27
Pile à colonne 30
Pile à tasses 32
Piles de Cruikshanks et de Wollaston 33
Pile de Munch 35
Pile à hélice 37
Piles sèches 38
Force électromotrice produite par la chaleur 40

SOIXANTE-TROISIÈME LEÇON. — Du travail électrochimique extérieur 46

Travail électrochimique extérieur 46
Composés binaires 47
Sels 48
Actions secondaires 49
Cas des mélanges 51
Composés des métalloïdes 52
Courants fournis par les machines électriques 53
Machine de Holtz 55
Voltamètre 56
Loi de Faraday 61

Pages.

SOIXANTE-QUATRIÈME LEÇON. — Du travail électrochimique intérieur 66

Concomitance de l'action chimique et de la force électromotrice. 66
I. Cas des liquides et des métaux 67
II. Cas des corps simples 68
III. Cas des acides et des oxydes 68
Zinc amalgamé 70
Distinction entre deux actions chimiques dans les couples 73
Loi du travail chimique intérieur 75

SOIXANTE-CINQUIÈME LEÇON. — Théorie chimique des piles. — Piles à courant constant 79

Mode d'action dans l'électrolysation 79
Phénomènes de transport 81
Hypothèse électrochimique 82
Oxygène ozoné 86
Causes d'affaiblissement des piles 87
Polarisation des électrodes 87
Pile à gaz 93
Résistance au passage 94
Piles à courant constant 96

SOIXANTE-SIXIÈME LEÇON. — Théorie physique des piles ... 100

Piles thermo-électriques 102
Conducteurs équivalents. — Longueur réduite. — Résistance 104
Circuits complexes 105
Circuits dérivés 106
Couple hydro-électrique 107
Piles hydro-électriques 109
Discussion de la formule 111
Divers modes d'association des couples 112
Sensibilité des galvanomètres 113
Théorie de Ohm 114
Tensions dans un circuit 116
État variable des tensions 117

SOIXANTE-SEPTIÈME LEÇON. — De la mesure des conductibilités 122

Procédé de Pouillet 123
Rhéostat 124
Procédé de M. Becquerel 127
Cas des liquides 128
Influence de la température 131
Influence du dissolvant 134

Pages.

SOIXANTE-HUITIÈME LEÇON. — De la mesure des forces électromotrices 136

Unité des forces électromotrices 136
Méthode de Fechner 137
Méthode de Wheatstone 139
Méthode de compensation 141
Méthode d'opposition 142
Force électromotrice relative des couples usuels 144
Forces électromotrices vraies 145
Force résultante 146
Force électromotrice de polarisation 151
Variation de la force de polarisation 154
Force électromotrice des piles à gaz 155
Force électromotrice au contact des liquides 157
Force électromotrice au contact des liquides et des métaux 158
Lois des forces électromotrices 160

SOIXANTE-NEUVIÈME LEÇON. — De la chaleur et de la lumière produites par la propagation de l'électricité 165

I. Cas des batteries électriques 165
Lois des températures 169
Loi des quantités de chaleur 170
II. Cas des piles 171
Lois de Joule 171
Conséquences 174
Expériences de M. Favre 175
Relation entre les chaleurs dégagées et les forces électromotrices. 177
Travail produit par les courants 178
Température du circuit 179
Températures aux soudures d'un circuit 182
Lumière électrique 186
Arc voltaïque 186
Longueur de l'arc 186
Phénomènes calorifiques 187
Phénomènes de transport 188
Constitution de l'arc 189
Éclat de l'arc 190
Intensité lumineuse de l'étincelle électrique 191

SOIXANTE-DIXIÈME LEÇON. — Actions mécaniques réciproques des courants 193

I. Courants parallèles 196
II. Courants angulaires 196
III. Courants quelconques 197

Pages.
IV. Portion d'un même courant rectiligne.................... 197
V. Courants sinueux.................... 198
VI. Effet d'un changement de sens.................... 199
Loi élémentaire.................... 199
Détermination des constantes.................... 203
Propriétés d'un courant indéfini.................... 207
Action sur un courant fini.................... 207
Composante parallèle.................... 208
Composante perpendiculaire.................... 210
Résultante.................... 211
1° Courants croisés.................... 213
2° Courants perpendiculaires.................... 213
3° Courants parallèles.................... 214
4° Rotation d'un courant horizontal.................... 214
5° Courant fermé, mobile autour d'un axe vertical.................... 216
6° Conducteurs astatiques.................... 217
7° Courant fermé, mobile autour d'un axe horizontal.................... 218
Action de la terre sur les courants.................... 218

SOIXANTE ET ONZIÈME LEÇON. — Des actions mécaniques réciproques entre les courants et les aimants.................... 220
Solénoïdes.................... 220
Action d'un solénoïde sur un élément de courant.................... 225
Action d'un solénoïde sur un courant angulaire indéfini.................... 228
1° Cas de l'expérience d'Œrsted.................... 231
2° Cas où l'aiguille est suspendue sur un liquide.................... 231
3° Cas d'un courant vertical et d'une aiguille horizontale.................... 232
4° Cas d'un courant horizontal et d'une aiguille verticale.................... 233
Rotation des courants par l'action des solénoïdes ou des aimants. 235
Rotation des aimants par les courants.................... 240
Rotation d'un aimant parallèlement à son axe.................... 241

SOIXANTE-DOUZIÈME LEÇON. — Magnétisme et diamagnétisme. 245
Théorie du magnétisme.................... 245
Constitution des aimants.................... 245
Aimantation.................... 247
Aimantation par les courants.................... 248
Magnétisme terrestre.................... 252
Diamagnétisme.................... 254
Expériences générales.................... 254
Polarité diamagnétique.................... 257
Influence du milieu ambiant.................... 260
Influence de la structure.................... 262
Mesure des forces magnétiques.................... 263

Pages.

SOIXANTE-TREIZIÈME LEÇON. — De l'induction............ 269

I. Induction par les courants parallèles........................ 269
II. Induction par les bobines et les aimants.................. 271
Loi de Lenz.. 273
III. Induction par l'action de la terre........................ 276
IV. Induction d'un courant sur lui-même......................... 278
Quantités et tensions de l'électricité dans les courants induits... 280
V. Courants induits de divers ordres........................... 286
VI. Induction par l'électricité statique........................ 290
Influence des diaphragmes................................... 292

SOIXANTE-QUATORZIÈME LEÇON. — De l'induction (Suite).. 296

Induction dans les masses métalliques en mouvement........... 296
Magnétisme de rotation... 296
Explication.. 299
Analyse des courants dans un disque en mouvement............ 301
Retard des courants induits.................................. 303
Électomoteurs fondés sur l'induction........................ 305
Machine de Clarke.. 306
Machine de Nollet.. 309
Bobine de Siemens. — Machine de Wilde..................... 312
Machine de Ruhmkorff... 315
Condensateur... 318
Machines cloisonnées... 319
Interrupteur de M. Foucault.................................. 320
Stratifications.. 322
Composition de l'étincelle d'induction....................... 323
Actions magnétiques.. 324

SOIXANTE-QUINZIÈME LEÇON. — Moteurs et télégraphes électriques.. 326

Moteurs électriques.. 326
Télégraphie électrique....................................... 330
Ligne.. 331
Manipulateur... 332
Récepteur.. 333
Disposition d'un poste....................................... 334
Télégraphe de Morse.. 335

SOIXANTE-SEIZIÈME LEÇON. — Des instruments généraux de l'optique.. 337

Porte-lumière.. 338
Héliostat... 340

Pages.

Conditions théoriques 340
Héliostat de M. Foucault 342
Héliostat de Silberman 343
Régulateurs électriques 345
Lumière Drummond 347
Banc d'optique 348
Cercles divisés 349

SOIXANTE-DIX-SEPTIÈME LEÇON. — Sur la propagation de la lumière dans les milieux homogènes 352

Ondes 353
Rayons 353
Ombres 355
Chambre obscure 356
Intensités 358
Cas d'un point lumineux. — Loi des distances 358
Loi du cosinus 358
Cas d'une surface éclairante 359
Photomètres 360
Vitesse de la lumière. — Rœmer 364
Bradley 365
M. Fizeau 367
M. Foucault 369

SOIXANTE-DIX-HUITIÈME LEÇON. — Réflexion et réfraction. 374

Réflexion 374
Loi de la réflexion 374
Image d'un objet 377
Lois géométriques 380
Substances diverses 383
Indices de retour et relatif 385
Discussion 386
Réflexion totale 387
Explications théoriques 389
D'après la théorie de l'émission 389
D'après les ondulations 390
Construction générale des ondes réfléchies et réfractées 393
Réflexion sur une sphère 394
Réfraction par les surfaces planes 397
Lame à faces parallèles 401

SOIXANTE-DIX-NEUVIÈME LEÇON. — Analyse des radiations solaires 403

Formules du prisme 403

Pages.
Discussion.. 404
Vérification.. 406
Foyer du prisme.. 408
Conséquences.. 410
Spectre solaire.. 411
Raies du spectre.. 412
Loi de réfraction de chaque raie.. 414
Simplicité des teintes.. 415
Composition de la lumière blanche.. 417
Lois du mélange des couleurs.. 419
M. Helmholtz.. 420
Cercle chromatique de Newton.. 421
Spectre calorifique.. 424
Spectre chimique, raies.. 426
Extension de la loi de Descartes.. 427
Courbe des intensités.. 427
Actinomètre.. 429
Mesure des indices de réfraction.. 430
Solides et liquides.. 430
Cas des radiations chimiques. — M. Mascart.. 431
Cas des gaz.. 433
Expériences de Biot et Arago.. 434
Expériences de Dulong.. 437
Résultats.. 439
Expériences de M. Leroux.. 439

QUATRE-VINGTIÈME LEÇON. — De l'absorption et de l'émission.. 442

De l'absorption.. 442
Cas des gaz.. 450
Diffusion.. 452
De l'émission.. 454
Solides et liquides.. 454
Cas des gaz.. 454
Spectre électrique.. 455
Tubes de Geissler.. 456
Spectre de l'arc.. 457
Analyse spectrale.. 457
Rubidium.. 459
Cœsium.. 460
Thallium.. 460
Les autres métaux.. 460
Des pouvoirs émissifs et absorbants.. 461

Pages.

QUATRE-VINGT-UNIÈME LEÇON. — De la transformation des radiations.......... 468

Phosphorescence.......... 469
Premier mode d'observation.......... 470
Cas des sulfures alcalino-terreux.......... 471
Action de la chaleur.......... 472
Changement de teinte par la chaleur.......... 473
Action des divers rayons simples.......... 473
Rayons très-réfrangibles.......... 474
Action des rayons peu réfrangibles.......... 475
Action de la lumière blanche.......... 476
Durée de la phosphorescence.......... 476
Deuxième méthode d'observation.......... 477
Fluorescence.......... 480
Diffusion épipolique.......... 480
Expériences de M. Stokes.......... 482
Troisième mode d'observation.......... 484
Loi de la déperdition de la lumière.......... 488
Composition des rayons émis.......... 490

QUATRE-VINGT-DEUXIÈME LEÇON. — De la photochimie.......... 494

Actions réductrices.......... 494
Actions oxydantes.......... 495
Effets superposés.......... 496
Actions révélatrices.......... 498
Comment agit la lumière.......... 500
Action sur les vapeurs.......... 502
Action des rayons simples.......... 503
Héliochromie.......... 507
Expériences de Bunsen et Roscoe.......... 508
Photographie.......... 511
Action de la lumière sur les feuilles.......... 512

QUATRE-VINGT-TROISIÈME LEÇON. — Des interférences et de la diffraction.......... 517

Interférences.......... 517
Expérience des deux miroirs.......... 517
Manières d'observer les franges.......... 520
Lois du phénomène.......... 521
Biprisme.......... 523
Théorie des ondulations.......... 524
Réseaux.......... 530
Mesure des longueurs d'onde.......... 534



Pages.

QUATRE-VINGT-QUATRIÈME LEÇON. — Des interférences et de la diffraction. (Suite.) 535

Interférences dans la lumière non limitée 535
Interférences par les lames minces 536
Interférences des plaques épaisses 537
Interférences avec de grandes différences de marche 540
Première méthode. MM. Fizeau et Foucault 540
Deuxième méthode 541
Réfractomètres interférentiels 542
Appareil de M. Jamin 544
Compensateurs 546
Diffraction 550
Quantité de lumière envoyée en un point par une onde sphérique. 550
Écran indéfini 557
Cas d'une étroite ouverture 562
Cas d'un écran linéaire très-étroit 563
Ouverture et écran circulaires 564

QUATRE-VINGT-CINQUIÈME LEÇON. — De la polarisation et de la direction des vibrations 569

Double réfraction 570
Polarisation du rayon ordinaire 573
Polarisatiou du rayon extraordinaire 575
Tourmaline 577
Interférences des rayons polarisés 578
Sens des vibrations dans les rayons polarisés 581
Composition des vibrations rectangulaires 582
Lumière naturelle 584

QUATRE-VINGT-SIXIÈME LEÇON. — Double réfraction 587

Double réfraction uniaxiale 587
Lois de l'élasticité de l'éther 587
Vitesses des rayons réfractés 590
Surface de l'onde 592
Construction d'Huyghens 593
Vérification 595
Cas d'une section principale quelconque 600
Réfraction de la lumière à la sortie d'un cristal 605
Applications 606
Prisme de Rochon 606
Prisme de Wollaston 608
Prisme de Nicol 610
Prisme de Senarmont 612

Pages.

QUATRE-VINGT-SEPTIÈME LEÇON. — Des vibrations elliptiques et des couleurs des lames minces cristallisées...... 614

Vibration elliptique.. 614
Propriétés des rayons polarisés elliptiquement................ 617
Couleurs des lames minces cristallisées...................... 619
Vérification.. 621
Appareil de projection...................................... 624
Cas de la lumière convergente................................ 626
Lame normale à l'axe.. 627
Microscope d'Amici.. 628
Cristaux à deux axes.. 629
Verres trempés, comprimés, chauffés, etc...................... 629
Propriétés des vibrations elliptiques.......................... 629
Résumé.. 636
Étude expérimentale d'un rayon elliptique.................... 637

QUATRE-VINGT-HUITIÈME LEÇON. — Polarisation rotatoire. 642

Lois du phénomène... 643
Lumière blanche... 647
Teinte sensible.. 648
Quartz à deux rotations...................................... 649
Théorie de Fresnel... 650
Pouvoir rotatoire moléculaire................................ 655
Effet de la température...................................... 657
Combinaisons.. 658
Acide tartrique.. 659
Saccharimétrie... 660
Pouvoir rotatoire dans les cristaux........................... 662
Relation entre le pouvoir rotatoire et la forme cristalline........ 662

QUATRE-VINGT-NEUVIÈME LEÇON. — Théorie mécanique de la réflexion et de la réfraction.............................. 667

Lumière polarisée dans le plan d'incidence.................... 670
Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence...... 671
Angle de polarisation.. 672
Lumière polarisée dans un azimut A........................... 672
Rayon réfracté.. 676
Réflexion de la lumière naturelle............................ 677
Réfraction de la lumière naturelle........................... 678
Appareil de Norremberg...................................... 681
Réflexion totale... 682
Vérifications.. 685
Réflexion sur les métaux..................................... 687
Différence de marche.. 689

Pages.
Réflexions multiples.......... 691
Formules de Cauchy.......... 692
Couleur des métaux.......... 693
Polarisation elliptique par les substances transparentes.......... 694
Anneaux colorés.......... 697
Lois expérimentales.......... 697
Théorie.......... 701
Lumière polarisée dans le plan d'incidence.......... 702
Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence.......... 704
Anneaux à centre blanc.......... 705
Théorie complète.......... 706
Discussion.......... 707
Polarisation des anneaux.......... 708
Anneaux transmis.......... 710
Tache centrale.......... 713

QUATRE-VINGT-DIXIÈME LEÇON. — Des miroirs et des lentilles.......... 714

Miroirs courbes.......... 714
Miroir concave.......... 714
Caustique.......... 715
Aberration.......... 717
Foyers et images.......... 719
Discussion.......... 721
Miroir convexe.......... 722
Mesure des rayons des miroirs.......... 725
Miroirs coniques et cylindriques.......... 725
Lentilles.......... 726
Milieu indéfini.......... 726
Concordance des rayons au foyer.......... 728
Lentilles convergentes et divergentes.......... 729
Centre optique.......... 731
Foyers des points placés sur un axe secondaire.......... 732
Image.......... 733
Discussion.......... 733
Lentille concave.......... 735
Mesure des foyers.......... 736

QUATRE-VINGT-ONZIÈME LEÇON. — Des instruments d'optique.......... 738

Instruments simples.......... 738
Chambre obscure.......... 739
Mégascope.......... 740
Méthode générale de projection.......... 740

Pages.
Phares.. 742
Loupe.. 744
Instruments composés.. 746
Diaphragme.. 747
Réticule.. 748
Tirage.. 749
Anneau oculaire.. 749
Grossissement.. 750
Clarté.. 750
Lunette terrestre.. 752
Télescopes.. 753
Microscope.. 756
Conditions physiques.. 756
Conditions mécaniques.. 759
Grossissement.. 761
Microscope binoculaire.. 762
Achromatisme.. 764
Pouvoir dispersif.. 765
Achromatisme des lentilles.. 767
Achromatisme des prismes.. 770
Diasporamètre.. 771
Oculaire d'Huyghens.. 774
Oculaire positif.. 775

QUATRE-VINGT-DOUZIÈME LEÇON. — Des météores lumineux et de la vision.. 777

L'arc-en-ciel.. 777
Marche de la lumière dans une goutte d'eau.. 777
Maximum de déviation.. 778
Rayons efficaces.. 779
Vérifications.. 782
Explication de l'arc.. 782
Halos.. 784
Vision.. 788
Conditions physiques de l'œil.. 788
Conditions physiologiques de l'œil.. 795
Les jugements de l'œil.. 800

PLANCHES I, II, III, IV, V.

COURS
DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

ÉLECTRICITÉ DYNAMIQUE.

SOIXANTE ET UNIÈME LEÇON.

DES COURANTS ÉLECTRIQUES ET DES MOYENS DE LES MESURER.

Définition des courants. — Hypothèses sur la constitution des courants. — Expérience d'Œrsted. — Galvanomètre. — Intensité des courants. — Boussoles des sinus et des tangentes. — Quantité d'électricité. — Interrupteurs et commutateurs. — Régulateur d'intensité.

Quand on charge un condensateur électrique, on accumule sur les deux faces des quantités considérables et sensiblement égales d'électricités contraires, et lorsqu'on réunit les armatures par un arc conducteur, il donne issue aux deux fluides qui le traversent en sens opposé et devient le siége d'un mouvement électrique complexe : ce mouvement est ce que l'on nomme un *courant électrique*.

Pendant sa durée, des phénomènes très-variés se manifes-

tent dans le conducteur : généralement celui-ci s'échauffe; s'il est métallique, il peut se fondre; s'il est combustible, il s'enflamme; s'il contient de l'eau, ou des oxydes, ou des sels, ils sont en partie décomposés, et quand il est formé par un organe animal, il éprouve des commotions violentes.

Dans l'exemple que nous venons de citer, le courant ne dure qu'un instant; mais si une cause convenable pouvait rendre aux armatures, d'une manière continue, les fluides qui s'écoulent par le conducteur, les phénomènes que nous rappelons seraient continus eux-mêmes et dureraient autant de temps que le courant. C'est en effet ce qui arrive, bien qu'avec une moindre énergie, quand on réunit les conducteurs opposés d'une machine d'Armstrong ou de Nairne, ou même quand on fait communiquer une machine ordinaire avec le sol, qui agit comme un corps chargé négativement.

Tout le monde sait plus ou moins vaguement qu'il existe des piles électriques, dont la propriété essentielle est de produire et de renouveler incessamment des quantités notables de fluides contraires à leurs deux extrémités qu'on nomme *pôles*, et par conséquent de donner naissance à des courants continus dans tous les conducteurs que l'on joint à ces pôles. Cette notion vague nous suffit pour le moment et nous autorise, avant d'avoir fait aucune étude des piles, à les employer empiriquement comme des sources électriques propres à engendrer des courants continus que nous étudierons. Nous reconnaîtrons aisément qu'ils offrent pendant toute leur durée les mêmes propriétés que les décharges d'un condensateur, maintiennent les fils conducteurs à une température élevée et constante, déterminent une décomposition persistante des composés qu'ils traversent, et produisent des commotions continues dans les organes animaux.

S'il est aisé de prévoir ainsi, par analogie, les effets généraux des courants, il est plus embarrassant de se faire une idée exacte de la nature du mouvement électrique qui les constitue. La première pensée qui vienne à l'esprit est que les deux fluides se mettent réellement en marche en sens opposé sous la forme de deux courants élémentaires, l'un d'électricité positive allant du pôle positif au pôle négatif, l'autre d'électricité négative s'écoulant dans une direction opposée

A la rigueur, on expliquerait tout aussi bien la recomposition des deux fluides accumulés aux pôles si l'on admettait l'existence d'un seul de ces deux courants élémentaires, et comme on manque de renseignements sur ce point, on peut supposer ou que le fluide positif seul abandonne le pôle positif pour aller neutraliser le fluide contraire du pôle opposé, ou bien que c'est le fluide négatif qui va retrouver le pôle positif à travers le conducteur.

A côté de ces deux hypothèses, il y en a une troisième beaucoup plus ingénieuse qui a été proposée par M. de la Rive. Décomposons le conducteur interpolaire en filets linéaires de molécules A, B, C,... (*fig.* 462), soumises à l'influence électrique des deux pôles + M et — N qu'elles réunissent. Au

Fig. 462.

premier moment, elles se chargent de fluide + aux extrémités qui regardent — N, et d'électricité — à celles qui sont tournées vers + M, de sorte que les parties juxtaposées de deux molécules contiguës prennent des charges contraires. Cette séparation par influence augmente rapidement jusqu'au moment où les fluides opposés ont acquis une tension suffisante pour vaincre la résistance des espaces intermoléculaires; alors ils se recombinent, tout le conducteur est ramené à l'état naturel, une portion constante de fluide — a avancé d'un rang de molécule à molécule vers + M, une quantité égale de fluide + a reculé inversement d'un rang vers — N, les deux pôles sont partiellement déchargés, et aussitôt après la pile agit pour reproduire leur tension primitive. Alors les circonstances étant redevenues les mêmes qu'à l'origine, la même action recommence et se continue tant que dure la communication.

Entre trois hypothèses également possibles, il serait difficile de choisir, si nous ne devions chercher à nous représenter le courant par un mouvement de mécanique moléculaire capable d'expliquer à la fois tous les phénomènes de l'électrodynamique. Or la dernière, qui a déjà l'avantage de dériver par

extension des lois de l'influence électrique, est la seule qui puisse interpréter les actions chimiques et beaucoup d'autres faits qui se présenteront dans la suite : c'est donc celle-là seulement que nous conserverons comme explication au moins provisoire. Mais il est nécessaire de ne point méconnaître son caractère hypothétique et de n'en faire dépendre ni l'étude, ni l'expression des phénomènes.

On convient de dire que le courant *va du pôle positif au pôle négatif*, et l'on figure sa direction par une flèche

+M ... →→ ... — N.

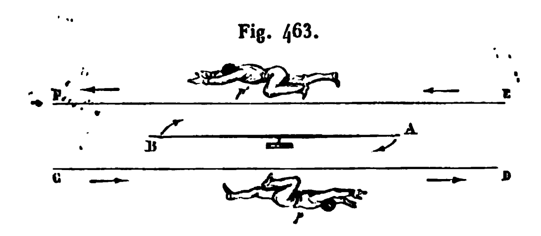
Cela n'implique aucune idée sur la nature du mouvement électrique; c'est une expression et une représentation graphique conventionnelles qui fixent la position des pôles par rapport au conducteur qui les réunit. Dans beaucoup de phénomènes, on est obligé d'avoir recours à une personnification plus précise du courant. On suppose qu'il traverse un observateur en entrant par les pieds et en sortant par la tête, puis, identifiant ce courant avec cet observateur, on dit qu'il a une face, un dos, une droite et une gauche; c'est la face, le dos, la droite ou la gauche de l'observateur. Cela admis, nous allons chercher par quelles méthodes expérimentales nous pourrons reconnaître l'existence des courants et mesurer leurs intensités.

EXPÉRIENCE D'ŒRSTED. — OErsted découvrit en 1819 une des plus fécondes propriétés des courants : il reconnut que toute aiguille aimantée placée dans leur voisinage prend une nouvelle position d'équilibre et se dévie d'un angle δ. On peut faire l'expérience en plaçant le courant en EF, dans le méridien magnétique, au-dessus d'une aiguille AB mobile sur un pivot (*fig.* 463). Si ce courant est intense et très-près de l'aiguille, δ est égal à 90 degrés; s'il décroît ou s'éloigne progressivement, la déviation diminue. Il en serait de même si le conducteur était au-dessous de l'aiguille en CD ou s'il occupait une position quelconque dans le plan CDEF.

L'aiguille étant fixée sur un pivot, il est évident que l'action se réduit à un couple. Pour trouver la direction de ce couple,

commençons par placer dans le voisinage un barreau fixe dans une situation telle, qu'il rende les oscillations de l'aiguille

Fig. 463.



extrêmement lentes et détruise sensiblement l'effet que la terre exerce sur elle; alors elle n'est plus soumise qu'à l'action du courant, et l'on reconnaît qu'elle se dévie toujours de 90 degrés, quelles que soient l'intensité de ce courant et sa direction dans le plan CDEF; donc le couple est perpendiculaire au plan passant par le courant et par le pivot de l'aiguille.

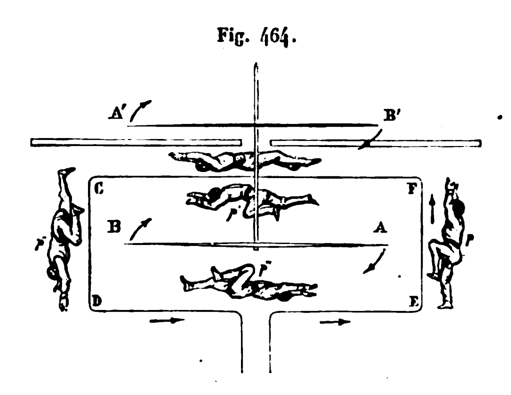
Si l'on veut maintenant fixer le sens de la déviation, qui est celui du couple, il suffit de se figurer l'observateur p' qui personnifie le courant et de le tourner de manière qu'il regarde l'aiguille; c'est vers sa gauche que le pôle austral est toujours déplacé, que le courant soit vertical ou horizontal, au-dessus ou au-dessous de l'aiguille.

On comprend maintenant tout le parti qu'on va pouvoir tirer de cette propriété. On reconnaîtra qu'un courant passe dans un conducteur, s'il dévie une aiguille aimantée voisine; on mesurera son intensité par la grandeur de la déviation, et l'on déterminera sa direction en considérant le sens du déplacement du pôle austral qui se dirigera vers sa gauche; mais, pour opérer avec commodité, on a imaginé un instrument spécial, le galvanomètre.

GALVANOMÈTRE. — On replie le fil conducteur autour de l'aiguille AB sur un cadre DEFC (*fig.* 464). Chacun des côtés du rectangle agit de manière à dévier le pôle austral vers la gauche du courant. Or, que l'on suppose d'abord l'observateur en p sur EF, et qu'on le fasse ensuite glisser sur le fil pour l'amener en p', p'', p''', avec la condition qu'il regarde toujours l'aiguille, sa droite reste dirigée en arrière et sa gauche en avant du ta-

bleau, et, par suite, toutes les parties du rectangle concourent à imprimer à l'aiguille une déviation de même sens, indiquée

Fig. 464.



par les flèches A et B. On ramène ensuite le fil de manière à former un second rectangle superposé au premier, ce qui double l'action, et si l'on fait mille tours égaux, l'effet devient mille fois plus grand : de là le nom de *multiplicateur* que l'on donne à cet instrument, qui permettra de produire une déviation appréciable avec un courant trop faible pour agir directement d'une manière sensible sur une aiguille aimantée.

Cependant cette déviation est toujours restreinte par la force directrice de la terre, qui ramène l'aiguille dans le méridien magnétique; mais on peut encore augmenter la sensibilité de l'appareil en employant un système de deux aiguilles opposées AB, A' B' fixées à une tige verticale qui les rend solidaires. La terre agit inversement sur chacune d'elles et produit sur leur système un couple résultant égal à la différence de ceux qui dirigeaient séparément l'une et l'autre, et qui sera de plus en plus faible quand le magnétisme des deux aiguilles sera de moins en moins différent. D'un autre côté, l'effet total du courant sur le système se composera de celui qui s'exerce sur l'aiguille AB, lequel est, comme précédemment, représenté par les flèches A et B, et aussi de l'action exercée sur A' B', action qu'il faut étudier : or elle se réduira sensiblement à l'effet de la partie FC qui est prédominante, parce qu'elle est la plus rapprochée. Si donc on retourne l'observateur *p'* pour qu'il regarde A' B', il aura sa gauche derrière le tableau, et il

y chassera le pôle A' dans le même sens que la flèche A. Conséquemment, l'addition d'une seconde aiguille a le double avantage de diminuer autant qu'on le veut le couple terrestre et d'augmenter le couple produit par le courant; et si l'on se rappelle que celui-ci est proportionnel au nombre des tours, on voit que la sensibilité de l'appareil ne sera limitée que par des difficultés de construction.

Les *fig.* 465 et 466 représentent, la première une coupe, la seconde l'aspect général d'un galvanomètre. L'appareil repose

Fig. 465.



Fig. 466.



sur un pied à vis calantes et tourne autour d'un axe vertical F qui permet de l'orienter; une vis de pression E le fixe invariablement quand il est réglé. Le cadre CD est de cuivre, il est percé d'un trou vertical A, destiné à laisser passer la tige qui réunit les deux aiguilles; il est entouré de fils de cuivre recouverts de soie qui en font le tour un nombre plus ou moins considérable de fois et qui aboutissent à des poupées extérieures AA, BB qu'on voit *fig.* 466; enfin il est recouvert d'un cercle horizontal divisé dont la ligne 0-180 est parallèle

aux plans des fils. Les deux aiguilles sont soutenues à une potence par un fil de cocon AB accroché à un bouton A, que l'on peut soulever ou abaisser, suivant que l'on veut les suspendre librement ou les laisser reposer sur le cadre pour arrêter leurs oscillations. L'aiguille supérieure parcourt les divisions du cercle et mesure les déviations. Le tout est recouvert d'une cloche de verre.

Quand on veut expérimenter, on cale l'appareil, c'est-à-dire qu'on règle les vis de manière que les aiguilles oscillent librement, sans frotter sur aucune des parties du cadre ou du trou central B; puis on le fait tourner autour de son axe F, jusqu'à ce que les aiguilles, dirigées alors par la terre seulement, coïncident avec la ligne 0-180 du cercle : on est sûr alors qu'elles sont parallèles aux plans des fils et au couple terrestre. Alors on met l'appareil en communication avec les fils qui conduisent le courant. Pour cela, on les engage dans des trous percés sur les poupées terminales A, B, A_1, B_1, et on les serre par des vis latérales disposées à cet effet.

Souvent on dispose deux fils différents sur le cadre; les extrémités de l'un aboutissant à A, A_1, celles de l'autre à B, B_1. On peut mettre l'un d'eux seulement ou tous les deux à la fois dans le courant, ce qui permet de donner à l'appareil plusieurs degrés de sensibilité.

Si les deux fils AA_1, BB_1 sont égaux en longueur et en section et enroulés ensemble, ils produisent la même déviation quand ils sont séparément traversés par le même courant, et une déviation nulle s'ils sont à la fois parcourus en sens inverse par des courants égaux. Ce *galvanomètre différentiel* permet conséquemment de reconnaître l'égalité de ces deux courants.

INTENSITÉ DES COURANTS. — Il est évident que l'angle de déviation de l'aiguille d'un galvanomètre augmente avec l'intensité d'un courant; mais nous allons voir qu'il ne la mesure pas. L'intensité des courants est une grandeur comme toutes les autres; elle devient double, triple ou quadruple, etc., si l'on fait passer à la fois dans le même conducteur deux, trois, quatre,... courants égaux. En général, deux courants sont dans le rapport de m à n s'ils sont formés par la superposition,

le premier de m, le second de n courants égaux qui leur servent de commune mesure, et en prenant celle-ci pour unité, ils sont exprimés par les nombres m et n.

Cela posé, lorsqu'on fait passer un courant d'intensité i dans un galvanomètre, il dévie l'aiguille d'un angle δ, et quand elle est dans cette position, il agit sur elle par une force F qui fait équilibre à l'action terrestre. Or cette force est perpendiculaire au cadre et proportionnelle : 1° au moment magnétique M de chaque aiguille; 2° à l'intensité du courant, car si l'on superposait deux courants égaux, ce qui ferait un courant double, ils donneraient deux forces égales qui s'ajouteraient; 3° à une fonction complexe de la distance des pôles à tous les éléments du courant, fonction qui dépend de toutes les circonstances de construction de l'instrument, mais qui pour un appareil donné ne varie qu'avec la déviation δ, puisque c'est la seule cause qui fasse changer la position des pôles par rapport au courant. En la représentant par $\frac{1}{2l}f(\delta)$, $2l$ étant la longueur de l'aiguille, on aura

$$2lF = iMf(\delta),$$

et le moment C du couple exercé par le courant sera

$$C = 2lF\cos\delta = iMf(\delta)\cos\delta.$$

Mais si l'on opère dans des conditions telles, que $f(\delta)$ puisse être considérée comme une constante, la force F sera simplement proportionnelle à l'intensité i. Cette condition est réalisée par les appareils suivants que l'on doit à M. Pouillet.

BOUSSOLES DES SINUS ET DES TANGENTES. — La *fig.* 467 représente un galvanomètre modifié. Le cadre GH est un cercle vertical de cuivre sur lequel s'enroulent les fils conducteurs et au centre duquel est une boussole horizontale DIE. Suivant les cas, l'aiguille de cette boussole peut avoir une longueur égale au diamètre du cercle horizontal DE ou elle doit être très-petite NS, et alors elle est prolongée jusqu'aux divisions de DE par une flèche de cuivre LL. Le tout est mobile autour d'un axe vertical au centre d'un cercle azimutal AB qui est fixe, et une alidade C mesure sur ce cercle les déplacements

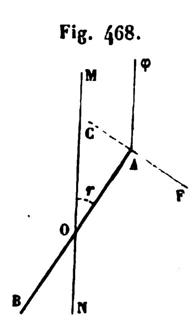
du cadre GH. On peut employer cet appareil de deux manières :

Fig. 467.



I. Plaçons d'abord le cadre dans le méridien magnétique, et figurons par MN (*fig.* 468) le plan du méridien, qui renferme le cadre GH, l'aiguille I et la ligne o-180 du cercle DE, puis notons la position de l'alidade C sur le cercle AB. Au moment où un courant passera dans les fils, l'aiguille se déplacera; alors faisons tourner le cadre dans le sens de la déviation δ jusqu'à ce qu'elle devienne nulle, c'est-à-dire jusqu'au moment où l'aiguille, le cadre et la ligne o-180 se retrouveront confondus dans un autre plan vertical OA, et mesurons le déplacement r de l'alidade, ou l'angle MOA. Nous aurons

Fig. 468.



$$C = i\,M\,f(o).$$

Or comme l'aiguille sera en équilibre entre la force terrestre φ qui agit dans le méridien magnétique et l'action F du courant,

laquelle est perpendiculaire au cadre, il faut que

$$AC = \varphi \sin r = F.$$

En désignant par $2l$ la longueur de l'aiguille, $2l\varphi$ est le moment magnétique de l'aiguille ou M, $2lF$ est le moment C du couple produit par le courant, et l'on a

$$M \sin r = C = iMf(o)$$

et enfin

$$i = \frac{1}{f(o)} \sin r = k \sin r.$$

Ce qui veut dire que l'intensité est proportionnelle : 1° au sinus du déplacement r de l'alidade C, de là le nom de *boussole des sinus* donné à l'instrument; 2° à un facteur k variable d'un appareil à un autre, mais constant pour le même. Il en résulte que certaines boussoles seront plus sensibles que d'autres, mais que toutes donneront le même nombre pour exprimer le rapport des intensités de deux courants.

Il est inutile que le cadre soit grand : plus il sera petit, plus l'appareil aura de sensibilité. On peut donc laisser à cette boussole la forme ordinaire du galvanomètre et se contenter d'ajouter à la base un cercle azimutal et une alidade pour mesurer r.

II. On peut, en second lieu, opérer avec l'appareil de la *fig.* 467 comme avec un galvanomètre ordinaire, c'est-à-dire le placer préalablement dans le méridien magnétique, l'y laisser invariablement fixé, et se contenter de mesurer la déviation δ de l'aiguille; mais alors il est nécessaire que cette aiguille soit très-petite et que le cadre ait au moins 2 décimètres de rayon. Si ces conditions sont remplies, les deux pôles seront toujours sensiblement à la même distance des diverses parties du courant, $f(\delta)$ sera à peu près constant, et $\frac{1}{f(\delta)}$ pourra se remplacer par k. Alors si nous représentons par OM et OA (*fig.* 469) les directions du méridien magnétique et de

Fig. 469.

l'aiguille, par φ et F les forces résultant de la terre et du courant, il faudra, pour qu'elles soient en équilibre, que

$$2l\varphi \sin\delta = 2lF\cos\delta,$$
$$M\sin\delta = iMf(\delta)\cos\delta,$$
$$i = k\,\mathrm{tang}\,\delta.$$

Les intensités seront sensiblement proportionnelles aux tangentes de la déviation de l'aiguille, ce qui a fait donner à cet appareil le nom de *boussole des tangentes*.

Il est clair que tout galvanomètre satisfait aux mêmes conditions que cette boussole, tant que les déviations sont assez petites pour qu'on puisse admettre que les relations de position de l'aiguille et du cadre n'ont pas été altérées d'une manière sensible, et comme dans ce cas $\mathrm{tang}\,\delta$ est proportionnelle à l'arc δ, on peut écrire

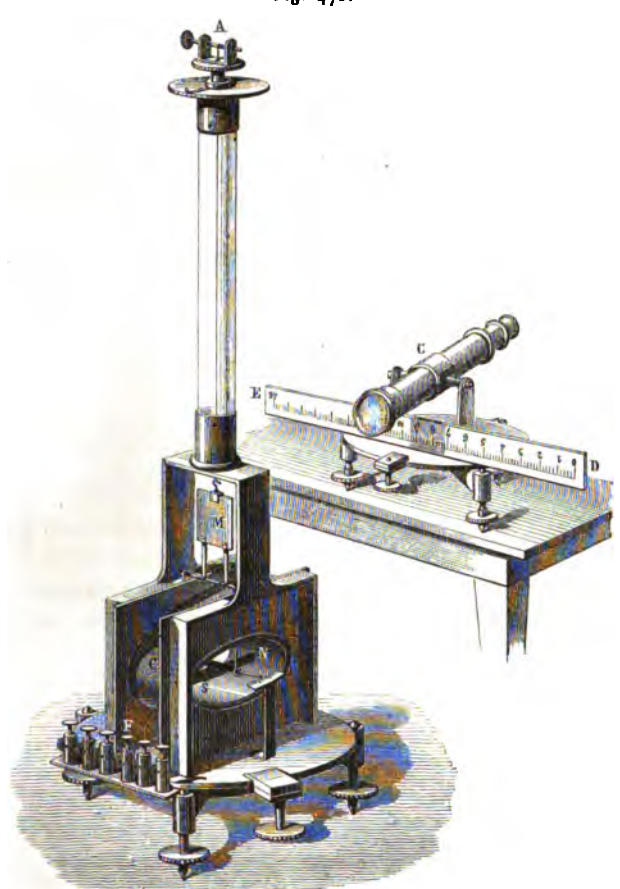
$$i = k\delta.$$

Les intensités peuvent alors se mesurer par les déviations de l'aiguille.

D'après cela, on pourrait laisser aux boussoles des tangentes la forme des galvanomètres ordinaires, ne point augmenter la dimension de leurs cadres, ce qui est gênant, et diminuer leur sensibilité de manière que les déviations restassent très-petites; mais il serait nécessaire alors de mesurer ces déviations avec une plus grande précision : c'est ce qu'on peut faire en employant la méthode imaginée par Gauss, et que nous avons décrite, t. I, p. 502, à propos de la déclinaison. La *fig.* 470 représente la boussole de Weber, qui sert aussi à d'autres usages. L'aiguille est remplacée par un barreau NS situé au centre du cadre; il est fixé solidairement à un miroir vertical M qui partage ses mouvements, et celui-ci est soutenu par un écheveau de soie écrue à un treuil A; les divisions de la règle DE se réfléchissent dans le miroir M, et leur image est observée par une lunette fixe C; le déplacement de cette image permet de conclure, avec une grande exactitude, la déviation du barreau suivant la méthode que nous venons de rappeler. Les fils, fractionnés en trois longueurs, aboutissent aux poupées F et permettent d'opérer avec des sensibilités très-diverses. Enfin le cadre est constitué par une masse con-

sidérable de cuivre qui a la propriété, comme nous le verrons dans la suite, d'arrêter presque instantanément les oscillations du barreau et de le ramener à une immobilité complète.

Fig. 470.



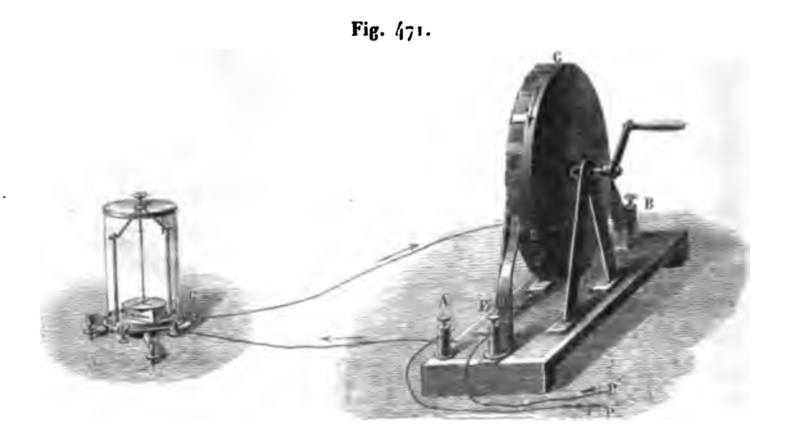
III. Une autre méthode, imaginée par Ohm, consiste à ramener l'aiguille au zéro de la division par une torsion r imprimée au fil de suspension, et qui se mesure par un cercle gradué; on a, dans ce cas,

$$A r = i M f(o), \quad \text{ou bien} \quad i = h r.$$

QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ. — On peut considérer sous un autre point de vue l'intensité des courants : quelle que soit l'idée qu'on se fasse du mouvement électrique qui les constitue, ils se réduisent, comme fait, au transport d'une quantité donnée de fluides contraires qui s'écoulent dans le conducteur en sens opposés. Or cette quantité est proportionnelle au temps et à l'intensité du courant, car elle devient double, triple,..., si l'on superpose deux, trois,... courants égaux. Donc l'intensité déterminée par les boussoles que nous venons de décrire doit mesurer la quantité d'électricité qui s'écoule pendant des temps égaux. C'est ce que Pouillet a vérifié par une fort belle expérience.

Il a fait construire une roue de verre CC (*fig.* 471) qu'on

Fig. 471.



peut faire tourner par une manivelle et qui est enveloppée d'un anneau métallique continu sur le bord CC et denté sur l'autre. Deux languettes élastiques, attachées aux poupées E et B, s'appuient, la première sur les dents, la seconde sur le métal continu. Faisons passer le courant d'une pile de A dans une boussole G, de G en B, et enfin de B en E par l'intermédiaire de la roue; il sera interrompu si la languette E s'appuie sur le verre, il passera si elle presse sur une dent. Quand on fera tourner l'appareil, les communications et les interruptions se succéderont alternativement, et la quantité d'électricité totale qui passe pendant un temps donné étant 1 quand

la communication est continue, se réduira à la moitié, au tiers ou au quart si l'étendue des dents conductrices occupe la moitié, le tiers ou le quart de la circonférence de la roue. Or si la rotation est rapide, la boussole G accuse une déviation constante et montre que l'intensité est précisément diminuée dans le rapport des quantités d'électricité.

Nous possédons maintenant tous les appareils nécessaires pour constater l'existence des courants et mesurer leur intensité; mais, avant d'en faire usage, nous donnerons la description de deux appareils dont l'emploi revient fréquemment dans l'étude de l'électricité.

INTERRUPTEURS ET COMMUTATEURS. — Quand on veut à un moment donné soumettre ou soustraire un circuit conducteur à l'action d'un courant, on emploie l'interrupteur représenté dans les *fig.* 472 et 473.

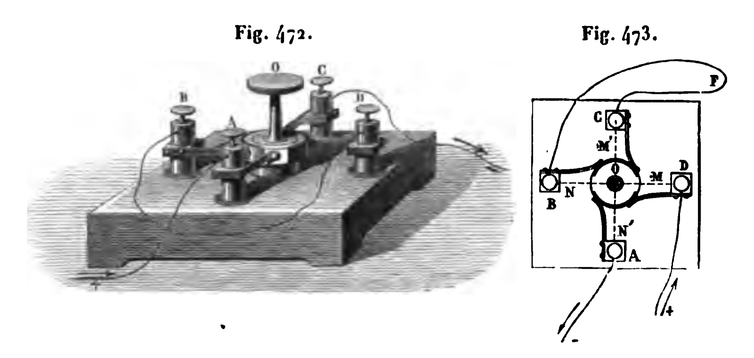


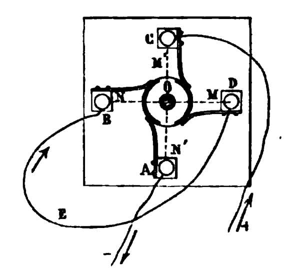
Fig. 472. Fig. 473.

Sur un support de bois, substance peu conductrice, s'élèvent quatre poupées cylindriques de métal A, B, C, D, qui sont percées de trous horizontaux dans lesquels on engage les fils conducteurs que l'on serre au moyen de vis verticales. De chacune de ces poupées part une languette formant ressort qui vient presser un cylindre central surmonté d'un bouton O, et qu'on peut faire tourner autour de son axe vertical. Il est d'ivoire, mais son contour est revêtu de deux lames métalliques opposées dont les milieux sont sur la ligne M′ N′, et qui ne sont séparées l'une de l'autre que par deux arcs d'ivoire situés sur un diamètre MN (*fig.* 473).

Supposons que les poupées D et A soient mises en communication, la première avec le pôle positif, la seconde avec l'extrémité négative d'une pile, et que B et C soient réunies par le conducteur CFB à travers lequel on veut faire passer le courant. Si le diamètre d'interruption est en MN, comme l'indique la figure, le courant passe de la languette fixée en D dans celle qui est portée par A, à travers le contour métallique N' du cylindre central, et il ne circule pas dans le conducteur BFC. Mais si l'on tourne de 90 degrés le bouton O, la ligne d'interruption se place suivant M' N', celle de communication en MN, alors le courant va de D en C, traverse CFB, et revient de B en A au pôle négatif.

Le même appareil sert à un autre usage : il permet de changer le sens du courant dans un conducteur et devient un commutateur. Pour cela, on joint les deux pôles aux deux poupées opposées C et A (*fig.* 474), et le conducteur BED aux deux

Fig. 474.



autres B et D. Si la ligne d'interruption est en M'N', le courant suit le chemin C, $\overrightarrow{\text{DEB}}$, A et marche dans le sens de la flèche EB; mais lorsqu'on mettra la ligne d'interruption en MN, le chemin parcouru sera C, $\overrightarrow{\text{BED}}$, A, dans une direction opposée à la flèche EB.

On a imaginé beaucoup d'autres appareils destinés, comme le précédent, à interrompre le courant ou à changer sa direction à un moment donné; nous décrirons encore le suivant, qui est dû à M. Ruhmkorff et qui se retrouvera dans un grand nombre d'instruments (*fig.* 475 et 476). M est un cylindre

de verre mobile autour d'un axe horizontal métallique DC qui est interrompu en son milieu. La partie C est en communication, d'abord par le support et la poupée A avec le pôle

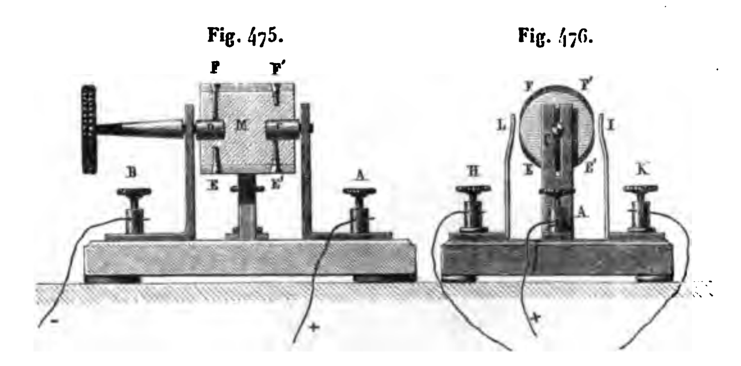


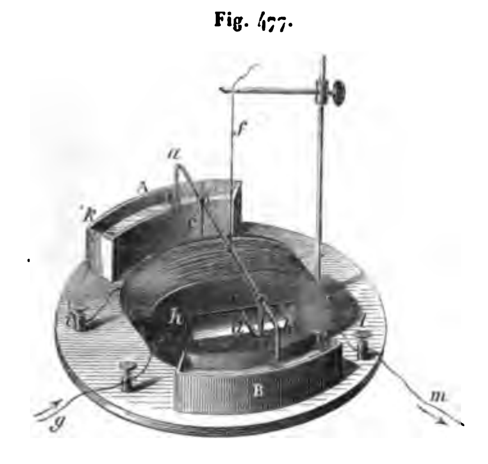
Fig. 475. Fig. 476.

positif, ensuite avec une plaque métallique EE′ appliquée par des vis sur le cylindre de verre. La partie D du même axe est, de la même manière, réunie au pôle négatif par B et à une seconde plaque FF′. De cette façon, on peut dire que EE′ et FF′ sont les pôles positif et négatif de la pile. La *fig.* 476 représente maintenant une élévation perpendiculaire à l'axe; on y voit les deux lames EE′ et FF′ faisant saillie au-dessous et au-dessus du cylindre; H et K sont deux autres poupées qui reçoivent les extrémités du conducteur et d'où partent deux languettes I et L qui se dressent à la hauteur du cylindre de verre et en regard de la partie qui est nue. Dans cette position, le courant est interrompu; mais quand, en tournant l'axe de 90 degrés, on fera communiquer EE′ avec I et FF′ avec L, le courant passera de I en K, circulera de K en H et reviendra de L en FF′. Au contraire, si l'on fait toucher I à FF′ et L à EE′, le courant ira de L en H, puis en K et I, et il aura marché dans le conducteur de H en K. C'est ainsi qu'avec beaucoup de simplicité on a à la fois, sans aucun changement des communications, un interrupteur et un commutateur.

RÉGULATEUR D'INTENSITÉ. — M. Kohlrausch a imaginé un appareil qui fonctionne automatiquement et qui a pour but de maintenir constante l'intensité du courant d'une pile. Il se

compose d'une bobine de fil de cuivre, large et plate, qui est fixée sur un plateau de bois de manière que le plan des fils

Fig. 477.



soit perpendiculaire au méridien. Un étrier *abcd*, suspendu à un fil *f*, porte une aiguille très-courte fixée sur la traverse *cd* de manière qu'elle oscille à peu près au centre de la bobine; la traverse *ab* se termine par deux électrodes ou spatules qui plongent dans deux augets demi-circulaires A, B, remplis d'une solution de sulfate de cuivre. Le courant entre par la pince *g*, pénètre en *h* dans la bobine, sort en *i*, se rend par le fil *ik* dans l'auget A, traverse *ab*, et sort du second auget B par le fil *lm*.

La bobine étant ici perpendiculaire au méridien, la force que le courant exerce sur l'aiguille est parallèle au méridien et à la force terrestre. Dès lors, si l'on fait passer le courant dans le sens voulu pour qu'il chasse le pôle nord de l'aiguille vers le sud, les deux forces sont parallèles et de sens contraires; elles se détruisent, si elles sont égales. Or, on peut toujours affaiblir ou renforcer le couple terrestre par un aimant placé dans le voisinage de l'aiguille, jusqu'à obtenir cette égalité; l'aiguille est alors en équilibre dans la position où elle se trouve, tant que l'intensité du courant reste la même; elle serait encore en équilibre indifférent dans toute autre position, si ses déplacements n'avaient aucune influence sur l'intensité

du courant. Or, il n'en est pas ainsi, et c'est précisément sur cette circonstance que repose l'usage de l'appareil. Tout mouvement de l'aiguille déplace les électrodes dans les augets et produit une variation de l'intensité du courant, qui a pour effet de ramener le système dans sa position d'équilibre. Si, d'un autre côté, l'intensité du courant vient à changer par suite du travail de la pile, l'aiguille prend une nouvelle position d'équilibre dans laquelle la variation d'intensité provenant de la pile est compensée par la variation due au déplacement des électrodes dans le liquide, et l'intensité du courant redevient ce qu'elle était, puisque sa force est toujours égale et contraire à celle du couple terrestre. On peut ainsi maintenir le courant à très-peu près constant pendant un temps considérable, malgré les variations de la pile.

SOIXANTE-DEUXIÈME LEÇON.

DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE ET DES PILES VOLTAÏQUES.

Force électromotrice au contact des corps hétérogènes. — Expériences de Volta. — Discussion de sa théorie. — Siége de la force électromotrice.
Couples et piles voltaïques. — Diverses formes des piles. — Piles de Volta : à colonne; — à tasses; — de Cruikshank; — de Wollaston; — de Munch. — Piles sèches.
Force électromotrice produite par la chaleur : 1° dans un seul métal; 2° à la soudure de deux métaux. — Piles thermo-électriques; — de Marcus; — de Becquerel.

FORCE ÉLECTROMOTRICE AU CONTACT DES CORPS HÉTÉROGÈNES.

Les causes de production des courants sont nombreuses; mais deux seulement sont importantes, et nous n'examinerons qu'elles.

EXPÉRIENCES DE VOLTA. — C'est en 1800 que Volta construisit le merveilleux électromoteur qui devait conduire à des phénomènes si nombreux et à des applications si diverses; il y fut amené par la découverte qu'il fit de la décomposition de l'électricité neutre au contact des corps hétérogènes et par une série de considérations préconçues où l'hypothèse avait sa large place. Les faits sont restés, mais les interprétations de l'illustre physicien ont été profondément modifiées. Nous allons résumer ses découvertes qui s'appuient sur trois expériences fondamentales.

I. Volta prend une lame métallique bien décapée, CZ (*fig.* 478), formée de deux rectangles égaux de zinc et de cuivre soudés entre eux. Tenant le zinc Z de la main gauche, il touche avec le cuivre C l'un des plateaux B de l'électromètre conden-

sateur, pendant qu'il fait communiquer l'autre avec le sol par la main droite. Il supprime ensuite ces communications, sépare les deux plateaux et constate par la divergence des lames

Fig. 478.



d'or que le cuivre a cédé de l'électricité au plateau B. Elle est négative.

Pour interpréter cette expérience, Volta fait trois hypothèses. 1° Il se demande en quel endroit l'électricité prend naissance, et il admet que ce n'est ni au contact de C avec le plateau B, ni à celui des doigts avec le zinc Z, mais à la soudure des deux métaux. C'est une hypothèse entièrement gratuite. 2° Il suppose que, si les deux métaux primitivement à l'état naturel étaient isolés, le fluide neutre se décomposerait à leurs points de réunion, que le zinc se recouvrirait d'une couche d'électricité positive dont la tension serait $+e$, et le cuivre d'une épaisseur égale $-e$ de fluide négatif. Quant à la cause qui détermine cette séparation, il ne l'explique pas, mais il la nomme *force électromotrice*. Elle se mesure par l'effet qu'elle produit, c'est-à-dire par la différence $2e$ des tensions électriques qu'elle établit entre les deux lames. 3° Enfin il imagine un dernier principe très-vraisemblable, et qui en effet a été vérifié depuis, c'est que la force électromotrice décompose toujours la même quantité $2e$ de fluide neutre entre les

deux corps où elle se développe, quel que soit leur état électrique initial; de sorte que si leur tension est A avant le contact, elle devient, quand il est établi, $A + e$ sur l'un, et $A - e$ sur l'autre; ce qui fait que la différence de ces tensions est constante et égale à $2e$.

II. Volta trouve une confirmation de la troisième hypothèse en faisant une seconde expérience qui consiste à retourner la lame, à tenir le cuivre à la main et à toucher avec le zinc le plateau collecteur de l'électromètre. Dans ce cas, il n'y a aucune trace d'électricité sur l'appareil, et cela doit être, car si la différence des tensions est toujours égale à $2e$, le cuivre C doit avoir 0, puisqu'il touche au sol; le zinc Z, $0 + 2e$ ou $2e$; et le cuivre de l'électromètre, $2e - 2e$ ou 0.

III. Ce que nous venons de dire résumait pour Volta le rôle de deux métaux en contact; mais il fallait aussi fixer celui des liquides quand ils touchent ces métaux : c'est le but d'une troisième expérience. Laissant la double lame disposée comme précédemment, Volta intercale une rondelle de drap mouillé entre le zinc et le plateau collecteur, et il trouve que l'électromètre se charge positivement. Alors il admet que l'électricité $2e$ qu'avait le zinc passe à travers le drap dans le plateau; puis, généralisant cette explication, il pose en principe que les liquides ne développent aucune force électromotrice dans leur contact avec les métaux et qu'ils ne servent qu'à transmettre par conductibilité simple les électricités dont ces métaux sont chargés. Toute cette théorie de Volta se résume dans les principes suivants :

1° Les liquides sont des corps simplement conducteurs;

2° Il existe une force électromotrice au contact de deux métaux hétérogènes;

3° La force électromotrice établit une différence constante entre les tensions des deux métaux.

Nous avons résumé cette théorie, parce qu'une longue habitude lui a donné comme une sorte de consécration, et nous met dans l'obligation de faire oublier les idées fausses qu'elle avait légitimées, avant d'y substituer les véritables principes de l'électrochimie, obligation qui se produit tôt ou tard, mais nécessairement, toutes les fois qu'on a trop précipitamment adopté quelque théorie hypothétique.

SIÉGE DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE. — Toutes les erreurs que l'on a reconnues dans l'interprétation de Volta dérivent d'une cause unique, d'une faute de raisonnement que nous allons signaler tout d'abord. Quand on tient la double lame par le zinc et qu'on la met en communication par le cuivre avec l'électromètre, le plateau collecteur se charge : c'est un fait qu'on exprime en disant qu'il y a une force électromotrice. Il est évident qu'elle naît à l'un des contacts. Or il y en a trois entre lesquels il faut choisir : 1° contact des doigts avec le zinc; 2° contact à la soudure du zinc et du cuivre; 3° contact entre le cuivre de la lame et celui du plateau. Ce dernier ne peut décomposer le fluide neutre, puisqu'il n'entraîne aucune dissymétrie; mais il n'y a pas de raison pour admettre *à priori* que la force électromotrice est nulle entre le zinc et les doigts, et qu'elle prend naissance à la soudure zinc et cuivre. On peut tout aussi légitimement supposer que le contraire a lieu, peut-être même est-ce à tous les deux contacts à la fois que se fait la décomposition du fluide neutre. Avant tout, il faut chercher à résoudre cette question par l'expérience : Quel est le siége de la force électromotrice? Reprenons, en les variant, chacune des trois expériences de Volta.

I. Préparons une série de plaques semblables à celle de Volta, en remplaçant le cuivre par un métal quelconque que nous mettrons en contact avec l'électromètre, pendant que nous tiendrons le zinc à la main. Nous verrons que l'expérience est identique avec ces diverses plaques et que toutes chargent l'appareil de quantités à peu près égales d'électricité négative. On peut même multiplier le nombre des métaux en les soudant l'un à l'autre à la suite du zinc ou les supprimer tous en ne conservant que le zinc, sans que l'effet change sensiblement; d'où il résulte que la nature et le nombre des contacts métalliques n'ont pas d'influence sensible sur la nature et la quantité de fluide développé. Ce n'est pas là qu'est la force électromotrice.

On a construit des électromètres avec un plateau de cuivre et un autre de zinc, que l'on avait vernis pour éviter l'action de l'air et qu'on réunissait en faisant toucher deux fils de cuivre soudés sur l'un et sur l'autre; ils n'ont point donné d'électricité, par conséquent les métaux soudés ne pren-

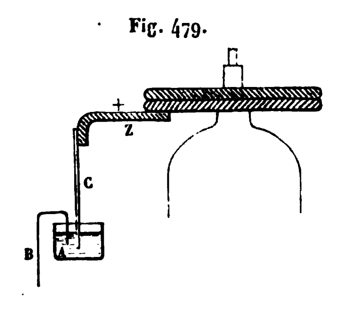


nent aucune différence de tension et constituent de simples conducteurs.

Il n'en est point de même du contact entre le zinc et les doigts. La divergence observée des lames d'or est nulle s'ils sont secs, sensible quand ils sont mouillés d'eau pure, et considérable lorsqu'on les a trempés dans une solution saline ou acide. C'est donc au contact de ces doigts que le zinc prend de l'électricité négative qui se transmet au plateau et, en général, c'est entre les liquides, qui se chargent positivement, et les métaux, qui deviennent négatifs, que se développe la force électromotrice.

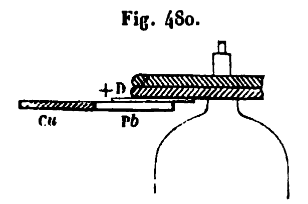
II. Volta explique la deuxième expérience en admettant que le zinc possède une tension $2e$ entre le cuivre de la lame et celui du plateau, qui seraient tous deux à l'état naturel. Si cette explication était fondée, l'état des doigts qui tiennent le cuivre ne devrait avoir aucune influence sur le résultat, le fait serait général : or il ne l'est pas. L'expérience prouve qu'en mouillant les doigts avec de l'acide azotique ou de l'eau régale, ou en plongeant le cuivre dans ces liquides en communication avec le sol (*fig.* 479), on obtient sur l'électromètre une charge négative qui ne change pas quand on supprime le zinc et qu'on met le cuivre en contact direct avec le plateau. Cela est évident, si l'on admet que l'électricité négative se développe sur le cuivre par l'effet du liquide acide, et se transmet par simple conductibilité de ce cuivre au zinc et du zinc au plateau.

Fig. 479.



III. La troisième expérience de Volta consiste à tenir le cuivre à la main et à intercaler une rondelle humide entre le zinc et le plateau, ce qui charge positivement ce dernier. En variant cette expérience, on arrive encore à la mettre en contradiction avec la théorie de Volta. Prenons une double lame de cuivre et de plomb (*fig.* 480),

Fig. 480.

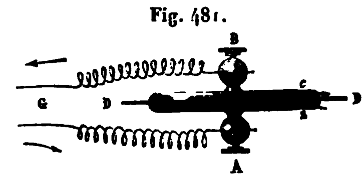


et mettons ce dernier métal en communication avec l'électromètre par l'intermédiaire d'un drap mouillé de sulfure de potassium; nous trouverons de l'électricité positive, ce qui indiquerait, dans les idées de Volta, que le plomb est positif au contact du cuivre. Mais retournons la lame, mettons le drap sur le cuivre et imprégnons-le d'acide azotique, nous constaterons la même électricité, ce qui conduirait à dire que c'est le cuivre qui est positif et non le plomb. Cette contradiction n'existe point quand on admet que le siége de la force électromotrice est entre le drap et le métal : ce drap est nécessairement positif et le métal négatif, que ce soit le cuivre ou le plomb, et tout s'explique. L'expérience doit être faite avec un électromètre à plateaux dorés.

On va retrouver les mêmes conclusions par un tout autre moyen d'études. Au lieu de mesurer les tensions des électricités par l'électromètre, qui est un instrument peu sensible et soumis à des causes perturbatrices difficiles à éliminer, on va les laisser se recombiner à travers un galvanomètre; elles donneront un courant continu, parce que la force électromotrice les reproduit à mesure qu'elles se neutralisent dans le circuit, et l'on appréciera l'intensité et le sens de cette force par la grandeur et la direction des déviations des aiguilles : les effets seront beaucoup plus intenses, tout à fait constants et parfaitement mesurables.

Prenons, par exemple, deux disques égaux, l'un de cuivre *c*, l'autre de zinc *z* (*fig.* 481), fixés à deux boutons de cuivre B et A par lesquels on les joint à un galvanomètre disposé vers G. Si l'on place entre eux un drap mouillé DD, un courant se manifeste dans le sens indiqué par les flèches.

Fig. 481.



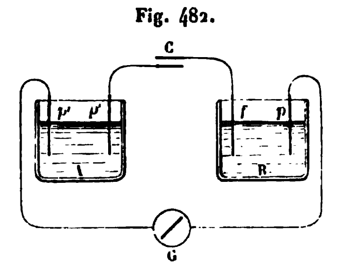
Cette expérience s'explique par la théorie de Volta : l'électricité se décomposerait entre le bouton A et le zinc *z*, la négative se porterait sur A, la positive sur *z*. De *z* celle-ci passerait au drap, puis à *c* et à B, et reviendrait en A par les fils BGA. Mais on explique également bien les faits en admettant que la force électromotrice s'exerce entre le drap mouillé DD et le zinc *z*, qui deviennent, le premier positif, le second né-

gatif; le courant passe dans le circuit de DD en *c* et en G, et revient de G en A et en *z*. Ces deux explications ne diffèrent que par le point d'origine du courant.

Pour nous décider entre les deux théories, remplaçons le disque de zinc par un disque de plomb, les résultats resteront les mêmes si le drap est mouillé avec du sulfure de potassium; mais s'il est imbibé d'acide azotique, le courant aura un sens inverse. Or puisque les contacts métalliques n'ont point changé, cette inversion est inexplicable dans la théorie de Volta; elle est nécessaire, au contraire, s'il existe deux forces électromotrices inégales et opposées au contact du liquide et des deux métaux, l'une sur le plomb, qui domine avec le sulfure de potassium, l'autre sur le cuivre, laquelle est la plus forte quand on emploie l'acide azotique.

On a multiplié ces expériences en les variant à l'infini; nous n'en citerons plus qu'une, qui est due à Faraday et qui est concluante. Deux verres A et B (*fig.* 482), contenant du sulfure de potassium, sont réunis à un galvanomètre G par des fils de platine p, p' et entre eux par deux autres fils, l'un de platine p'', l'autre de fer f, terminés par deux petites plaques C. Si elles se touchent, il y a dans le circuit un contact en C entre deux métaux hétérogènes et il n'y en a pas d'autres; il devrait donc y avoir une force électromotrice en ce point C et un courant dans le conducteur; cependant le galvanomètre reste au repos. Si au contraire on interpose entre ces deux lames C un drap imbibé d'acide, on supprime tout contact métallique et l'on devrait supprimer tout courant. C'est justement l'inverse qui a lieu; on voit l'aiguille se dévier dans un sens qui indique que le fer est négatif et le liquide positif.

Fig. 482.



En résumé, Volta s'était trompé dans ses interprétations, et aux principes qu'il avait admis, principes que nous oublierons à l'avenir, il faut substituer les suivants :

1° Il n'y a pas de différence de tension entre deux métaux hétérogènes qui se touchent;

2° Il existe, au contact d'un liquide avec un métal, une force électromotrice qui agit toujours dans le même sens, en rendant le métal négatif et le liquide positif;

3° La force électromotrice établit, entre un liquide et un métal qui se touchent, une différence de tension $2e$ indépendante de leur état électrique commun;

4° Il peut arriver que cette différence soit considérable, ou faible, ou même nulle, suivant la nature du métal ou du liquide en contact.

A la vérité, ces principes ne sont qu'indiqués par les expériences qui précèdent; mais nous nous réservons de les confirmer ultérieurement quand nous nous occuperons de la mesure des forces électromotrices. Pour le moment nous les admettons à titre provisoire; nous considérerons l'action électromotrice comme un fait, et sans chercher à l'expliquer nous allons montrer comment on peut l'utiliser pour construire des piles voltaïques.

COUPLES ET PILES VOLTAIQUES.

Imaginons deux métaux différents séparés par un liquide qui attaque l'un et soit sans action sur l'autre, par exemple deux lames de zinc et de cuivre, séparées par une couche d'acide sulfurique étendu; nous aurons ce que l'on nomme un *couple voltaïque*. On peut le figurer par le symbole suivant :

zinc	liquide	cuivre
A	$A + 2\varepsilon$	$A + 2\varepsilon - 2\varepsilon'$

La force électromotrice qui agit entre le liquide et le zinc détermine entre eux une différence de tension 2ε; donc, si celui-ci est en communication par conductibilité simple avec une source quelconque m dont la tension soit A, il se mettra en équilibre avec elle, et le liquide prendra $A + 2\varepsilon$.

D'autre part, ce même liquide est en contact avec du cuivre, et par l'effet d'une seconde force électromotrice la tension de ce cuivre devra être inférieure de $2\varepsilon'$ à celle du liquide; elle sera $A + 2\varepsilon - 2\varepsilon'$: donc dans l'état d'équilibre il y aura une différence $2\varepsilon - 2\varepsilon'$ entre le zinc et le cuivre, et si ce dernier métal est en contact avec un conducteur métallique n, il lui

communiquera sa tension $A + 2\varepsilon - 2\varepsilon'$:

m —	(zinc	liquide	cuivre	) — n
A	(A	$A + 2\varepsilon$	$A + 2\varepsilon - 2\varepsilon'$	) $A + 2\varepsilon - 2\varepsilon'$

Par conséquent, toutes les fois qu'on mettra ce couple en communication avec la source m par son zinc et avec un conducteur n par son cuivre, il transmettra la tension A de cette source m à ce conducteur n, en l'augmentant de $2\varepsilon - 2\varepsilon'$: c'est la propriété essentielle d'un couple. $2\varepsilon - 2\varepsilon'$ exprime sa force électromotrice effective; nous la désignerons par $2e$.

On voit que si les deux métaux étaient identiques, $2\varepsilon - 2\varepsilon'$ serait nul et le couple inactif; lorsqu'ils seront différents, $2\varepsilon - 2\varepsilon'$ sera positif ou négatif, et aura une valeur qui dépend des métaux et du liquide. Voici cette valeur déterminée par M. Ed. Becquerel, par un procédé que nous ferons ultérieurement connaître, dans le cas où le liquide est de l'acide sulfurique étendu, où le cuivre est remplacé par du platine, et le zinc par un des métaux dont les noms suivent; celle du zinc est exprimée conventionnellement par 100.

Potassium	173	Cobalt	44
Zinc amalgamé	103	Bismuth	37
Zinc pur	100	Antimoine	35
Cadmium	79	Cuivre	35
Plomb	66	Argent	22
Étain	66	Mercure	31
Fer	61	Or	0
Aluminium	51	Platine	0
Nickel	45	Charbon	0

Ces nombres représentant la différence entre la force électromotrice de chaque métal et celle du platine, on obtient, en retranchant ceux qui correspondent à deux métaux quelconques, la force effective du couple qui serait constitué avec ces métaux. Elle sera positive si on combine l'un d'eux avec ceux qui le suivent, par exemple le cuivre et le platine, et négative si on l'associe avec ceux qui le précèdent (cuivre et fer); elle sera la plus grande possible avec le potassium et le platine, et en combinant le zinc et le cuivre, ce qui est le cas le plus habituel, elle aura encore une valeur considérable.

Une pile est la réunion d'un nombre n de couples disposés l'un après l'autre, de telle sorte que le cuivre de l'un d'eux touche au zinc du suivant. De cette façon, chacun est en communication métallique avec ses voisins, et puisqu'il a la propriété de transmettre les tensions en les augmentant de $2\varepsilon - 2\varepsilon' = 2e$, il faut, pour que l'équilibre électrique existe, que les tensions augmentent de $2e$ d'un zinc au suivant, c'est-à-dire comme les termes d'une progression arithmétique dont la raison est $2e$. Si l'un d'eux est à l'état naturel, tous ceux qui le suivent ou le précèdent auront les tensions $\pm 2e$, $\pm 4e, \ldots$. Par exemple, si le premier zinc touche au sol, la pile sera tout entière chargée positivement, et le dernier cuivre, qu'on nomme *pôle positif*, aura $+2ne$. Si c'est au contraire le dernier cuivre qu'on mette en communication avec le sol, le premier zinc, qui est le *pôle négatif*, aura $-2ne$,

1		2				n
Zn | liq. | Cu		Zn | liq. | Cu		...		Zn | liq. | Cu
terre, 0	$+2e$		$+4e$		$\ldots + 2(n-1)e$	$+2ne$
$-2ne$	$-2(n-1)e$		$-2(n-2)e\ldots$		$-2e$	terre, 0

Toute pile, quand un de ses pôles communique avec la terre, a donc la propriété d'accumuler à l'autre extrémité des tensions $+2ne$ ou $-2ne$ et de les reproduire si elles viennent à diminuer. Par conséquent, si l'on réunit les deux pôles entre eux par un arc conducteur, chacun d'eux tend à reproduire continuellement ces tensions qui tendent continuellement à s'annuler, parce que ces électricités contraires se recombinent sous forme de courant par l'arc de communication.

Cette théorie des piles repose sur l'hypothèse de Volta, qui consiste à admettre que la différence $2e$ des tensions entre les deux pôles d'un couple est indépendante de la tension de chacun d'eux. Si elle ne l'était pas, les charges ne croîtraient pas en progression arithmétique, elles varieraient suivant une autre loi, et les pôles de la pile n'auraient pas des tensions proportionnelles au nombre n des couples. On a donc un moyen de vérifier ou d'infirmer cette hypothèse, c'est de mesurer la tension des pôles. Or Biot a trouvé qu'elle croît proportionnellement à n, et M. Kohlrausch a confirmé ce résultat. L'hypothèse de Volta est donc une loi physique, et il n'y a plus

rien à objecter à la théorie des piles; il n'y a plus qu'à savoir comment on les dispose.

PILE A COLONNE. — Le premier type des piles construites par Volta est représenté dans la *fig.* 483. Des disques égaux de cuivre et de zinc sont superposés alternativement, et chaque paire est séparée de la suivante par une rondelle mouillée de drap ou de carton. La colonne entière est soutenue par trois tiges de verre verticales A, B, C enchâssées dans un socle de bois D et maintenues à leur sommet par un disque percé de trois trous. Les lames de cuivre C et de zinc Z sont les *pôles;* on les met en communication, avec tous les appareils qu'on veut soumettre à leur action, par des fils métalliques que l'on appelle *rhéophores.*

Fig. 483.



Les effets sont faibles si les rondelles de drap sont mouillées d'eau pure; mais la tension augmente quand on les imbibe avec une dissolution saline ou acide; alors les disques de zinc s'altèrent rapidement; on doit s'empresser de démonter la pile aussitôt qu'elle a servi, et quand on veut la disposer de nouveau, il faut décaper avec soin les faces des métaux qui sont en contact. On évite ces précautions et l'on abrége le temps des opérations en faisant à l'avance souder deux à deux les disques de cuivre et de zinc.

Pour nous rendre un compte exact de la distribution des tensions dans cette pile, représentons comme précédemment

les couples successifs :

		1			2			n		
Cu	Zn	drap	Cu	Zn	drap	Cu ...	Zn	drap	Cu	Zn
o	o	+	$2e$	$2e$	+	$4e$ ...	$2(n-1)e$	+	$2ne$	$2ne$

On voit que l'extrémité terminée par le zinc est le pôle positif et que celle qui est de cuivre est le pôle négatif : ce qui fait que Volta nommait *pôle zinc* le positif, et *pôle cuivre* le négatif. Cette dénomination, qui était logique dans sa théorie, n'est plus aujourd'hui qu'une cause d'erreurs, car le cuivre et le zinc extrêmes sont inutiles, puisqu'ils n'entrent dans la composition d'aucun couple; on devrait les supprimer et on les supprime, en effet, dans la plupart des piles, de telle sorte que le pôle appelé *cuivre*, le négatif, est justement celui qui est formé par du zinc, et inversement. Pour éviter cette amphibologie et toutes les incertitudes auxquelles elle donne lieu, nous supprimerons cette dénomination; et quand nous voudrons reconnaître dans une pile quelconque le pôle positif et le pôle négatif, nous considérerons un couple en particulier,

$$- A \;\ldots\; \overbrace{\underset{o}{Zn} \mid \text{liquide} \mid \underset{+2e}{Cu}} \;\ldots\; + B$$

A partir du liquide, le pôle négatif — A sera tourné du côté du zinc, et le positif + B du côté du cuivre. Ainsi, dans la pile à colonne, un couple ZDC' (*fig.* 484) a sa force électromotrice maximum en X' Y'; le pôle négatif est en bas du côté du zinc, et le positif est en haut vers le cuivre.

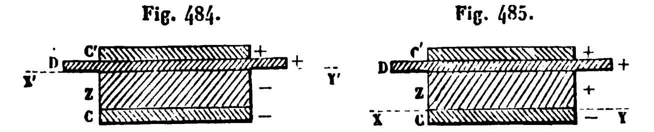


Fig. 484. Fig. 485.

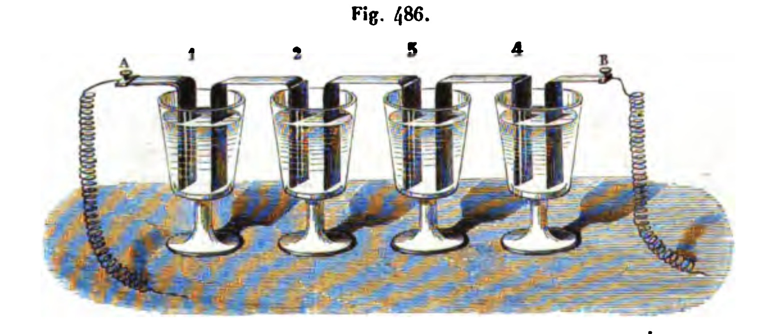
On a pu remarquer que, d'après Volta, le zinc serait positif et le cuivre négatif, tandis que nous avons montré que le zinc prend l'électricité négative et le liquide la positive. Il paraît en résulter une contradiction; mais elle n'est qu'apparente. Elle tient à ce que Volta supposait le siége de la force électromotrice placé en XY (*fig.* 485) au contact des deux métaux,

tandis qu'il est situé en X′ Y′ (*fig.* 484). Dans les deux cas, le premier cuivre C est négatif et le second C′ positif; il n'y a rien de changé aux tensions de deux couples successifs.

La pile à colonne a des inconvénients graves : sous l'effort des pressions exercées par les parties supérieures, les liquides coulent le long des disques et abandonnent les rondelles mouillées, et ce qui reste attaque le zinc et le transforme en sels nouveaux; il en résulte que la pile se dessèche, qu'elle devient moins conductrice et moins active, et que ses effets, d'abord énergiques, diminuent rapidement, jusqu'à devenir insensibles.

PILE A TASSES. — On a réussi à diminuer ces imperfections de la pile primitive en modifiant sa construction. Volta commença par disposer les couples sur un support horizontal, ce qui évitait les effets de la compression. Il remédia ensuite à l'altération rapide des liquides, en construisant la *pile à tasses* (*fig.* 486). Les disques sont remplacés par des lames rectangulaires recourbées sous la forme d'un U renversé, dont la

Fig. 486.



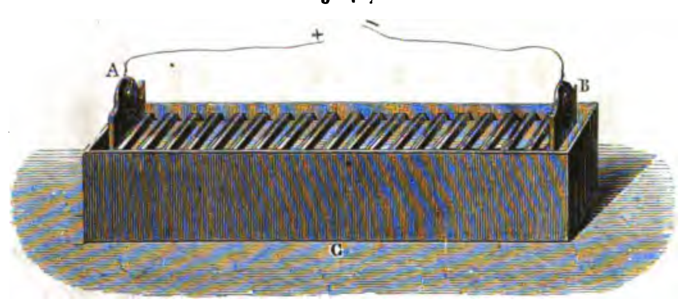
branche antérieure est de cuivre et la postérieure de zinc. Elles plongent dans des verres remplis d'eau acidulée, entre lesquels elles établissent une série de ponts. Il est bien évident que l'on trouve ici les mêmes alternatives de zinc, de liquide et de cuivre que dans la pile à colonne, répétées autant de fois qu'il y a de couples. Mais il y a deux différences essentielles : la première est que les draps, qui contenaient peu de liquide s'altérant rapidement, sont remplacés par une masse considérable d'eau acidulée dont la composition chimique

varie très-lentement et qui conserve à la pile une intensité presque constante pendant longtemps; la seconde consiste en ce que les divers éléments peuvent être exactement isolés. A cet effet, on vernit à la gomme laque les pieds des verres et on les range en série sur des rayons disposés comme ceux d'une bibliothèque : telle est la pile de M. Gassiot, dont nous aurons bientôt l'occasion de parler.

PILES DE CRUIKSHANKS ET DE WOLLASTON. — Toutes les personnes qui ont employé ces appareils savent combien il faut de temps pour disposer une pile dont le nombre d'éléments est considérable. C'est un inconvénient que l'on a fait disparaître en fixant invariablement les métaux entre eux, de telle sorte qu'il n'y ait plus qu'à amorcer l'instrument en remplissant d'eau acidulée l'intervalle compris entre le cuivre et le zinc de chaque couple; c'est le principe des piles de Cruikshanks et de Wollaston.

Dans la première (*fig.* 487), les plaques zinc et cuivre ont

Fig. 487.



la forme carrée; elles sont implantées et mastiquées verticalement dans une auge horizontale de bois; elles laissent entre elles des vides qui représentent la place occupée par les draps dans la pile à colonne. Il suffit de remplir ces vides avec de l'eau acidulée pour amorcer la pile et de les vider pour qu'elle cesse d'agir.

La pile de Wollaston dérive naturellement de la pile à tasses. Que l'on suppose tous les éléments de celle-ci (*fig.* 486) fixés à une traverse horizontale, on pourra les soulever tous à la fois et les soustraire ainsi à l'action du liquide ou bien les plonger

en même temps dans les verres, ce qui mettra à l'instant la pile en activité pendant le temps strictement nécessaire pour faire l'expérience que l'on aura en vue : c'est là ce que fit Wollaston. Mais comme il avait remarqué que les courants d'une pile sont d'autant plus énergiques que les surfaces immergées sont plus grandes et plus rapprochées, il prit des plaques de zinc ZZ de plusieurs décimètres carrés, et recourba les feuilles de cuivre C′C′ autour d'elles, de manière à envelopper leurs deux côtés (*fig.* 488). Les verres sont remplacés par de grands bocaux plats placés en série sur une planche; deux montants échancrés en crémaillère servent à supporter la traverse AB (*fig.* 489) à des hauteurs diverses, suivant qu'on veut plonger plus ou moins les couples ou les maintenir hors du liquide.

Fig. 488.

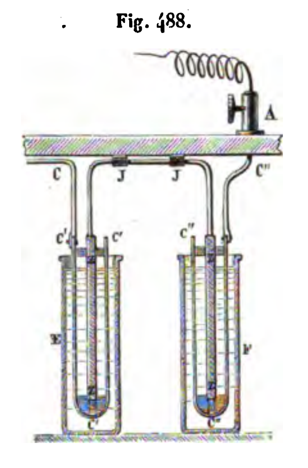
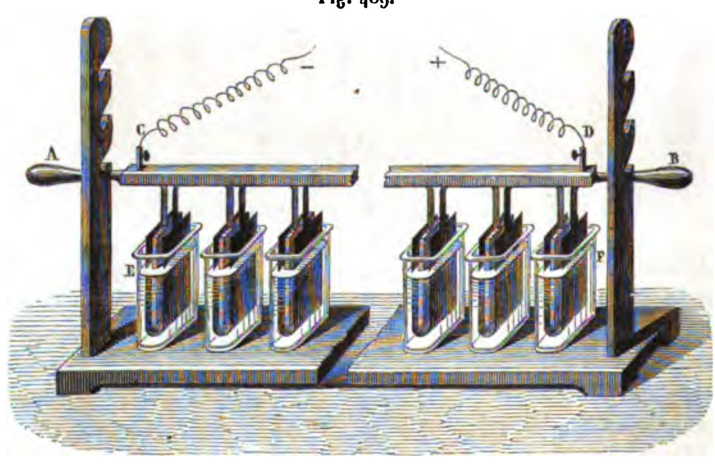


Fig. 489.



On peut dire que la pile de Wollaston, sans altérer le type de la pile primitive, résume tous les perfectionnements dont il était susceptible.

Quand on veut étudier les effets de tension aux extrémités des piles, il est indispensable d'isoler les couples avec le plus grand soin. Mais lorsqu'elles ne doivent servir qu'à produire des courants à travers des circuits métalliques, cette condition est inutile. Le plus souvent on ne s'en préoccupe pas, et cela tient à ce que les métaux sont incomparablement plus conducteurs que les autres corps. Ainsi, la pile à colonne est toujours mouillée par le liquide qui coule le long de sa surface extérieure et qui établit entre les pôles une communication continue; cependant il ne paraît pas qu'elle fonctionne plus mal quand cette communication existe, que lorsqu'elle est évitée avec plus de soin. On pourrait même la plonger tout entière dans un vase rempli de liquide sans qu'elle cessât de donner des courants énergiques à travers des circuits métalliques. M. Becquerel, Faraday et Munch ont profité de cette remarque pour construire des piles à une seule auge. Nous allons décrire celle de Munch.

PILE DE MUNCH. — Concevons une série de lames ZC (*fig.* 490),

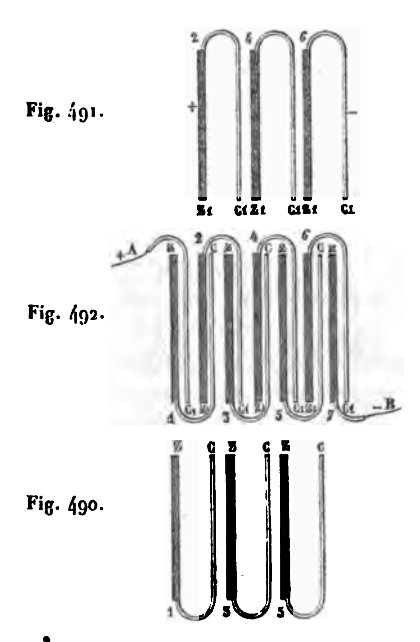


Fig. 491.

Fig. 492.

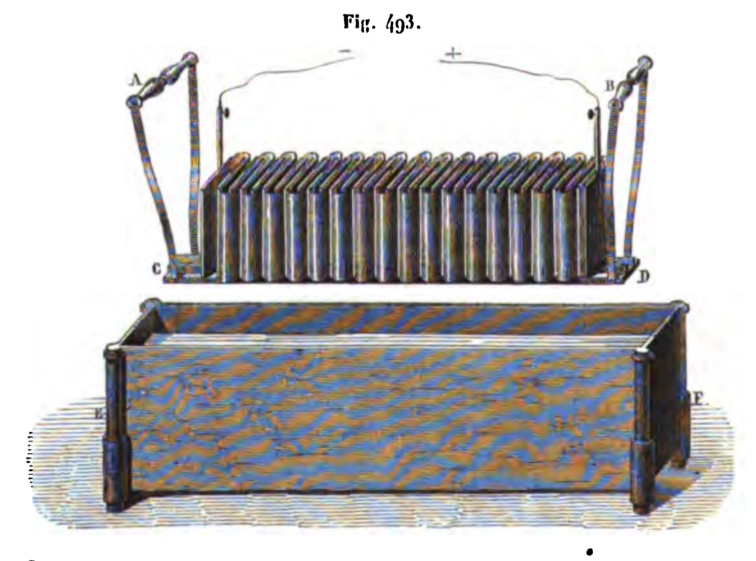
Fig. 490.

formées de plaques rectangulaires de zinc et de cuivre, placées

dans une auge commune remplie d'eau acidulée. Les soudures numérotées 1, 3, 5,..., sont verticales et alignées du même côté. Il est évident que si l'on établit par un arc métallique une communication entre les lames extrêmes de cet appareil, il fonctionnera comme une pile de Volta, puisqu'on y retrouve les mêmes alternatives de zinc, de cuivre et de liquide, avec cette seule circonstance, qui n'a point d'influence, qu'il est plongé dans une auge unique. Imaginons ensuite une seconde pile toute semblable formée des éléments Z_1, C_1 (*fig.* 491), dont les soudures 2, 4, 6, sont placées du côté opposé, et qui fonctionnera comme la première. Enfin engageons les éléments de ces deux piles les uns dans les autres (*fig.* 492) : ils agiront après cet enchevêtrement comme ils le faisaient séparément, et leur ensemble donnera une pile unique plus forte. Il ne reste plus qu'à intercaler une lame de cuivre + A entre les deux zincs qui sont à l'extrémité de gauche, et une lame de zinc — B entre les deux cuivres qui sont à l'extrémité de droite, lesquelles seront les pôles positif et négatif de la pile totale.

On sépare les lames voisines par des cales de liége et on les

Fig. 493.



fixe au moyen de règles de bois sillonnées de traits de scie

dans lesquels elles sont engagées. Le tout repose sur une planche CD (*fig.* 493), munie de deux poignées A et B qui servent à plonger l'appareil dans l'auge ou à l'en retirer.

PILES A HÉLICE. — Il nous reste à dire que si l'on a besoin de piles à plus large surface, on peut enrouler en hélice, autour d'un axe en bois, deux lames de cuivre et de zinc que l'on sépare par un tissu d'osier; on les plonge ensuite dans des tonneaux pleins d'eau acidulée; alors elles réalisent un couple dont rien ne limite l'étendue, et si l'on en réunit 25 de 6 mètres carrés, on obtient des effets fort intenses.

De toutes les piles que nous venons de décrire, deux seulement offrent des tensions sensibles à leurs pôles, parce qu'elles sont les seules dont on puisse isoler les éléments : c'est la pile à colonne et la pile à tasses; elles font diverger les lames d'un électroscope, et la tension aux pôles est proportionnelle au nombre de couples. Celle qui a été construite par M. Gassiot est composée de 3500 éléments parfaitement isolés, et quand on rapproche très-près l'un de l'autre deux conducteurs fixés à ses pôles, ils produisent une série continue d'étincelles, et ils chargent fortement une bouteille de Leyde quand on les fait communiquer avec les armatures opposées. Une telle pile produit donc tous les effets d'une machine de Nairne, avec deux particularités essentielles à noter : la première est qu'elle donne des étincelles très-petites, c'est-à-dire des tensions très-faibles; la seconde qu'elle charge instantanément la bouteille de Leyde, tandis qu'une machine électrique ne le fait qu'en un temps assez long : cela veut dire qu'elle reproduit avec une extrême rapidité l'électricité qu'on enlève à ses pôles. On arrive à la même conclusion quand on compare les intensités des courants fournis par une machine de Nairne et par une pile; dans les deux cas, ces intensités mesurent la quantité d'électricité qui circule dans le circuit et, par suite, celle que fournit l'électromoteur. Or l'expérience prouve que le courant des machines est à peine sensible et que celui des piles est très-fort. En résumé, les machines fournissent peu d'électricité dont la tension limite est considérable, et les piles en produisent beaucoup dont la tension limite est faible. Nous reviendrons sur ce sujet.

PILES SÈCHES. — Il est un autre genre d'électromoteurs, les piles sèches, qui participent à la fois des piles ordinaires par la faiblesse de leur tension, et de la machine électrique par la lenteur avec laquelle elles réparent leurs pertes. Ce sont des piles à colonne dans lesquelles un des métaux est remplacé par du papier. Voici comment on les construit d'après Zamboni, qui les a spécialement étudiées.

On choisit des feuilles de papier un peu fort, on applique sur une de leurs faces une lame mince d'étain et l'on peint l'autre avec du bioxyde de manganèse délayé dans du lait ou dans une eau gommeuse. Quand elles sont sèches, on en superpose plusieurs en mettant les faces hétérogènes en contact, et on les débite à l'emporte-pièce en petits paquets de rondelles égales que l'on empile au nombre de douze à quinze cents. On arme les deux extrémités de disques de cuivre; on comprime le paquet; on le maintient par des cordonnets de soie qui lient les armatures opposées, et l'on préserve le tout de l'action de l'air, en enduisant la pile d'une couche de soufre ou de gomme laque fondus.

Le couple constituant de cette pile peut se représenter comme il suit :

$$\overbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$-\,A\ \ldots\ \underset{-\,e}{\text{Étain}}\ \Big|\ \underset{+\,e}{\text{Bioxyde de manganèse}},\ \underset{+\,e}{\text{papier}}\ \ldots\ +\,B$$

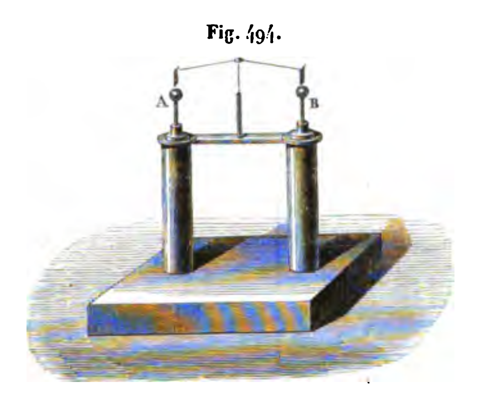
La force électromotrice se développe au point où se produit une action chimique entre l'étain qui s'oxyde et devient négatif, et le bioxyde qui cède de l'oxygène et devient positif. Le papier sert de conducteur entre un couple et le suivant; il remplace le cuivre des piles ordinaires, pendant que le bioxyde remplace l'eau acidulée. Delezenne a constaté que ces piles ne fonctionnent qu'autant que le papier est un peu humide, qu'elles deviennent inactives au bout de plusieurs années et qu'alors les surfaces en contact de l'étain et du bioxyde se sont altérées notablement par l'effet prolongé de l'action chimique.

Les piles sèches manifestent aux pôles une tension assez grande, proportionnelle au nombre des rondelles; mais elles ne produisent qu'un courant insignifiant, parce qu'étant peu conductrices elles reproduisent lentement l'électricité qui se

dépense dans le circuit. Cependant, en les construisant avec de grandes feuilles de papier, Delezenne a augmenté leur conductibilité et l'intensité de leurs courants.

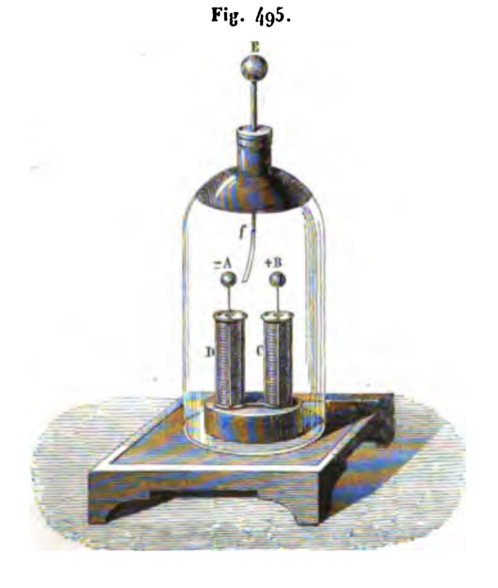
On les a utilisées pour construire deux appareils assez curieux. L'un d'eux (*fig.* 494) est destiné à manifester la tension

Fig. 494.



des pôles; il se compose de deux piles verticales réunies à la

Fig. 495.



base et présentant à leurs sommets deux pôles de nom con-

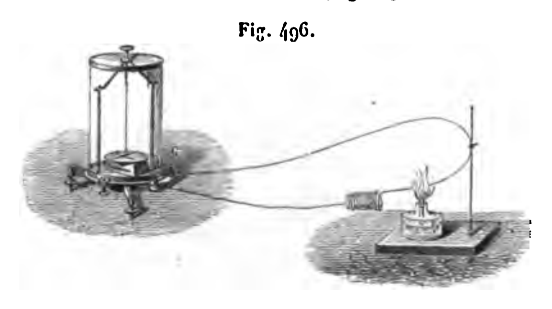
traire A et B; ces pôles attirent une aiguille de gomme laque terminée à chaque bout par une lame de clinquant qui les vient toucher à chaque demi-révolution, et qui est repoussée ensuite : il en résulte un mouvement de rotation qui se continue pendant plusieurs années. L'autre de ces appareils est l'électroscope de Bohnenberger (*fig.* 495); il se compose encore de deux piles C et D réunies par leur base et terminées à leur sommet par deux boutons A et B également et inversement chargés, de sorte qu'une lame d'or *f* placée à égale distance de ces deux pôles reste immobile, sollicitée par deux attractions contraires. Si l'on approche de E un corps chargé positivement, la lame *f* devient positive et elle est attirée par — A; elle se portera, au contraire, sur + B si le corps approché est chargé négativement.

FORCE ÉLECTROMOTRICE PRODUITE PAR LA CHALEUR.

Lorsqu'on réunit par un fil conducteur homogène les deux extrémités d'un galvanomètre, il n'y a aucune raison pour qu'un courant s'établisse dans un sens plutôt que dans l'autre, aussi ne s'en produit-il aucun. La même symétrie existera encore et l'aiguille ne sera point déviée, si l'on chauffe le milieu du fil conducteur et même un point quelconque de sa longueur, s'il est suffisamment éloigné de ses extrémités; mais lorsqu'il existera quelque différence dans l'état du fil à droite et à gauche de la partie chauffée, il pourra se produire une force électromotrice et un courant; c'est en effet ce qui a lieu le plus souvent.

Ainsi, M. Becquerel a fait voir (*fig.* 496) qu'en prenant un

Fig. 496.



fil bien homogène dans lequel on a fait plusieurs nœuds su-

perposés ou que l'on a contourné en spirale dans une partie de sa longueur, et l'échauffant en un point voisin, on obtient un courant allant, en général, de la partie chaude à la spirale ou au nœud, et quelquefois en sens inverse, comme cela arrive avec le zinc, l'étain et le cuivre. Ainsi encore, Seebeck a remarqué, dans des circuits de bismuth chauffés par un point, l'existence de courants analogues dont les directions changent quand l'échauffement a lieu d'un côté ou de l'autre de certains points neutres, et Matteucci a prouvé que ces courants et ces inversions étaient liés à des particularités de la cristallisation.

M. Magnus a reconnu qu'il n'y a point de courant quand on chauffe le point de réunion de deux fils de même nature et au même état physique, quand ils ont des diamètres inégaux ou des surfaces diversement polies, ce qui exclut l'idée que le phénomène soit produit par une transmission inégale de la chaleur dans les deux sens; mais il a prouvé que toute différence dans la dureté du fil à droite et à gauche du point chauffé détermine infailliblement la naissance d'un courant, sans changer la conductibilité calorifique. Ce courant traversait le lieu d'échauffement, de la partie recuite à la partie écrouie, dans des fils de

laiton, argent, cuivre, platine, or,

et il donnait des déviations galvanométriques égales à

55°, 46°, 25°, 5°, 2°;

il marchait, au contraire, de la partie écrouie à la partie recuite dans les métaux

argentan, zinc, étain, fer, plomb,

et produisait des déviations égales à

34°, 32°, 30°, 4°, 0°.

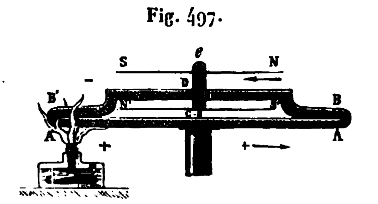
M. Becquerel a découvert encore que l'on obtient des courants quand on joint au galvanomètre deux fils identiques, l'un chaud et l'autre froid, et qu'on ferme le circuit en les faisant toucher. Ces courants ont des sens différents, suivant les divers métaux, et quelquefois leur direction change avec la différence des températures.

Ces faits, et beaucoup d'autres que nous ne citons pas, n'ont

point été expliqués; on ne peut que les constater et les résumer, en disant qu'une dissymétrie de structure à droite et à gauche d'un point que l'on chauffe fait naître une force électromotrice dans un circuit composé d'un même métal.

J'arrive à des phénomènes plus importants qui ont été découverts par Seebeck. Prenons deux lames de bismuth et d'antimoine BB', AA' (*fig.* 497) soudées à leurs extrémités, de manière à former un circuit complet. Un système de deux aiguilles astatiques NS, N'S', posé sur un pivot C*e*, occupe dans ce circuit la même position que dans un galvanomètre; il n'est point dévié si les températures sont égales aux deux extrémités AB, A'B'. Mais lorsqu'on vient à chauffer A'B', les aiguilles se déplacent et accusent un courant qui va de A' en A et de B en B', et qui change de sens si c'est la soudure AB qui est échauffée.

Fig. 497.



Tous les métaux en contact produisent les mêmes actions avec des différences d'intensité. On a cherché à les classer par ordre de pouvoir électromoteur. A cet effet, M. Becquerel forme avec divers métaux soudés une chaîne dont il fixe les bouts aux extrémités du galvanomètre et qu'il maintient à zéro, à l'exception de l'une des soudures qu'il chauffe à 20 degrés; il mesure l'intensité et le sens du courant. Comme la conductibilité totale change peu quand on répète l'expérience sur les diverses soudures, la force électromotrice est, dans chaque cas, proportionnelle à cette intensité. C'est ainsi que M. Becquerel a dressé le tableau suivant, où chaque métal est négatif quand il est combiné avec tous ceux qui le suivent, et positif avec ceux qui le précèdent, la force électromotrice étant d'autant plus grande que les corps considérés sont plus distants dans la liste :

Bismuth,	Argent,	Or,
Nickel,	Étain,	Zinc,
Platine,	Plomb,	Fer,
Palladium,	Rhodium,	Arsenic,
Cobalt,	Laiton,	Antimoine.
Manganèse,	Cuivre,	

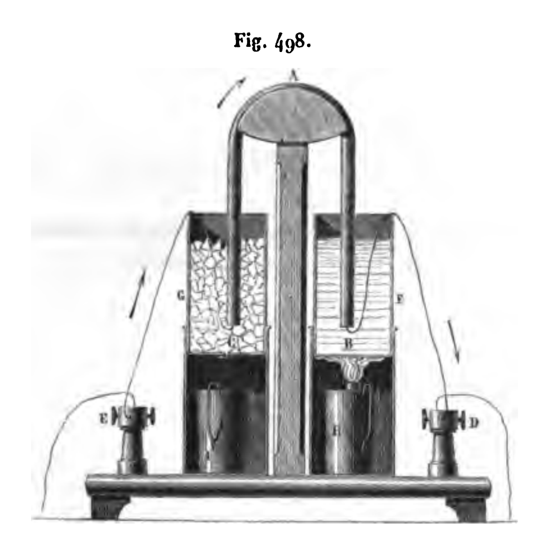
Le soufre modifie profondément les propriétés thermo-électriques des métaux. Le sulfure de bismuth est plus fortement négatif que le bismuth, la pyrite naturelle (double sulfure de cuivre et de fer) l'est encore davantage; le protosulfure de cuivre est, au contraire, fortement positif. La pyrite et le protosulfure de cuivre forment les deux extrémités de l'échelle thermo-électrique.

Généralement, quand l'excès de température d'une soudure sur toutes les autres reste très-petit, l'intensité du courant est proportionnelle à cet excès; mais quand il devient de plus en plus grand, cette loi ne se soutient pas; il y a même des cas où le courant, après avoir augmenté, diminue, devient nul et change de signe à une température variable avec les corps considérés ; elle est :

Entre	l'argent	et le	zinc	égale à	225°,
»	l'or	»	zinc	»	150°,
»	le fer	»	cuivre	»	rouge sombre.

On s'est appuyé sur ces faits pour construire des piles *thermo-électriques*. La *fig.* 498 représente un des couples. BAC est un

Fig. 498.

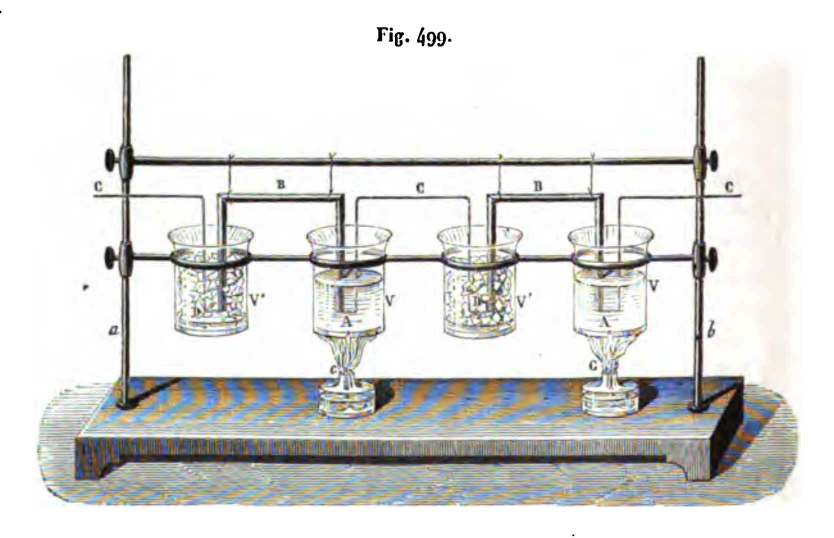


cylindre de bismuth recourbé, aux extrémités C et B duquel

sont soudés deux fils de cuivre; les deux soudures sont plongées dans des vases dont l'un F est rempli d'eau échauffée par une lampe H, et dont l'autre contient de la glace. Il est clair que l'ensemble des forces électromotrices agira pour rendre le fil BD positif et le fil CE négatif, ou pour produire un courant dans le sens indiqué par les flèches, si D et E sont en communication par un conducteur. En réunissant un nombre quelconque de couples semblables orientés dans le même sens, on aura une pile thermo-électrique dans laquelle les tensions devront varier en progression arithmétique d'un couple au suivant si elle est isolée, et qui produira des courants lorsque l'on réunira ses pôles par un circuit fermé.

La *fig.* 499 représente une de ces piles, disposée pour la

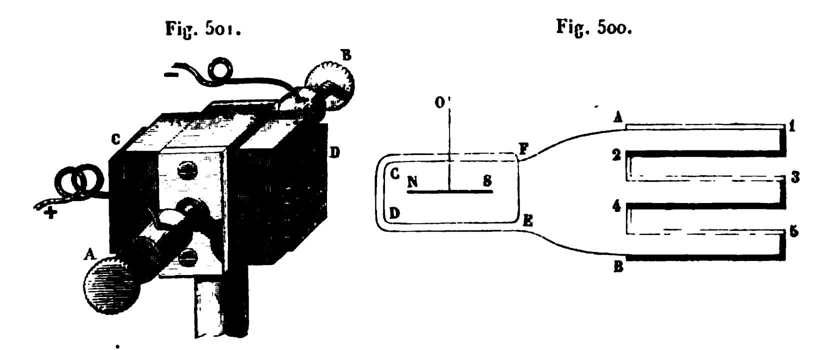
Fig. 499.



mesure des tensions. Nobili imagina de lui donner une forme beaucoup plus commode. Comme les soudures de rang pair ou impair doivent être toutes refroidies ou réchauffées, il a imaginé de disposer les soudures paires d'un côté et les soudures de rang impair de l'autre (*fig.* 500); de cette façon on met la pile en activité rien qu'en chauffant l'une de ses faces, et le courant change de sens si l'on change le côté qu'on échauffe. Enfin on sait comment Nobili, en diminuant l'étendue des éléments et en multipliant leur nombre (*fig.* 501), a

réussi à donner à ces piles une sensibilité assez grande pour les employer à l'étude du rayonnement calorifique.

Fig. 501. Fig. 500.



Tout récemment, des piles thermo-électriques d'une force extraordinaire ont été construites par M. Marcus, par M. Bunsen et par M. Ed. Becquerel. Les piles de M. Marcus se composent de barreaux formés de deux alliages différents, par exemple d'un alliage de cuivre et de zinc comme métal positif, et d'un alliage d'antimoine et de zinc comme métal négatif. Les barreaux sont *vissés* ensemble par leurs extrémités, de manière à former deux grilles accolées en toit; les extrémités inférieures plongent dans deux auges remplies d'eau, les extrémités supérieures sont chauffées par un fourneau à gaz.

La pile thermo-électrique de M. Bunsen est formée d'un couple pyrite de cuivre naturelle et cuivre. Les piles de M. Becquerel sont composées de plaques de sulfure de cuivre fondu, associées avec des fils de cuivre ou de maillechort. Toutes ces combinaisons fournissent des forces électromotrices très-considérables, et les nouvelles piles thermo-électriques permettent d'obtenir à peu de frais des effets que l'on n'avait encore produits qu'à l'aide des piles à liquides.

SOIXANTE-TROISIÈME LEÇON.

DU TRAVAIL ÉLECTROCHIMIQUE EXTÉRIEUR.

Électrolysation des composés binaires, — des sels. — Actions secondaires. — Cas des mélanges. — Composés des métalloïdes. — Quantités d'électricité fournies par les machines électriques. — Machine de Holtz. — Voltamètre. — Loi de Faraday.

Toute tentative que nous ferions aujourd'hui pour imaginer la cause des forces électromotrices serait prématurée : avant de faire des théories, il faut avoir étudié complétement les phénomènes. Nous allons donc laisser provisoirement de côté toute considération hypothétique, et chercher expérimentalement quelles sont les propriétés des courants.

On va voir qu'un courant détermine des actions chimiques particulières régies par des lois très-simples. Ce sujet se divise naturellement en deux parties, suivant qu'on veut étudier les effets chimiques dans le circuit extérieur aux pôles, ou dans les couples de la pile, c'est-à-dire le travail chimique extérieur ou intérieur.

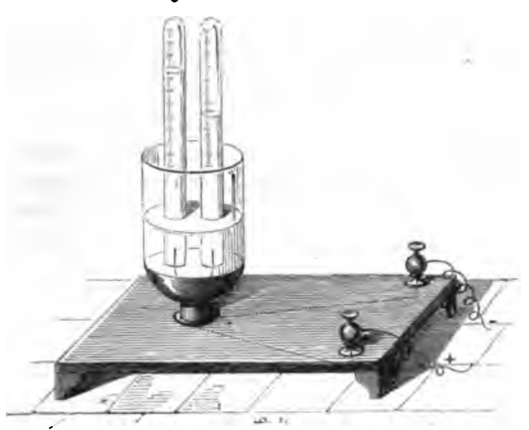
TRAVAIL ÉLECTROCHIMIQUE EXTÉRIEUR.

Quand on joint aux deux pôles de la pile deux fils conducteurs quelconques, et qu'on réunit leurs extrémités libres par un composé chimique liquide capable d'être traversé par le courant, il est décomposé. Les deux conducteurs se nomment *électrodes*, le composé s'appelle *électrolyte*, et l'acte de la décomposition sous l'influence du courant reçoit le nom d'*électrolyse* ou d'*électrolysation*.

On fait les expériences avec l'appareil suivant (*fig.* 502) qui se compose : 1° d'une cloche renversée au fond de laquelle on a coulé du mastic isolant; 2° de deux électrodes en platine qui traversent ce mastic; 3° de deux éprouvettes graduées

destinées à recueillir les gaz. Voici ce que l'on observe avec divers composés.

Fig. 502.



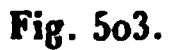
COMPOSÉS BINAIRES. — I. Quand on verse de l'eau dans la cloche et qu'on fait passer le courant, on voit se dégager de l'oxygène à l'électrode positive et un volume double d'hydrogène au pôle négatif, c'est-à-dire que les éléments de l'eau sont séparés et transportés aux deux pôles. La décomposition est très-lente si l'eau est pure, parce qu'étant très-peu conductrice elle ne laisse passer qu'un courant très-faible; mais l'action s'active si l'on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique qui augmentent la conductibilité. Cette expérience capitale a été faite en 1800 par Carlisle et Nicholson.

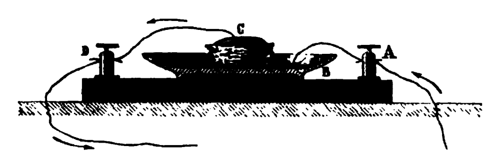
II. Les dissolutions concentrées des acides bromhydrique, chlorhydrique et iodhydrique se séparent en hydrogène, qui se porte au pôle négatif, et en brome, chlore ou iode, qui apparaissent sur le fil positif.

III. Les chlorures, bromures, iodures, et en général les composés d'un métalloïde et d'un métal, dégagent le métalloïde au pôle positif, et laissent déposer le métal sur l'électrode négative. L'expérience peut se faire soit en les fondant dans un creuset, auquel cas la plupart d'entre eux deviennent conducteurs, soit en les dissolvant dans l'eau.

IV. Les oxydes se comportent d'une manière analogue. Davy soumit à l'action d'une pile de 250 couples un fragment

de potasse caustique; il vit à l'électrode positive se dégager une quantité considérable d'oxygène pur, et au fil négatif, se rassembler de petits globules brillants d'un métal nouveau qu'il appela *potassium*. La même expérience fut répétée avec la soude et donna le sodium. Mais comme ces métaux brûlent en décomposant, au moment où ils se forment, l'eau qui mouille ordinairement la potasse, il vaut mieux, comme le fit Seebeck, creuser à la surface du fragment une cavité C qu'on remplit de mercure et y plonger l'électrode négative (*fig.* 5o3).


Fig. 5o3.



Au bout de quelque temps, ce mercure prend l'aspect d'un alliage, et il laisse le potassium pour résidu, quand on le distille dans l'huile de naphte.

La potasse, la soude et la litharge fondues par la chaleur se décomposent de la même manière, et, en général, on peut dire que tous les oxydes seraient réduits par l'électricité s'ils pouvaient tous être rendus conducteurs.

SELS. — Les sels à acides minéraux offrent un dernier exemple de ces décompositions simples. On voit, comme précédemment, le métal se déposer sur l'électrode négative, pendant que l'acide et l'oxygène arrivent au pôle positif. C'est ainsi que le sulfate de cuivre SO^3CuO donne Cu au pôle — et SO^3, O au pôle +.

Pour expliquer cette décomposition, nous admettrons, avec quelques chimistes, que les sels en général, et en particulier SO^3CuO, sont formés par la combinaison binaire d'un métal Cu et d'un radical composé de l'acide et de l'oxygène ($SO^3, O = SO^4$), et que le courant ne fait rien autre chose que de séparer ces éléments. L'hydrogène étant un véritable métal, l'eau aiguisée d'acide sulfurique pourra être considérée comme un sulfate d'eau SO^4H, et les acides bromhydrique, chlorhydrique et iod-

hydrique comme des composés dont la base est métallique; alors la loi de toutes les décompositions précédentes sera celle-ci : « Les composés binaires formés par un métal uni à un radical, c'est-à-dire à un métalloïde ou à un acide suroxygéné, se détruisent par le passage d'un courant; le radical se porte au pôle positif, et le métal au pôle négatif. »

ACTIONS SECONDAIRES. — Les décompositions ne sont point toujours aussi simples que nous venons de le dire; elles se compliquent quelquefois d'actions secondaires qui modifient les résultats généraux, mais qu'il est facile d'expliquer. Si, par exemple, l'électrode positive est oxydable, elle est attaquée par l'oxygène et l'acide qui se portent à sa surface, et au bout de peu de temps elle se dissout; c'est ce qui arrive encore, même quand elle est de platine, lorsqu'on électrolyse un chlorure ou de l'acide chlorhydrique, auquel cas cette électrode forme un chlorure soluble.

Il résulte de là que si on électrolyse du sulfate de cuivre avec une électrode positive de cuivre, elle sera dissoute par la réaction de l'acide sulfurique et de l'oxygène, et reconstituera avec ces éléments et sa propre substance une quantité de sel précisément égale à celle qui est détruite par l'action du courant; de sorte que la liqueur conservera toujours la même composition, et que tout se réduira à un transport de métal du pôle positif au pôle négatif. La même chose aura lieu, en général, avec un sel quelconque, lorsque l'électrode positive sera faite du même métal que celui qui entre dans la solution. On utilise cette action secondaire dans la galvanoplastie, ainsi que pour la dorure et l'argenture électriques, afin de conserver à la dissolution une composition constante.

Dans d'autres circonstances, c'est la dissolution elle-même qui se modifie par la réaction que les éléments mis en liberté exercent sur elle. Un sel de protoxyde de fer jaunit autour de l'électrode positive, parce que l'oxygène qui se dégage le suroxyde; inversement, un sel de peroxyde se décolore au pôle négatif, parce que le fer, au lieu de se déposer, se dissout dans la solution qu'il ramène à un degré d'oxydation moindre. L'eau oxygénée s'électrolyse, mais une portion de son hydrogène est absorbée dans le liquide qui redevient de l'eau ordinaire.

La plus importante de ces réactions se produit dans l'électrolysation des sels appartenant aux métaux des deux premières sections. L'acide et l'oxygène doivent se porter et se portent en effet au pôle positif, et le métal devrait se déposer sur l'électrode négative; mais comme il décompose l'eau, il se transforme en oxyde et dégage de l'hydrogène. On fait ordinairement l'expérience dans un tube en U (*fig.* 504) rempli de sulfate de soude coloré avec du sirop de violettes, et l'on voit au bout de peu de temps la teinture rougir en A et verdir en B, ce qui indique la présence de l'acide et de l'alcali à ces deux extrémités. Si l'on employait le sulfate d'alumine ou celui de magnésie, on verrait les deux oxydes se rassembler en gelée autour du fil B.

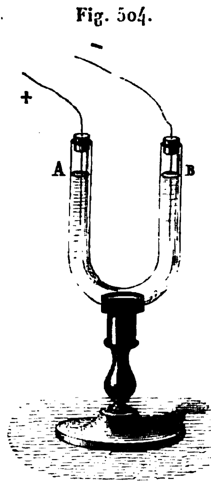


Fig. 504.

On doit à Nobili et à M. Becquerel une application fondée sur cette espèce de réaction. Quand on décompose au moyen de la pile une solution de protoxyde de plomb dans la potasse, on obtient du plomb métallique au pôle négatif et de l'oxygène au pôle positif, mais cet oxygène ne se dégage pas, il est absorbé par la liqueur et forme du bioxyde de plomb insoluble qui s'étale en couche mince sur l'électrode, en prenant les teintes des anneaux colorés. Il en résulte que si cette électrode est un métal poli, elle prend une coloration très-vive, qui change avec l'épaisseur du dépôt, et par conséquent avec le temps plus ou moins long de l'action.

L'électrolyse des sels ammoniacaux a conduit Gay-Lussac et Thenard à la véritable théorie de ces composés. On creuse dans un fragment de chlorhydrate d'ammoniaque un peu humide une cavité qu'on remplit de mercure; on opère comme le faisait Seebeck avec la potasse (*fig.* 503), et l'on obtient le même résultat. Le mercure s'épaissit, gonfle considérablement et prend tout l'aspect d'un amalgame, en même temps qu'il se dégage du chlore au pôle positif. Pour faire rentrer cette action singulière dans les lois de l'électrolysation, on a été conduit à admettre que le sel employé (AzH^3HCl) est un chlo-

rure (AzH^4Cl) d'un métal particulier (AzH^4) qu'on a nommé *ammonium*. Ce chlorure serait décomposé comme le sont tous les autres et formerait avec l'électrode négative, qui est en mercure, un amalgame peu stable et qui bientôt se décompose. Mais si l'on opère dans une dissolution aqueuse, ce métal décompose l'eau, forme un oxyde ($AzH^4O = AzH^3, HO$) et dégage de l'hydrogène; c'est donc par une action secondaire que, dans ce cas, le chlorhydrate d'ammoniaque se dédouble en chlore au pôle positif, et en ammoniaque et hydrogène au pôle négatif.

Tous ces faits sont de nature à jeter des doutes sur l'explication que nous avons donnée de l'électrolyse des solutions salines. On pourrait supposer que c'est l'eau qui est décomposée, car si cela était, elle donnerait de l'oxygène au pôle positif, ce qui a lieu, et au pôle opposé de l'hydrogène naissant qui réagirait sur le sel (SO^4Cu) et réduirait le métal. Pour être renseignés sur ce point, commençons par étudier en général l'électrolyse des mélanges.

CAS DES MÉLANGES. — Quand on soumet à l'action du courant un mélange de deux solutions salines, on trouve que l'un des sels est décomposé, quelquefois exclusivement, et presque toujours plus abondamment que l'autre. Ainsi M. Becquerel ayant fait dissoudre dans 100 équivalents d'eau un équivalent d'azotate d'argent et un autre équivalent d'azotate de cuivre, vit que l'argent seul se déposait au pôle négatif, mais qu'il s'y ajoutait ensuite une proportion croissante de cuivre quand on augmentait progressivement la quantité d'azotate de ce métal. Or, comme l'azotate d'argent est plus conducteur que celui de cuivre, on peut admettre que c'est lui qui transmet le courant et qui en subit l'action de préférence. C'est encore la conclusion à laquelle on arrive quand on examine, comme l'a fait Matteucci, la solution d'acide chlorhydrique : l'acide seul est décomposé quand elle est concentrée, et l'eau n'est électrolysée que lorsqu'elle domine beaucoup.

De là il est facile de prévoir que généralement l'eau ne jouera aucun rôle dans l'électrolysation des solutions salines, qu'elle ne sera décomposée que si elle est en très-grande proportion ou bien si elle est mêlée à un acide. C'est en effet ainsi

que les choses se passent. M. d'Almeïda a pris deux flacons étroits, réunis, à leur partie supérieure, par un canal étroit; il les a remplis d'une même solution de sulfate de cuivre ou d'un autre sel quelconque, et il a fait communiquer ces deux vases avec les deux pôles. Quand la solution était neutre et maintenue neutre pendant toute l'opération, chacun des vases perdait par la décomposition la même quantité de sel; cela prouve que ce sel est électrolysé exclusivement, car si l'eau l'était, elle dégagerait au pôle négatif une certaine quantité d'hydrogène qui, par réaction, réduirait du métal, et en définitive la solution s'appauvrirait plus dans le vase négatif que dans l'autre. Mais si le liquide est acide dans le verre positif, l'eau acidulée s'électrolyse en même temps que le sel, la réaction se fait, et la perte du métal est plus grande au pôle négatif. Or il est clair que, dans le cas où la solution est primitivement neutre, elle ne tarde pas à contenir au voisinage du pôle positif un excès d'acide produit par l'électrolysation, par conséquent l'eau ne tarde pas à jouer son rôle, et l'on voit la liqueur se décolorer au pôle négatif. Ce fait était signalé depuis longtemps par Pouillet.

COMPOSÉS DES MÉTALLOÏDES. — Nous n'avons étudié jusqu'à présent que les composés binaires ou ternaires à base métallique; ceux qui proviennent de la combinaison des métalloïdes entre eux sont loin d'éprouver des effets aussi simples. On en trouve d'abord un grand nombre qui ne sont point conducteurs et qui ne peuvent être électrolysés, puisqu'ils ne laissent pas passer le courant; ce sont les chlorures de soufre et de phosphore, le sulfure de carbone, l'acide sulfurique anhydre, etc. Quelques autres peuvent transmettre le courant quand on les mêle avec des dissolvants conducteurs; mais dans ce cas ce sont vraisemblablement ces dissolvants qui se décomposent en produisant des actions secondaires. Par exemple, l'ammoniaque concentrée, saturée de sulfate d'ammoniaque, donne de l'hydrogène au pôle négatif, et au fil positif, ou de l'azote pur ou un mélange d'oxygène, d'azote et d'oxydes azotés. Tout cela s'explique en supposant que le sulfate ammoniacal est décomposé, et que l'oxygène naissant réagit sur l'ammoniaque au pôle positif.

On peut de même expliquer l'électrolyse de l'acide azotique par la décomposition de l'hydrate AzO^6H; car l'hydrogène naissant au pôle négatif réagirait sur l'acide et donnerait lieu à un mélange d'azote, de bioxyde d'azote et d'hydrogène, en proportions variables avec les circonstances de l'expérience; c'est en effet ce qui a lieu. La même observation s'applique aux décompositions des acides sulfurique et phosphorique, et l'on peut admettre, avec Faraday, qu'elles sont dues à des phénomènes secondaires. Au reste, puisque l'électrolyse des composés formés par les métalloïdes n'offre aucune régularité, elle ne peut résulter que d'actions complexes, et ce n'est pas à ces cas singuliers qu'il faut s'adresser pour trouver les lois de l'électrolysation. Nous nous occuperons exclusivement des composés binaires métalliques et des sels.

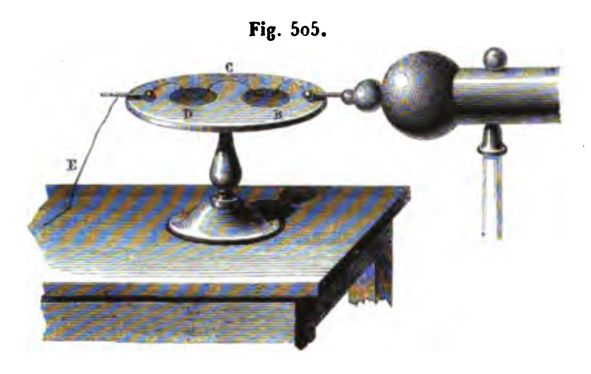
COURANTS FOURNIS PAR LES MACHINES ÉLECTRIQUES. — Les machines électriques et les piles diffèrent par cette circonstance que, pendant un temps donné, les premières produisent peu d'électricité qui atteint une grande tension, et les secondes beaucoup de fluide avec une tension très-faible. Il était intéressant de chercher si, malgré ces différences qui tiennent à leur origine, les courants engendrés par les deux appareils offrent les mêmes propriétés.

Wollaston prit deux conducteurs formés par des fils de platine extrêmement fins, soudés dans des tubes de verre de façon que le métal affleurait par un point seulement au bout du verre. Il les mit en communication avec les deux pôles d'une machine de Nairne en activité, les plongea dans l'eau, et il vit se dégager aux extrémités du platine des bulles de gaz qu'il reconnut être le mélange détonant d'oxygène et d'hydrogène. L'eau avait donc été décomposée. Reprise ensuite par Davy, cette expérience avait paru différer essentiellement de l'électrolysation ordinaire de l'eau; en effet les deux gaz ne se dégagent point isolément, l'un au pôle positif, l'autre au pôle négatif, mais tous deux à chaque électrode à la fois et en proportions variables. Faraday montra que cette circonstance est due à la production des étincelles qui éclatent à travers l'eau, et qu'en les évitant on produit une électrolysation tout aussi régulière avec la machine électrique

qu'avec les piles. On les évite en faisant circuler l'électricité à travers une longue corde mouillée.

Pour montrer que les machines décomposent les corps binaires à base métallique, Faraday plaçait sur une lame de verre (*fig.* 505) des gouttes de liquide ou des papiers imbibés

Fig. 505.



B, D, et les mettait en communication, d'une part avec la machine électrique, d'autre part avec la terre, et aussi entre eux par des fils de platine très-fins, simplement posés sur le verre. Au bout de peu de temps le liquide était décomposé, ce dont on s'apercevait à des signes certains : le sulfate de cuivre donnait un dépôt de cuivre à l'extrémité négative; l'iodure de potassium mêlé d'amidon devenait bleu au pôle positif, et l'acide chlorhydrique mêlé d'encre se décolorait au même pôle.

Faraday chercha ensuite à comparer les quantités d'électricité fournies par une machine et par un couple. Il prit une batterie de quinze jarres qui avait une surface totale de 2760 pouces carrés, la chargea en faisant 30 tours d'une forte machine électrique, et l'ayant déchargée à travers un galvanomètre, il obtint un arc d'impulsion de l'aiguille qu'il mesura. Lorsqu'on ne faisait que 15 tours du plateau, cette déviation se réduisait de moitié; par conséquent elle est proportionnelle à la quantité d'électricité.

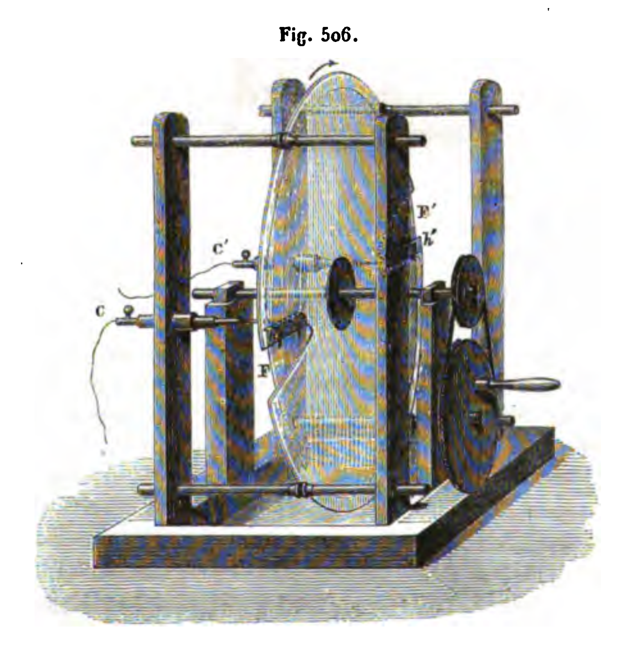
Ensuite Faraday construisit un couple avec deux fils, l'un de zinc, l'autre de platine, qui avaient $\frac{1}{20}$ de pouce de diamètre et plongeaient de $\frac{1}{8}$ de pouce dans de l'eau très-peu acidulée, pendant $\frac{8}{150}$ de minute. Ils produisirent sur le galvanomètre

le même arc d'impulsion que la batterie chargée de 30 tours : ils donnaient donc la même quantité d'électricité.

Cette expérience suffit pour montrer combien est grande l'électricité développée en un temps très-petit par un couple très-faible, et combien est minime celle que produit en un temps très-long une puissante machine.

MACHINE DE HOLTZ. — Depuis l'époque où Faraday faisait ces expériences, M. Holtz imagina une machine qui en un temps donné développe une quantité considérable d'électricité. Elle se compose de deux disques de verre vernis (*fig.* 506), l'un mobile autour d'un axe d'acier, l'autre fixe FF', percé d'un

Fig. 506.

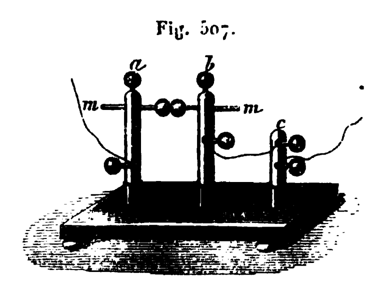


trou central, soutenu par son contour et présentant deux fenêtres F, F' sur les extrémités de son diamètre horizontal. Le bord supérieur de la première et le bord inférieur de la seconde sont garnis d'une armature en papier *h*, *h'* qui a deux pointes saillantes en carton. Deux conducteurs C, C', terminés par deux peignes métalliques, sont disposés vis-à-vis le disque mobile à la hauteur des armatures; ils communiquent avec

deux conducteurs *m*, *m'* (*fig.* 507) terminés par des boules qu'on peut approcher jusqu'au contact ou écarter.

On met la machine en activité en électrisant l'armature F avec une lame de caoutchouc durci frotté sur une fourrure. On a soin pendant ce temps de tenir en contact les boules *m*, *m* et de faire tourner rapidement la manivelle. Une fois l'instrument amorcé, on écarte les boules et on voit jaillir entre elles un véritable flot d'étincelles.

Fig. 507.



Voici la théorie de M. Holtz. Considérons la portion du disque mobile qui se trouve vis-à-vis l'armature F électrisée positivement; elle se charge de fluide négatif et repousse le positif dans le peigne C; elle continue son chemin, emportant son électricité négative qui reste maintenue par l'influence du plateau fixe et qui ensuite se décharge sur F'; F' se charge donc négativement. Dès lors les parties du plateau mobile qui parviennent vis-à-vis abandonnent d'abord leur fluide négatif au peigne C' et se chargent ensuite positivement, ce qui repousse une seconde quantité d'électricité négative dans le conducteur C'. Le jeu de cette machine est donc continu; elle donne des étincelles très-nombreuses et très-longues dont on peut augmenter la force en plaçant en communication avec les deux conducteurs les deux armatures d'une bouteille de Leyde, qui en augmentent la surface. Mis en rapport avec un galvanomètre, les deux pôles donnent un courant très-intense.

VOLTAMÈTRE. — Les vases dans lesquels on opère la décomposition de l'eau se nomment *voltamètres*. Le premier modèle que l'on ait employé a été décrit précédemment (*fig.* 502). Il offre quelques inconvénients : les acides que l'on ajoute à

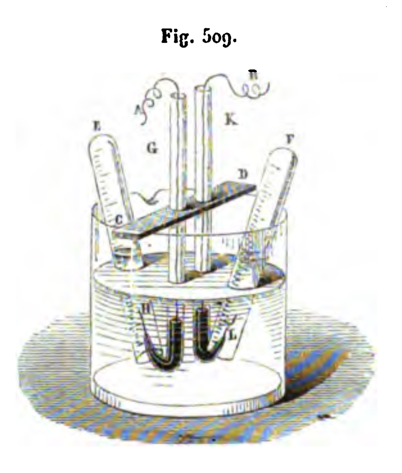
l'eau attaquent toujours le mastic et finissent à la longue par le décoller; quand cela arrive, le liquide coule le long des fils, entre lesquels il établit une communication extérieure et par où se fait en partie le dégagement des gaz, qu'on ne recueille pas en totalité dans les cloches.

Souvent l'on soude ou l'on mastique au sommet des cloches elles-mêmes les fils de platine qui se prolongent en descendant jusqu'à l'ouverture inférieure (*fig.* 508). On peut plonger les cloches dans un vase quelconque; mais alors le niveau de l'eau baisse à l'intérieur pendant que les gaz se dégagent, et la surface immergée des électrodes diminue. On verra dans la suite que cette circonstance affaiblit progressivement l'intensité du courant et diminue d'autant la décomposition.

Fig. 508.



Fig. 509.



On peut encore préparer des électrodes avec des tubes de verre GH, KL (*fig.* 509) amincis et recourbés à leur base, et dans lesquels on a soudé deux fils de platine H et L qu'on termine, si l'on veut, par deux lames du même métal. On soutient ces deux tubes par une planchette CD qui se pose sur les bords du vase; on établit les communications en y versant du mercure, dans lequel on plonge les rhéophores A et B; enfin les cloches E et F sont supportées par la partie recourbée des électrodes.

On peut encore introduire les deux électrodes L et H dans une cloche unique qui recueille à la fois les deux gaz; et comme on sait que le rapport des volumes de l'hydrogène à l'oxygène est constant, on déduit du volume total celui de chacun des éléments. Il est important d'arrêter le dégagement avant que le niveau des gaz ait atteint le sommet des fils conducteurs, car le platine offre, dans ce cas, la singulière propriété de recombiner ces gaz.

Tout le monde pourra d'ailleurs imaginer des dispositions différentes; mais on devra s'assujettir à ne pas déplacer les cloches pendant les expériences, et se mettre à l'abri de toutes les circonstances qui pourraient changer la conductibilité des appareils, afin de ne pas faire varier l'intensité du courant.

Si l'on essaye l'un après l'autre deux voltamètres dans un même courant, on s'apercevra facilement qu'ils donnent plus ou moins de gaz dans le même temps; c'est une circonstance qu'il faut expliquer. Toutes les fois qu'on interpose un voltamètre dans un circuit, on diminue considérablement l'intensité du courant à cause du peu de conductibilité de l'eau que contient ce voltamètre. Si les électrodes sont très-éloignées, la couche du liquide à traverser sera épaisse et la diminution d'intensité sera très-grande; si elles sont très-rapprochées, le courant passera mieux, et si on les remplace par des lames de platine étendues et voisines, il circulera par une plus grande surface et aura plus d'énergie. Ces différences de sensibilité des deux voltamètres peuvent donc s'expliquer par la résistance inégale qu'ils opposent au passage de l'électricité, et l'on ne doit jamais perdre de vue que le premier effet produit par leur interposition dans un courant est d'en diminuer l'intensité, de sorte qu'ils ne sont plus soumis qu'à l'action de ce courant réduit.

Mais lorsqu'on place à la fois dans le même circuit plusieurs voltamètres à la suite l'un de l'autre, les conditions sont très-différentes; ils sont traversés tous par le même courant, et l'on reconnaît qu'ils deviennent identiques et que la même quantité d'eau se décompose dans chacun d'eux, quelle que soit la différence d'action qu'ils éprouvent quand on les emploie individuellement. Pour démontrer cette identité, Faraday a placé dans le même circuit deux voltamètres qu'il

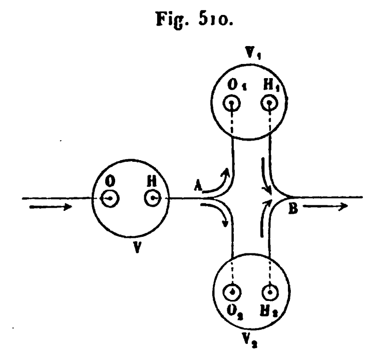
rendait aussi différents que possible, soit par la largeur, la nature et l'écartement des électrodes, soit par la proportion et l'espèce de l'acide qu'il mêlait à l'eau, soit en remplaçant cet acide par de la potasse ou de la soude. Il a reconnu que, malgré toutes ces modifications, les quantités de gaz fournies par les deux appareils restaient toujours égales dans l'un et dans l'autre; de là on peut déduire cette première loi fondamentale : « Le même courant décompose toujours la même » quantité d'eau pendant le même temps. »

Voyons maintenant comment varie la quantité d'eau décomposée quand l'intensité du courant change. La méthode employée par Pouillet pour résoudre cette question consiste à placer dans le circuit qui réunit les deux pôles d'une pile un voltamètre et une boussole des sinus ou des tangentes, et à comparer l'intensité mesurée par cette boussole à la quantité de gaz recueillie dans le voltamètre pendant un temps donné; or Pouillet a trouvé que « l'intensité est toujours proportion- » nelle à la quantité de gaz. »

Faraday opère autrement :

Nous supposerons (*fig.* 510) que le fil conducteur qui réunit les pôles se divise au point A en deux rameaux formés par des conducteurs de même nature, égaux en section et en longueur, et disposés suivant la même forme; puis nous les réunirons en un tronc unique B rejoignant l'autre pôle. Cela fait, nous placerons dans le courant total, et dans chacun des circuits dérivés, des voltamètres identiques V, V_1, V_2, qui ne détruiront pas la symétrie des deux branches du courant. Il est évident que, dans les parties où le conducteur est unique, le courant aura une intensité totale déterminée, et qu'il se séparera dans le circuit double en deux flux électriques d'intensité moitié moindre. Après un temps quelconque nous trouverons dans chacun des voltamètres dérivés V_1, V_2 des quantités d'eau égales entre elles et à la moitié de

Fig. 510.



celle que contient V. Ces deux modes d'expériences conduisent donc à la loi suivante : « Les courants décomposent » pendant un temps donné des quantités d'eau proportion- » nelles à leur intensité. »

Il résulte de là que l'on pourra différemment mesurer l'intensité d'un courant par une boussole ou par un voltamètre placés dans le circuit; mais il y aura entre ces deux mesures une différence essentielle.

Si nous faisons passer un même courant à travers un circuit contenant plusieurs boussoles des sinus mises à la suite l'une de l'autre, il déviera leurs aiguilles d'angles très-différents; chaque boussole exprimera l'intensité en fonction d'une unité individuelle, et pour raccorder les indications de deux d'entre elles, il faut avoir préalablement déterminé le rapport de leurs sensibilités.

Il n'en est pas de même dans la mesure électrométrique. Tous les voltamètres, quels qu'ils soient, traversés par des courants égaux donnent la même quantité de gaz pendant le même temps; l'intensité mesurée par cette quantité n'est donc pas fonction de la sensibilité d'un appareil particulier, et l'unité de courant pourra être définie par une décomposition déterminée pendant un temps donné. Cela étant, « nous convenons » de prendre pour unité d'intensité celle du courant qui dé- » gage 1 gramme d'hydrogène en 1 minute. » Par suite, l'intensité d'un courant quelconque sera exprimée par le poids p d'hydrogène qu'il donne dans l'unité de temps,

$$i = p = 0^{gr},000895 \times v,$$

en désignant par v le volume de l'hydrogène en centimètres cubes.

Il faut se rappeler maintenant que la quantité ou la masse d'électricité qui circule dans un conducteur est proportionnelle à l'intensité p de ce courant et au temps t pendant lequel il passe, et comme d'un autre côté le poids total P de l'hydrogène dégagé est égal au produit de cette intensité p par ce temps t, « P pourra servir à mesurer la quantité d'élec- » tricité e »,

$$e = P = pt.$$

Cette quantité d'électricité sera égale à l'unité si $P = 1$,

c'est-à-dire si le poids total de l'hydrogène recueilli est égal à l'unité; et si l'on convient de représenter par 1 l'équivalent de cet hydrogène, on voit que l'unité d'électricité est celle qui décompose 1 équivalent d'eau.

Le courant est une force que l'on mesure par l'intensité p, et l'action chimique qu'elle produit est un travail qu'elle accomplit et qui est égal à pt ou au nombre d'équivalents d'hydrogène qu'elle met en liberté. Ce que nous appelons quantité d'électricité n'est donc, dans les idées de la mécanique, que la quantité de travail chimique effectué par la force pendant la durée de son action.

En résumé :

1° L'unité d'intensité est celle du courant qui dégage 1 gramme d'hydrogène en 1 minute;

2° L'intensité d'un courant est égale au poids d'hydrogène dégagé en 1 minute;

3° L'unité d'électricité est la quantité qui décompose 1 équivalent d'eau;

4° La quantité d'électricité est égale au poids de l'hydrogène qu'elle dégage.

Nous avons vu, page 12, que, pour une boussole des tangentes donnée, on a la formule

$$i = k \tang \delta = p.$$

On pourrait donc mesurer l'intensité vraie d'un courant avec un instrument de ce genre, si l'on connaissait k. Or on peut toujours déterminer ce coefficient, en faisant passer un courant constant à travers la boussole et un voltamètre, en observant δ et le poids p d'hydrogène dégagé en une minute, et en calculant k une fois pour toutes au moyen de l'équation précédente.

k étant connu, la même équation servira à calculer l'intensité i d'un courant quelconque qui déviera la boussole d'un angle δ, et la quantité d'électricité e qui circulera pendant un temps t sera

$$e = kt \tang \delta.$$

LOI DE FARADAY. — Quand une loi physique est constatée pour un corps arbitrairement choisi, on doit s'attendre à la re-

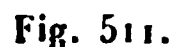
trouver dans tous les cas analogues. Nous pouvons donc très-légitimement prévoir que l'électrolysation de tous les corps qui se décomposent sans actions secondaires offrira les mêmes circonstances que l'électrolysation de l'eau, c'est-à-dire que la masse de matière décomposée sera proportionnelle à la masse d'électricité mise en circulation, et nous aurons à chercher quelle quantité d'électricité est nécessaire pour électrolyser 1 équivalent d'un composé quelconque. Ces prévisions sont en effet exactes, et non-seulement Faraday les a justifiées, mais il a découvert une loi dont la valeur n'a pas besoin d'être signalée; c'est que « la même quantité d'électricité que nous » avons prise pour unité est nécessaire et suffisante pour » électrolyser 1 équivalent de tous les corps binaires dont » la formule est AR. » L'extrême importance du sujet nous oblige à exposer les recherches de Faraday avec quelque développement.

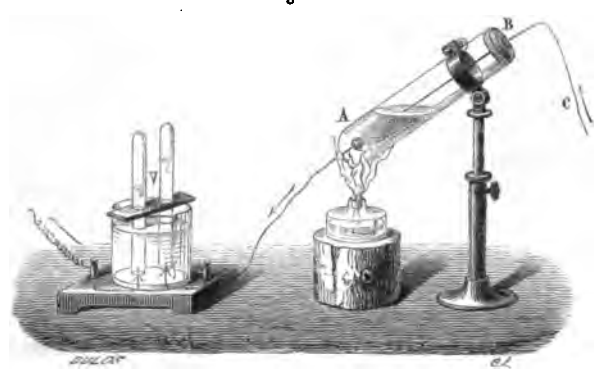
Le procédé expérimental est le même dans tous les cas. On place à la suite l'un de l'autre un voltamètre et l'appareil où se décompose l'électrolyte qu'on veut étudier. On fait passer dans ce système un courant quelconque qui n'a pas besoin d'être constant, et l'on prolonge l'action jusqu'à ce qu'il y ait dans les deux appareils une quantité suffisante de matière décomposée. On mesure le volume de l'hydrogène dégagé dans le voltamètre, et on le multiplie par sa densité 0,000895 pour avoir son poids P. Ce poids exprime la quantité d'électricité qui a passé. On mesure de même le poids P' du métal déposé à l'électrode négative dans le second vase; $\frac{P'}{P}$ serait ce poids si la quantité d'électricité était égale à l'unité. Si donc on trouve que $\frac{P'}{P}$ est égal à l'équivalent du métal, on en conclura que l'unité d'électricité décompose 1 équivalent de l'électrolyte considéré.

Les premières expériences ont été faites avec des solutions concentrées des acides chlorhydrique, bromhydrique et iodhydrique qu'on plaçait dans un second voltamètre à la suite du premier. Les quantités d'hydrogène furent égales dans tous les deux. Ce résultat prouve que la même quantité d'électricité décompose à la fois le même nombre d'équivalents d'eau et

de ces acides, pourvu qu'on admette qu'ils sont réellement décomposés; mais comme on pourrait expliquer l'action en supposant que l'eau seule soit électrolysée, il faut s'adresser à des corps binaires anhydres.

Faraday choisit d'abord le protochlorure d'étain. Il souda au fond d'un tube de verre AB un fil de platine terminé par un bouton A (*fig.* 511); ce fil avait été pesé avec soin. Il plaça le


Fig. 511.



chlorure dans le tube, le maintint fondu par une lampe à alcool, et fit arriver le courant par une électrode positive B de graphite qui n'est point attaqué par le chlore. Après l'action, il trouva dans le tube du bichlorure, et au pôle négatif une masse d'étain qui avait été fondue et avait coulé au fond, où elle s'était alliée avec le bouton A. On pesa de nouveau le platine avec le culot, et l'on compara le poids P de l'hydrogène dégagé dans le voltamètre à celui de l'étain P′ déposé par le courant. $\frac{P'}{P}$ fut trouvé égal à 58,53, qui diffère peu de l'équivalent de l'étain.

Le chlorure de plomb fut étudié de la même manière. L'oxyde et le borate de plomb, qui offrent plus de difficultés parce qu'ils fondent à des températures plus élevées et qu'ils attaquent le verre, furent placés dans des creusets de platine; dans ces trois cas, les valeurs de $\frac{P'}{P}$ furent trouvées égales à 100,85, 93, 101,29. Ces nombres diffèrent sensiblement de

l'équivalent du plomb, qui est 103,6, mais les différences rentrent dans les erreurs d'observation.

Après avoir confirmé ces résultats par quelques autres expériences sur des substances analogues, Faraday changea son mode d'opération. Au lieu d'empêcher l'altération des électrodes positives, il la favorisa en laissant se dissoudre au pôle positif le métal qui se déposait à l'électrode négative. Ainsi les chlorures d'argent et de plomb étaient décomposés par deux lames d'argent et de plomb, et le poids de l'une augmentait autant que celui de l'autre diminuait. Les résultats numériques furent conformes à la loi annoncée.

Faraday n'avait guère étudié que les composés binaires de la formule AR. Presque à la même époque, et par des procédés différents, Matteucci était arrivé de son côté à énoncer la même loi et quelques autres que nous ferons bientôt connaître. Il électrolysait des sels rendus conducteurs par la fusion ignée : par exemple, l'acétate et le borate de plomb et l'azotate d'argent; puis il les fit dissoudre dans l'eau, et dans les deux cas il trouva qu'il fallait 1 unité d'électricité dynamique pour décomposer 1 équivalent de chacun d'eux. Daniell étudia ensuite les sels alcalins : il plaça du sulfate de soude dans un voltamètre qui était partagé en deux parties par une cloison poreuse, de sorte que l'acide et l'oxygène se portaient dans l'une, et l'oxyde avec l'hydrogène dans l'autre; il trouva encore que l'unité d'électricité met en liberté 1 équivalent de chacun de ces corps. Cela montre que la réaction qui transforme le sodium en soude et en hydrogène n'altère en aucune façon la loi.

Matteucci eut l'idée de soumettre à l'électrolysation un mélange de deux sels; chacun d'eux était décomposé, et pour l'unité d'électricité il ne se déposait qu'une fraction d'équivalent de chaque métal, mais la somme de ces deux fractions était égale à l'unité.

Dans tous ces exemples, on n'a considéré que des composés formés par 1 équivalent de métal et 1 équivalent de radical, c'est-à-dire d'acide suroxygéné ou de métalloïde. Il était essentiel de chercher comment la loi se modifie quand on s'adresse à des corps dont la formule chimique est plus complexe. Matteucci a d'abord trouvé que le bichlorure de cuivre Cu Cl

obéit à la loi de Faraday, mais que le protochlorure Cu^2Cl donne 2 équivalents de cuivre et 1 équivalent de chlore, quand il est traversé par l'unité d'électricité.

M. Ed. Becquerel a examiné ensuite une série de chlorures, d'iodures et d'oxydes dont la composition était très-différente, ou des sels acides et basiques, et il a trouvé que pour l'unité d'électricité il y avait toujours 1 équivalent du métalloïde ou de l'acide suroxygéné mis en liberté au pôle positif, avec la quantité correspondante de métal au pôle négatif; ou, ce qui revient au même, que pour décomposer 1 équivalent d'un composé de la formule A^mR^n, il faut autant d'unités d'électricité qu'il y a d'équivalents du radical dans la formule, c'est-à-dire *m*. C'est donc la proportion d'acide ou de métalloïde, et non celle de la base, qui détermine la quantité de décomposition. On peut dire toutefois que la généralisation précédente a besoin d'être justifiée par de nouvelles études.

La loi de Faraday ainsi étendue se résume donc par l'énoncé suivant : « Toutes les fois qu'une unité d'électricité dynamique » traverse un électrolyte, elle met en liberté 1 équivalent du » métalloïde ou de l'acide avec la quantité de métal qui lui » correspond dans la combinaison. »

SOIXANTE-QUATRIÈME LEÇON.

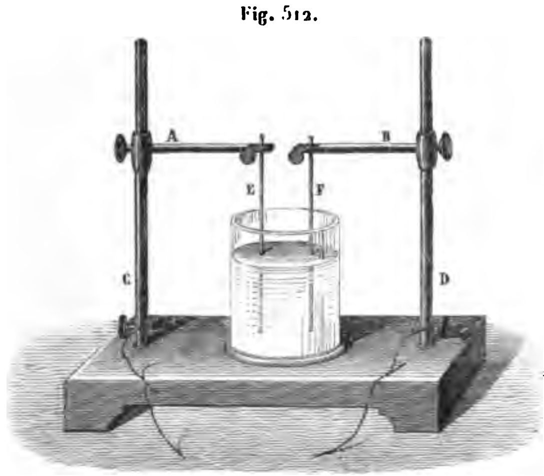
DU TRAVAIL ÉLECTROCHIMIQUE INTÉRIEUR.

Concomitance de l'action chimique et de la force électromotrice. — Cas des liquides et des métaux. — Cas des corps simples. — Cas des acides et des oxydes. — Idée première de la théorie des piles.
Propriétés du zinc amalgamé. — Distinction de deux actions chimiques dans un couple. — Loi du travail chimique intérieur. — Il est produit par le passage du courant.

CONCOMITANCE DE L'ACTION CHIMIQUE ET DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE. — Nous étudierons dans cette Leçon les actions chimiques qui se produisent dans les auges d'une pile.

Pour préparer aisément des couples très-divers, nous nous servirons de l'appareil représenté dans la *fig.* 512; il se com-

Fig. 512.



pose d'une base de bois sur laquelle s'élèvent deux colonnes de laiton C et D mises en communication par leur base avec un

galvanomètre, et le long desquelles glissent deux traverses A et B qu'on fixe à une hauteur convenable par des vis de pression. Aux extrémités de ces traverses, deux pinces servent à saisir des fils ou des lames de métaux différents E et F qui plongent dans un bocal plein de liquide. Il est clair que si les métaux sont choisis de telle sorte que la force électromotrice qui se développe au contact du liquide soit plus grande sur E que sur F, un courant passera sur FBD, traversera le galvanomètre et reviendra par CAE. C'est ce qui arrive quand E est une lame de zinc, F un fil de platine et le liquide un acide étendu.

Dans cette expérience, l'eau est dccomposée, l'hydrogène se dégage et l'acide suroxygéné se fixe sur le zinc qui se dissout dans l'acide. Tant que cette action chimique se continue, le courant persiste; quand elle diminue, il s'affaiblit; si elle cesse, il est nul. Nous voyons qu'il y a là deux phénomènes concomitants qui varient en même temps et dans le même sens.

I. **CAS DES LIQUIDES ET DES MÉTAUX.** — 1° F étant toujours en platine, mettons en E un fil de cuivre ou d'argent. Si le vase contient de l'acide sulfurique étendu, il n'y a ni action chimique ni courant; quand on emploie de l'acide azotique, l'argent ou le cuivre se dissolvent, et un courant se manifeste.

2° Avec une dissolution de sulfate de cuivre et un métal qu'elle n'attaque pas (cuivre, argent, etc.), il n'y a point de courant; avec un métal qu'elle dissout (zinc, fer, etc.), le courant se montre.

3° Le sulfure de potassium dissous ne produit ni action chimique ni courant quand E est en fer. Un courant se développe d'abord et cesse bientôt après, si l'on emploie de l'étain, du plomb ou du bismuth, parce qu'il se forme un sulfure adhérent qui arrête l'action chimique. Le cuivre, l'antimoine et l'argent se recouvrent également d'une couche de sulfure, mais qui n'adhère point; aussi l'action chimique et le courant ne font que s'affaiblir sans s'annuler. Avec le zinc, dont le sulfure est soluble dans le liquide, on obtient une action chimique et un courant sensiblement constants.

4° On fixe deux fils d'or identiques en E et en F, on les plonge dans l'acide azotique et on les y laisse jusqu'à ce que

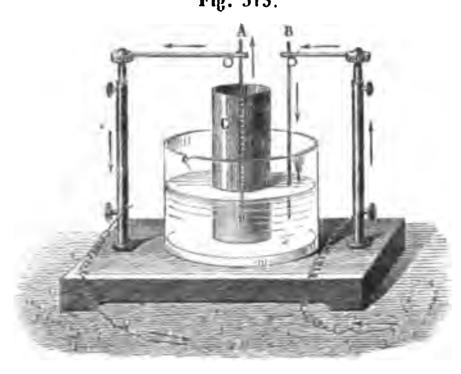
l'aiguille du galvanomètre, toujours déviée au commencement par des actions perturbatrices, revienne au zéro du cadran. Ensuite on verse avec une pipette quelques gouttes d'acide chlorhydrique autour du fil E; il est immédiatement attaqué, et l'aiguille est instantanément déviée. Au bout de quelque temps, l'action chimique s'épuise et le courant cesse; mais on peut les reproduire l'un et l'autre en sens opposé, en mettant de nouvel acide chlorhydrique au voisinage du fil F.

II. **CAS DES CORPS SIMPLES.** — 1° On peut remplacer F par une tige de charbon, E par une lame métallique quelconque, et les plonger dans une solution de chlore ou d'iode, le métal est attaqué et le sens du courant indique qu'il devient négatif.

2° Pouillet place sur le plateau supérieur d'un électromètre un cône de charbon allumé à son sommet, et il entretient la combustion par un jet d'oxygène ou d'air. Au bout de peu d'instants, l'appareil est chargé et le plateau supérieur a reçu de l'électricité négative. On peut aussi disposer le charbon sur un support métallique au-dessous de l'électromètre et projeter l'oxygène de manière qu'il rencontre d'abord le charbon, ensuite le plateau inférieur; on trouve que les lames d'or prennent l'électricité positive.

III. **CAS DES ACIDES ET DES OXYDES.** — Plaçons dans un bocal de verre un vase de terre cuite poreuse C (*fig.* 513). Versons

Fig. 513.

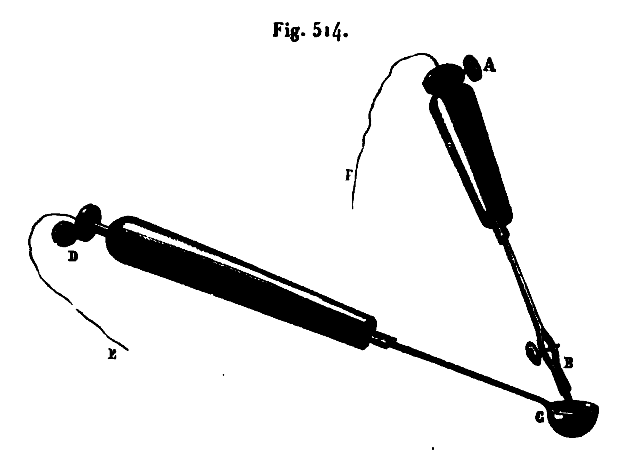


un acide dans ce vase et une solution de potasse à l'extérieur,

puis mettons les deux liquides en communication avec un galvanomètre par deux tiges de platine A et B et par les supports de l'appareil; ils se combineront peu à peu à travers la paroi poreuse, et nous constaterons aussitôt l'existence d'un courant énergique allant dans le sens des flèches, de l'acide vers l'alcali, ce qui veut dire que l'acide est positif au contact de l'alcali, qui prend l'électricité opposée.

L'expérience peut être exécutée d'une autre manière avec une petite cuiller de platine C remplie d'acide (*fig.* 514), dans

Fig. 514.



laquelle on plonge, au moyen d'une pince B également de platine, un morceau de potasse caustique. La cuiller et la pince sont prolongées jusqu'aux deux boutons D et A qui servent à les mettre en communication par des fils E et F avec un galvanomètre; elles sont enveloppées et isolées par deux manches de bois. Le courant est très-faible, parce que la potasse est peu conductrice; mais comme à chaque immersion l'aiguille reçoit une impulsion dans le même sens, on plonge et on soulève la pince alternativement, de manière à faire coïncider les immersions et les interruptions avec les mouvements d'aller et de retour que l'aiguille effectue pendant ses oscillations.

De ces expériences et d'une multitude d'autres que nous n'avons point rapportées, ressortent les conclusions suivantes:

1° Quand il n'y a pas d'action chimique, il n'y a pas de cou-

rant, ou, réciproquement, quand il n'y a pas de courant, il n'y a pas d'action chimique;

2° Lorsqu'on prépare un couple en réunissant par un arc de platine qui n'est pas attaqué, ou un métal et un liquide qui le dissout, ou bien un corps simple et un métalloïde qui joue vis-à-vis de lui le rôle d'acide, ou bien enfin un oxyde et un acide, il y a toujours un courant qui accompagne l'action chimique;

3° Le sens du courant indique que le métal, le corps simple ou l'oxyde prennent l'électricité négative, et que le liquide, le métalloïde ou l'acide se chargent positivement;

4° La quantité d'action chimique et l'intensité du courant produit augmentent et diminuent en même temps : nous démontrerons qu'elles sont proportionnelles.

ZINC AMALGAMÉ. — Avant d'aborder les lois de ces actions, il faut faire connaître une propriété singulière que M. de la Rive a découverte dans le zinc pur, et Kemp dans le zinc amalgamé.

Quand on plonge dans l'acide sulfurique étendu une lame de zinc ordinaire, elle est immédiatement attaquée et dégage à sa surface un courant continu d'hydrogène en bulles très-petites. Si on fait la même épreuve avec une lame identique de zinc pur ou de zinc ordinaire primitivement amalgamé, elle n'éprouve aucune altération sensible, seulement elle se revêt de bulles d'hydrogène qui grossissent peu à peu, restent adhérentes à la surface et ne se dégagent qu'avec une extrême difficulté.

Fig. 515.



Nous allons chercher si cette différence d'action est accompagnée d'une variation quelconque dans l'état électrique du métal. A cet effet, nous préparerons deux couples formés de lames C et Z identiques (*fig.* 515) que nous plongerons dans deux vases égaux, contenant la même eau acidulée, et nous ferons en

sorte qu'il n'y ait aucune différence entre eux, si ce n'est que le zinc de l'un sera amalgamé et celui de l'autre à l'état ordinaire. Nous mettrons les lames C et Z en communication avec un électromètre condensateur; nous trouverons que le cuivre est positif et le zinc négatif, et nous ne constaterons aucune inégalité sensible dans l'énergie de la charge des deux couples. Conséquemment, l'action chimique continue à laquelle est soumis le zinc ordinaire ne détermine pas la production de l'électricité statique, puisque l'absence de cette décomposition sur le zinc amalgamé ne l'empêche pas.

Laissant les deux expériences comparatives préparées comme il vient d'être dit, réunissons dans les deux couples le cuivre au zinc par l'intermédiaire d'un galvanomètre, ou en faisant toucher leurs parties supérieures : alors le courant s'établit.

Étudions d'abord le cas où le zinc est amalgamé.

Au moment même où l'on ferme le circuit, l'eau commence à être décomposée, mais avec des circonstances tout exceptionnelles. L'hydrogène se dégage, non contre le zinc, mais en bulles serrées sur la surface du cuivre, et le zinc amalgamé, qui jusqu'alors était inactif, se dissout peu à peu sans changer aucunement d'aspect, sans cesser d'être recouvert des mêmes bulles adhérentes qui signalaient la première phase de l'expérience. Toutes les fois qu'on ouvre le circuit, le dégagement d'hydrogène sur le cuivre et la dissolution du zinc s'arrêtent; toutes les fois qu'on le ferme et que le courant se rétablit, les deux actions recommencent. Si donc nous avons pu dire précédemment qu'il n'y a point de courant sans action chimique, nous pouvons constater maintenant qu'il n'y a point d'action chimique continue sans courant.

Ce courant marche du cuivre au zinc dans le galvanomètre. Or, si l'on supposait qu'il fût produit par une cause extérieure et qu'on le fît passer dans le couple que nous étudions, il traverserait le liquide du zinc au cuivre, le décomposerait en portant l'acide suroxygéné sur le zinc, qui alors se dissoudrait, et en dégageant l'hydrogène sur le cuivre, c'est-à-dire qu'il reproduirait précisément, avec tous ses caractères, l'action chimique à laquelle donne lieu la fermeture du circuit dans le couple. Tout cela peut se résumer en disant : 1° qu'il n'y a point d'action chimique continue si le circuit est ouvert;

2° qu'elle se produit immédiatement quand le courant passe; 3° qu'elle est absolument identique à l'électrolysation que produirait ce courant si on le puisait à une autre source.

Répétons les mêmes épreuves avec une lame de zinc ordinaire. Elle dégageait de l'hydrogène quand le circuit était ouvert; elle en dégage encore tout autant et pas plus lorsqu'on le ferme. Cette action est donc permanente, sans influence sur la charge statique du couple isolé, et sans relation avec le courant qu'il produit. Mais si l'on fait abstraction de cette décomposition anormale que rien n'active ou n'empêche, on retrouve, en fermant le circuit, tous les phénomènes qu'offrait le zinc amalgamé, c'est-à-dire un courant qui traverse le galvanomètre de C à Z, et une nouvelle décomposition de l'eau qui transporte l'hydrogène sur le cuivre et l'oxygène sur le zinc, dont la dissolution s'accélère, décomposition qui naît quand le contact s'établit et qui s'arrête quand on le détruit.

Les deux espèces de zinc offrent donc : 1° des phénomènes communs : des tensions égales aux pôles quand le circuit est ouvert, et, quand il est fermé, un courant et une action chimique qui a tous les caractères d'une électrolysation déterminée par ce courant; 2° des phénomènes individuels, savoir : le zinc amalgamé, des bulles d'hydrogène qui restent adhérentes; le zinc ordinaire, un dégagement continu du même gaz à sa propre surface. Mais ces derniers phénomènes n'ont rien de commun avec la tension ni avec le courant.

Pour expliquer le dégagement continu de l'hydrogène sur le zinc du commerce, on admet que ce métal étant généralement impur, il offre à sa surface des points tels que O et H (*fig.* 516), où la force électromotrice est très-différente, et qu'étant réunis par un conducteur qui est la masse même du zinc, ils forment un couple à circuit fermé. Dès lors l'un d'eux, O, doit être attaqué, et l'autre, H, doit dégager de l'hydrogène. Deux faits semblent justifier cette manière de voir : le premier est la difficulté qu'on éprouve à attaquer le zinc distillé pur et homogène qui se comporte comme s'il était amalgamé, le second est qu'on voit en effet à la surface du zinc ordinaire des points sur lesquels naissent les bulles et qui ne s'attaquent pas, tandis que

Fig. 516.

les parties voisines se creusent et ne dégagent rien; ces points changent d'ailleurs de place quand la corrosion du métal en découvre d'autres qui les remplacent.

Cette propriété du zinc amalgamé se maintient quand, au lieu d'étudier un seul couple, on en réunit un nombre quelconque : la pile à tasses de M. Gassiot avait été spécialement construite pour le démontrer; elle avait 3500 éléments amalgamés, amorcés avec de l'eau de pluie, et elle était parfaitement isolée. C'est la seule pile connue qui ait développé à ses pôles une tension suffisante pour donner des étincelles visibles entre deux conducteurs séparés par un intervalle appréciable. Or, tant que les pôles furent séparés, ils manifestèrent cette tension sans que l'on pût constater d'action chimique dans les couples; même on remplaça l'un d'eux par un vase rempli d'iodure de potassium et d'amidon sans que ce liquide se colorât en bleu. Mais aussitôt que l'on fermait le circuit, le courant se développait, et en même temps le travail chimique, c'est-à-dire une électrolysation dans le sens de celle que le courant produirait s'il en était la cause. Ainsi, en résumé, 1° circuit ouvert : tension aux pôles et pas d'actions chimiques; 2° circuit fermé : courant et électrolysation. Ce sont les conséquences auxquelles nous avait conduit l'examen d'un seul couple.

DISTINCTION ENTRE DEUX ACTIONS CHIMIQUES DANS LES COUPLES. — Les propriétés que nous venons d'analyser dans le couple zinc-cuivre se retrouvent dans tous ceux que nous avons examinés à la page 67. Il est essentiel d'y distinguer deux actions chimiques différentes : l'une inefficace, l'autre qui est une électrolysation nécessaire.

1° On plonge du zinc et du platine dans le sulfate de cuivre : tant que le circuit est ouvert, on voit le zinc se couvrir d'un dépôt de cuivre, comme il se couvrait d'hydrogène dans l'acide sulfurique étendu. C'est, à l'origine, l'effet de la même action inefficace. Quand on ferme le circuit, ce dépôt change de place et se fait sur le platine pendant que le zinc se dissout; ces phénomènes sont ceux du cas précédent, avec cette différence que le sulfate de cuivre SO^4Cu est électrolysé, au lieu du sulfate d'hydrogène SO^4H.

2° Deux lames, l'une de platine, l'autre de zinc, sont placées dans le sulfure de potassium : une action inefficace lente se remarque pendant que le circuit est ouvert; quand il est fermé, le courant marche du platine au zinc à l'extérieur, du zinc au platine dans le liquide, et celui-ci se sépare en soufre qui attaque le zinc et en potassium qui se rend sur le platine et où par une action secondaire il dégage de l'hydrogène.

3° Quand l'acide sulfurique et la potasse séparés par une cloison poreuse sont réunis par un fil de platine BCDA, un courant suit ce conducteur et revient dans le liquide de A en B :

D C
KO SO³
— +
A B

Ce courant doit transporter en A l'acide sulfurique et l'oxygène, et en B le potassium qui se transforme en potasse et hydrogène : c'est en effet ce qu'on observe. Mais quand le circuit reste ouvert, les deux liquides se mêlent lentement par endosmose, sans qu'il y ait aucun dégagement de gaz, et se combinent sans effet utile.

4° On met dans l'intérieur du vase poreux (*fig.* 512) du sulfate de fer et une lame de fer A, et à l'extérieur du sulfate de cuivre avec une lame de platine B : aucune action ne se produit tant que le circuit est ouvert; quand on le ferme, on voit le fer se dissoudre, ce qui prouve que l'acide sulfurique suroxygéné SO^4 se porte sur lui, et en même temps le platine se recouvre de cuivre. Si l'on ajoutait un excès d'acide sulfurique dans le sulfate de fer, une action permanente dégagerait de l'hydrogène sur le fer, mais elle n'ajouterait rien à l'intensité du courant et ne changerait pas l'électrolysation qu'on remarque quand il passe.

Il est maintenant évident que dans tous les éléments des piles formées avec du zinc ordinaire, il y a une action chimique nécessaire et efficace, généralement très-faible, qui s'établit quand le circuit est fermé, et qu'il y en a une autre souvent très-vive et permanente qui ne sert à rien qu'à user les piles. Celle-ci, il faut la supprimer, et c'est ce qu'on fait en amalgamant les zincs. Alors tout se réduit à une simplicité parfaite : il

n'est plus nécessaire d'inventer des dispositions pour plonger les éléments dans les vases au moment voulu et les en retirer quand on arrête l'expérience; on prépare la pile une fois pour toutes et on la peut abandonner à elle-même : la dissolution du zinc ne se fait que si le courant passe; elle s'arrête toutes les fois qu'on interrompt les communications, et après ces interruptions, qui peuvent durer très-longtemps, la pile, qui n'a fait que se reposer, est prête à reprendre toute son activité si on rétablit le courant. Dans ce qui va suivre, nous négligerons absolument les actions inefficaces pour ne considérer que l'électrolysation qui accompagne le courant et qui constitue le véritable travail chimique intérieur. Nous allons comparer ce travail à la quantité d'électricité produite.

LOI DU TRAVAIL CHIMIQUE INTÉRIEUR. — Matteucci a énoncé la loi suivante : « Quand une unité d'électricité dynamique » a été produite, un équivalent de zinc a été dissous dans » chacun des couples de la pile; il en est de même si l'on » remplace le zinc par un autre métal susceptible d'être atta- » qué par le liquide. » Depuis lors, Daniell a repris ce sujet et a développé cette loi par les expériences que nous allons rapporter.

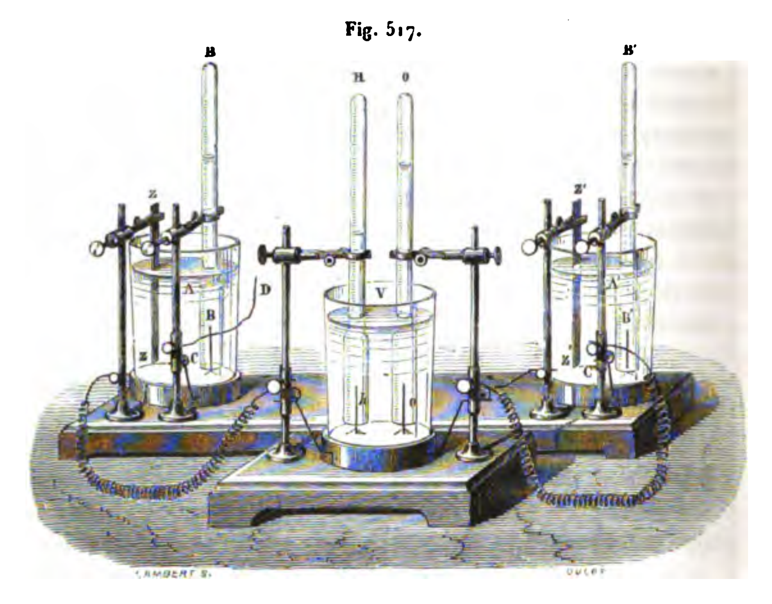
Il disposa la pile de manière à pouvoir recueillir l'hydrogène qui se dégage sur la lame de cuivre (*fig.* 517).

Le premier élément de cette pile est plongé dans le vase A; il se compose d'une lame de zinc ZZ qui est le pôle négatif et d'un fil de platine B qui remplace l'élément cuivre; ce fil est recouvert d'une cloche BB et communique au zinc suivant par CD. Tous les couples sont liés entre eux de la même manière, jusqu'au dernier A'. On ferme le circuit en réunissant les deux pôles avec les deux électrodes *o* et *h* d'un galvanomètre V, et au bout d'un certain temps on peut mesurer les quantités de gaz dégagées. Or Daniell a reconnu qu'elles étaient égales, soit dans les cloches des couples, soit dans celle du voltamètre.

Ensuite il changea la disposition de la pile : au lieu de placer les couples à la suite dans une série linéaire, il les groupa de manière à former plusieurs piles distinctes égales ou inégales; puis il réunit tous les rhéophores positifs en un

seul et à l'un des fils du voltamètre, et tous les rhéophores négatifs à l'autre fil, de façon que chaque pile partielle était

Fig. 517.



traversée par son propre courant, et le voltamètre par la somme des courants; il trouva dans ce voltamètre une quantité d'hydrogène égale à la somme de celles qui étaient dégagées dans chaque élément des diverses piles.

Les couples pouvaient être amorcés avec des liquides plus ou moins acidulés, ou différents en nature, ce qui permettait de leur donner une énergie très-inégale quand on les examinait individuellement; mais quand on les réunissait en série linéaire, ils devenaient tous identiques, c'est-à-dire qu'ils dégageaient tous des volumes d'hydrogène égaux entre eux et à celui du voltamètre, parce qu'étant alors traversés à la fois par la somme des courants produits par chacun d'eux, ils éprouvaient une égale électrolysation.

Voulant généraliser cette épreuve, Daniell imagina de placer plusieurs éléments orientés dans le même sens à la suite les uns des autres et d'y ajouter un dernier couple dirigé inversement. L'action dans ce dernier élément étant contraire à celle des premiers, le courant total devait être et fut en effet

affaibli; mais ce qu'il y eut d'important, c'est que l'action demeura la même dans tous les couples et que l'électrolysation fut renversée dans l'élément retourné : l'hydrogène se dégagea sur le zinc et l'oxygène sur le platine.

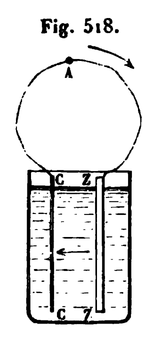
Enfin Daniell prépara une pile avec des éléments tout à fait dissemblables par la grandeur et la nature des métaux, ainsi que par la composition des liquides électromoteurs qui étaient, ou de l'eau acidulée, ou des sulfates de zinc, ou des sels de cuivre, et il reconnut que dans tous les cas il y avait 1 équivalent de liquide décomposé dans les couples, en même temps que 1 équivalent d'hydrogène dégagé dans le voltamètre extérieur.

En général, on peut imaginer une pile composée, comme on le voudra, de couples absolument quelconques orientés les uns dans un sens, les autres en sens opposé, et l'on peut réunir les pôles de cette pile par une chaîne de voltamètres contenant tous les électrolytes possibles. Quand on fermera le circuit, « l'électrolysation se fera dans tous les liquides comme si un même courant traversait le circuit, du pôle positif au pôle négatif dans le conducteur extérieur, et du pôle négatif au pôle positif dans la pile; et quand 1 unité d'électricité dynamique aura parcouru le circuit total, il y aura 1 équivalent de liquide décomposé, soit dans chacun des voltamètres, soit dans chacun des couples actifs, de façon que le travail chimique sera égal dans chaque auge. » C'est là précisément l'énoncé auquel Matteucci était arrivé dès 1834, et qui a été surabondamment vérifié depuis par les expériences de MM. Buff, Soret et Despretz; il exprime la loi générale du travail chimique établie par l'expérience seule et indépendante de toute considération théorique. Nous allons maintenant l'interpréter.

Si nous considérons un couple unique (*fig.* 518), la force électromotrice, quelle que soit la cause à laquelle on la rapporte, se développera en ZZ, et chargera le liquide d'électricité positive; celle-ci le traversera de ZZ en CC, puis reviendra de CC en ZZ par le circuit CAZ. De même, l'électricité négative se portera sur ZZ, passera de ZZ en CC par le conducteur A, et de CC en ZZ par le liquide. Que ce transport inverse des deux électricités contraires se produise directement ou par décompositions et recompositions successives, cela n'importe

pas : ce qui est évident, c'est que le même courant traversera le liquide aussi bien que le conducteur extérieur, qu'il décrira un cercle complet et que la même quantité d'électricité passera à la fois par une section quelconque de ce liquide et de ce conducteur. La section de contact ZZ ne différera des autres que parce qu'elle est l'origine du mouvement électrique, mais celui-ci se produira de la même manière à travers elle qu'à travers toutes. Donc l'électrolysation devra se faire dans le liquide intérieur, et il y aura transport de l'acide suroxygéné sur ZZ et de l'hydrogène sur CC, en quantités égales à celles qui se dégageraient dans le conducteur extérieur s'il contenait un voltamètre.

Fig. 518.



L'égalité du travail chimique à l'intérieur et à l'extérieur des piles est donc un fait nécessaire et indépendant de toute hypothèse sur la cause des courants. Par suite, nous admettrons les conclusions suivantes :

1° Le même courant traverse tout le circuit en décrivant une courbe fermée; il va du pôle positif au pôle négatif dans le conductenr interpolaire; il revient du pôle négatif au pôle positif dans la pile;

2° Pendant le passage de ce courant il se produit une électrolysation nécessairement équivalente dans toutes les auges traversées, soit dans le conducteur extérieur, soit dans les couples de la pile.

SOIXANTE-CINQUIÈME LEÇON.

THÉORIE CHIMIQUE DES PILES. — PILES A COURANT CONSTANT.

Mode de décomposition dans l'électrolysation. — Phénomènes de transport. — Hypothèses électrochimiques. — Oxygène ozoné.
Causes d'affaiblissement des piles. — Polarisation des électrodes. — Pile à gaz. — Résistance au passage des courants. — Piles à courant constant, — de Daniell, — de Grove, — de Bunsen.

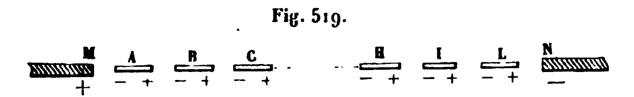
Jusqu'à présent nous n'avons étudié que les lois expérimentales qui règlent le travail chimique des piles. Elles résument toutes les connaissances précises que nous possédons sur ce sujet, et suffisent pour toutes les applications que nous aurons à faire.

Mais elles ne suffisent point à l'esprit, puisqu'elles ne sont liées entre elles par aucune interprétation théorique. Or, comme elles résultent évidemment des rapports qui existent entre l'électricité et la constitution de la matière, il faut tâcher de découvrir ces rapports, afin d'en faire découler ces lois elles-mêmes. Il s'agit, en un mot, de créer un système hypothétique pour expliquer ce que l'on sait et pour deviner ce que l'on ne sait pas. Les idées que nous allons exposer n'auront qu'une valeur d'imagination, et ne seront, si on les admet, que des vérités de convention et pour ainsi dire provisoires.

MODE D'ACTION DANS L'ÉLECTROLYSATION. — Tout le monde est d'accord sur l'explication qu'on doit donner du transport aux deux pôles opposés des molécules séparées par l'électrolysation : cette explication est due à Grotthus. Déjà nous avons admis avec M. de la Rive que dans un conducteur solide les deux pôles M et N (*fig.* 519) décomposent par influence l'électricité neutre des molécules A, B, C,..., et que les ten-

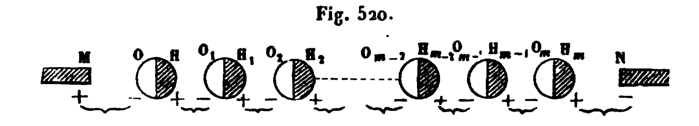
sions opposées croissent jusqu'au moment où les attractions des fluides contraires peuvent vaincre la résistance intermoléculaire, recomposer le fluide neutre et céder de l'électricité

Fig. 519.



négative à + M et positive à — N. La transmission des courants doit se faire de la même manière dans tous les corps solides ou liquides, et en particulier dans l'eau (*fig.* 520). Mais comme

Fig. 520.



dans ce cas les molécules formées d'oxygène et d'hydrogène sont dissymétriques, on admet que l'action d'influence commence par les orienter en une série régulière dans laquelle l'oxygène se place du côté de + M en se chargeant négativement, et l'hydrogène du côté de — N en devenant positif. Alors O est attiré vers + M, H vers O_1, et ainsi de suite, par des forces électriques qui tendent à séparer les atomes constituants, et qui croissent jusqu'à faire équilibre à l'affinité. A partir de ce moment, toutes les molécules se décomposent.

Le premier atome O d'oxygène se porte sur + M, le dernier H_m d'hydrogène se dégage sur — N, tous les atomes intermédiaires se recombinent de l'un au suivant, comme cela est indiqué par des accolades, et ils reconstituent des molécules d'eau nouvelles, à l'état neutre et orientées inversement; puis, l'action des pôles recommençant, le même effet se reproduit à intervalles successifs tant que passe le courant, et il est clair que la quantité de décomposition est proportionnelle à la quantité d'électricité qui passe. Cette explication ne préjuge absolument rien sur l'état électrique des molécules, ni sur la nature de l'affinité, qu'elle laisse indéterminés; elle ne suppose qu'une seule propriété sur laquelle nous reviendrons, celle que posséderaient les molécules de s'orienter et de se séparer.

Tous les cas de l'électrolysation s'expliquent avec la même

facilité; nous nous contentons de les représenter par les symboles suivants, qui peuvent nous dispenser de tout détail nouveau :

Composés binaires (chlorures).

+ M —— Cl R | Cl R | ... | Cl R | Cl R —— N −
+ − + | − + | | − + | − + −

Sels (sulfates).

+ M —— SO^4 R | SO^4 R | ... | SO^4 R | SO^4 R —— N −
+ − + | − + | | − + | − + −

PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT. — Quelquefois le transport des éléments mis en liberté est plus complexe sans être plus difficile à expliquer. Je suppose que l'on reprenne l'appareil de la *fig.* 513, p. 68, que l'on mette de la potasse dans le bocal de verre, de l'acide sulfurique dans le vase poreux, et que l'on fasse passer un courant dans le sens indiqué par les flèches, de la potasse à l'acide. Il se dégagera de l'oxygène au pôle positif B, de l'hydrogène à l'électrode négative A, et au bout d'un temps suffisamment long on trouvera que l'acide et la potasse ont changé de place. Ce transport se fait comme il suit par des décompositions successives :

C

+ A —— O K | O K | O K || SO^4 H | SO^4 H | SO^4 H —— B −
+ − + | − + | − + || − + | − + | − + −

L'acide SO^4 traverse la cloison C pour former du sulfate de potasse du côté de + A; le potassium marche en sens inverse pour former aussi le même sel vers − B; à son tour, ce sel est décomposé, et cette action ne se termine que lorsque tout l'acide et toute la potasse se sont portés aux pôles positif et négatif. La même chose aura lieu si l'on étudie deux sels quelconques, par exemple

C

+ M — SO^4 Cu | ... | SO^4 Cu || Az O^6 Ag | ... | Az O^6 Ag — N −
+ − + | | + + || − + | | − + −

On doit à Davy des expériences plus curieuses. Il disposait à la suite l'une de l'autre trois capsules, A, B, C (*fig.* 521), contenant : la première de la potasse, la deuxième de l'eau, la

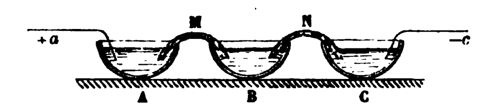
troisième de l'acide sulfurique; il les réunissait par deux mèches d'amiante mouillée **M** et **N**, et faisait passer un courant de A en C :

M N

+ A —— O K | O K || O H | O H || SO^4 H | SO^4 H —— C —
\+ — + | — + || — + | — + || — + | — + —

En considérant les mèches **M** et **N** comme des cloisons, on voit que le potassium traverse la première en allant vers — C,

Fig. 521.



pendant que SO^4 marche vers + A. Comme, d'après la loi de Faraday, le même nombre d'équivalents s'électrolyse à la fois dans les trois auges, celle du milieu contient bientôt du sulfate neutre de potasse, qui à son tour se décompose en transportant SO^4 à + A et K à — C. Par conséquent, le liquide doit rester toujours neutre dans la capsule B, et à la fin de l'opération ce liquide est de l'eau pure comme au commencement. Mais si l'on mettait dans les auges extrêmes de l'azotate de baryte et du sulfate de potasse, on verrait du sulfate de baryte se précipiter dans l'auge moyenne et échapper par là à toute décomposition ultérieure.

Tous ces phénomènes s'expliquent donc une fois qu'on a admis le principe des décompositions successives. Mais quand on veut aller plus loin, et qu'on se demande comment il se fait que les molécules s'orientent d'abord et se séparent ensuite par l'effet du courant, il faut absolument imaginer une relation entre la force inconnue que l'on appelle *affinité*, et cette autre force tout aussi peu déterminée que l'on nomme *électricité*, ou, ce qui est la même chose, inventer le rôle que l'électricité joue dans la constitution de la matière.

HYPOTHÈSE ÉLECTROCHIMIQUE. — Ampère suppose que les atomes possèdent une électricité qui leur appartient en propre, les uns la positive, c'est le cas de l'hydrogène et des métaux, les autres la négative, ce sont les atomes des métalloïdes et des radicaux, tels que SO^4, et qu'à l'état de liberté ils sont enveloppés

d'une atmosphère de fluide contraire, neutralisant sans l'annuler l'électricité propre à chacun d'eux. Quand ces atmosphères disparaissent, deux atomes de nom contraire s'attirent électriquement et deviennent adhérents; alors ils sont combinés, et l'affinité qui les a réunis se réduit à n'être plus que l'attraction de leurs électricités. Si cette hypothèse était fondée, deux métalloïdes électronégatifs tous deux ne pourraient point se combiner. Pour éviter cette objection, Berzélius admit que toute molécule est dissymétrique, qu'elle possède deux pôles opposés, et que la combinaison se fait quand deux de ces molécules se soudent par leurs extrémités de nom contraire; enfin M. de la Rive a précisé cette idée. Il donne des tensions polaires inégales aux atomes des divers corps, et il pose en principe, sans le justifier, qu'ils se combineraient par la réunion du pôle positif le plus fort avec le pôle négatif le plus faible; par exemple, le pôle négatif du soufre se réunirait au positif plus fort de l'oxygène pour former l'acide hyposulfureux, et ce serait le pôle positif de ce même soufre qui se joindrait au négatif plus faible de l'hydrogène dans l'hydrogène sulfuré. M. de la Rive explique ainsi toutes les combinaisons possibles ainsi que le renversement du rôle électrochimique d'un corps quand il s'unit avec un autre dont la tension polaire est plus grande ou plus faible que la sienne. On voit que l'embarras n'est pas d'inventer une constitution de la matière, qu'il est plutôt dans le choix qu'on doit faire entre celles qui ont été proposées. Toutes ces conceptions sont des jeux de l'imagination, et il n'est pas douteux qu'un esprit exercé à ce genre de spéculations ne puisse arriver à se satisfaire par des suppositions très-différentes et nombreuses. Du moment qu'on s'adresse à un problème aussi indéterminé, on peut le résoudre par un grand nombre de solutions possibles.

Sans s'embarrasser de ces atmosphères et de ces pôles qui rendent l'hypothèse invraisemblable et qui la compliquent inutilement en voulant la préciser, la majorité des physiciens paraît s'accorder pour admettre que les atomes *peuvent* s'électriser positivement ou négativement, suivant les cas, et qu'au moment de se combiner, deux d'entre eux se chargent toujours de quantités égales de fluides contraires. Le soufre serait négatif avec les métaux dans tous les sulfures, et positif avec

l'oxygène dans les acides sulfureux ou sulfurique. Mais les métalloïdes, et les radicaux tels que SO^4, seraient toujours négatifs dans les combinaisons qu'ils forment avec l'hydrogène ou les métaux. Comme ces combinaisons sont les seules dont l'électrolysation soit incontestable, ce sont aussi les seules qui doivent nous occuper. Dès lors, quand un composé tel que l'eau se forme, l'oxygène dégage de l'électricité positive et reste chargé négativement, l'hydrogène dégage de l'électricité négative en devenant positif, et les deux atomes, ainsi pourvus de quantités égales de fluides contraires, se réunissent en une seule molécule qui est neutre. Quand le composé ainsi formé se détruit, l'oxygène et l'hydrogène reprennent les électricités qu'ils avaient dégagées, savoir, le premier la positive, le second la négative, et ils repassent à l'état naturel.

Une fois qu'on a admis cette hypothèse, l'explication de l'électrolysation devient complète. En effet, c'est parce que l'oxygène est négatif et l'hydrogène positif que les molécules d'eau s'orientent d'abord quand le courant commence à passer. La tension devenant plus grande, les molécules se détruisent, leur oxygène avance d'un rang, leur hydrogène recule d'autant, de façon que le même nombre de molécules d'eau, moins une, se reconstitue, et que l'oxygène et l'hydrogène des molécules extrêmes s'échappent sur les électrodes où elles sont ramenées à l'état naturel.

Après chacune de ces décompositions et recompositions successives, les diverses parties du conducteur se retrouvent à l'état naturel, et les deux molécules d'oxygène et d'hydrogène qui se dégagent enlèvent aux deux pôles des quantités d'électricité égales et contraires à celles qu'elles avaient dans la molécule d'eau; donc, au bout d'un temps quelconque, la quantité d'électricité qui a passé mesure celle que les molécules possédaient quand elles étaient combinées. Or la loi de Faraday nous apprend que la même masse électrique dégage 1 équivalent du radical d'un électrolyte quelconque; par conséquent, « cet équivalent contient dans tous les électrolytes » une même quantité d'électricité négative, et le métal une » quantité égale de l'électricité opposée. » On interprète ainsi la loi de Faraday de la même manière que la loi de Dulong sur la chaleur spécifique des atomes.

Non-seulement l'hypothèse que nous venons d'admettre doit expliquer l'électrolysation, mais encore la production de l'électricité dans les couples des piles.

On admet tout d'abord *une force d'affinité préexistante* entre SO^4 et Zn. Si cette force existe, elle décomposera l'eau acidulée $\left(\underset{-}{SO^4}\ \underset{+}{H}\right)$; une molécule $\left(\underset{-}{SO^4}\right)$ qui est négative s'unira à une molécule de zinc; mais comme celle-ci doit être positive dans la combinaison qui se forme, elle laissera du fluide négatif sur la lame de zinc en se détachant d'elle. D'un autre côté, l'hydrogène $\underset{+}{H}$ sera mis en liberté, il chargera positivement le liquide en se dégageant, et les tensions augmenteront sur le zinc et dans le liquide à mesure que l'action continuera. Mais celle-ci ne tardera pas à se limiter, car le zinc devenu négatif attirera l'hydrogène et repoussera le radical $\underset{-}{SO^4}$; un équilibre s'établira entre ces forces électriques et l'affinité, et les pôles, tant qu'ils seront isolés, demeureront chargés d'une tension limite persistante, grâce à une action chimique préalable.

En fermant le circuit, on offrira une issue aux électricités, la force d'affinité reprendra son énergie première, l'action chimique deviendra continue, le courant passera, et l'hydrogène se dégagera sur le cuivre à cause des décompositions successives qui auront lieu dans le liquide de molécule à molécule.

On peut préciser davantage le rôle de cette force d'affinité qui existe entre $\underset{-}{SO^4}$ et Zn. On admet que son premier effet consiste à décomposer le fluide naturel de Zn, à attirer le positif sur la partie immergée *n* et à repousser le négatif à la partie extérieure Z; ensuite toutes les molécules d'eau se polarisent et s'orientent, et le cuivre Cu lui-même se charge par influence, négativement sur la surface immergée C et positivement sur les points *u* extérieurs au liquide :

$$\underset{-}{Z}\ \underset{+}{n}\ \underset{-}{SO^4}\,\underset{+}{H}\ \Big|\ \underset{-}{SO^4}\,\underset{+}{H}\ \Big|\ \ldots\ \Big|\ \underset{-}{SO^4}\,\underset{+}{H}\ \Big|\ \underset{-}{SO^4}\,\underset{+}{H}\ \underset{-}{C}\ \underset{+}{u}$$

Si le circuit reste ouvert, cet état de polarisation persiste indéfiniment; aussitôt qu'on le ferme, les électricités de Z et

de C se recombinent, et comme leur présence agissait pour diminuer la tendance à la combinaison de $\underset{-}{SO^4}$ avec le zinc, leur disparition l'augmente jusqu'à la rendre efficace. Alors le premier atome de $\underset{-}{SO^4}$ s'unit à $\underset{+}{Zn}$, toutes les molécules d'eau se détruisent à la fois, d'autres se reforment suivant le mode ordinaire, et l'hydrogène se dégage sur le cuivre en lui enlevant de l'électricité négative.

En résumé, toute la théorie des piles repose sur les principes suivants :

1° Il y a une affinité ou force électromotrice préexistante au contact d'un métal avec un liquide;

2° Elle oriente les molécules du liquide et développe des différences de tensions aux deux pôles quand le circuit est ouvert;

3° S'il est fermé, elle détermine une oxydation et une dissolution continues du zinc, un dégagement proportionnel et continu d'électricité, qui circule sous forme de courant dans le circuit et y détermine des actions chimiques équivalentes.

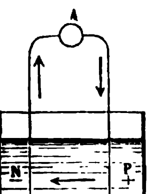
OXYGÈNE OZONÉ. — Ces théories reposent sur la possibilité d'électriser les atomes des corps. Un fait très-curieux paraît susceptible d'être rattaché à cette hypothèse. Van Marum avait reconnu que les étincelles électriques développent une odeur que l'on a comparée à celle du gaz nitreux, du phosphore ou du soufre, mais qui en réalité est spéciale et caractéristique. Ayant fait passer les étincelles dans un tube rempli d'oxygène, il trouva que ce gaz acquérait cette odeur et en même temps la faculté d'oxyder le mercure. Oubliées pendant longtemps, ces expériences ont été reprises par M. Schœnbein. Il reconnut que le gaz oxygène qui se dégage de l'eau qu'on électrolyse présente les mêmes caractères, et il les attribua à la formation d'une substance particulière qu'il nomma *ozone* et qu'il croyait être un suroxyde d'hydrogène. Depuis lors, les travaux de MM. de la Rive et Marignac, et ceux de MM. Fremy et E. Becquerel, ont fait voir que l'ozone est de l'oxygène dans un état allotropique spécial. On le produit, soit en électrolysant l'eau, soit en faisant passer des étincelles électriques au milieu de l'oxygène sec et pur, soit en dirigeant ce gaz sur du phosphore humide, soit en décomposant, d'après M. Houzeau, du bioxyde

de baryum par l'acide sulfurique à une basse température. Ainsi préparé, l'oxygène a des propriétés oxydantes très-énergiques : il se combine à froid avec les métaux, tels que l'argent, le cuivre, le mercure; il transforme les acides sulfureux et hypoazotique en acides sulfurique et azotique; enfin il décompose instantanément l'iodure de potassium et met l'iode en liberté, ce qui colore le liquide en jaune s'il est pur, et en bleu s'il est mêlé à l'amidon. En tous cas, l'oxygène ne peut, par aucun moyen, être entièrement ozonisé; mais si on le maintient au-dessus d'un bain d'iodure de potassium et qu'on le soumette à une succession d'étincelles, il est absorbé aussitôt qu'il se transforme, et la totalité du gaz finit par disparaître. Toutes ces expériences prouvent que l'oxygène passe à un état particulier, et quelques personnes ont pensé qu'il est électrisé à l'état de liberté comme il l'est dans ses combinaisons.

CAUSES D'AFFAIBLISSEMENT DES PILES.

POLARISATION DES ÉLECTRODES. — Quand on fait passer le courant d'une pile A à travers un électrolyte quelconque (*fig.* 522), le radical se porte au pôle positif P et la base au pôle négatif N, et tous deux s'accumulent au voisinage des surfaces des électrodes. Si l'on vient ensuite à remplacer la pile A par un galvanomètre, ce radical et cette base se recombinent, le premier est positif en P, la seconde négative en N, et il se produit dans le sens PAN un courant contraire à celui qui a déterminé l'électrolysation. Ce phénomène était connu depuis longtemps; c'est M. Becquerel qui l'a expliqué par la réaction des éléments mis en liberté.

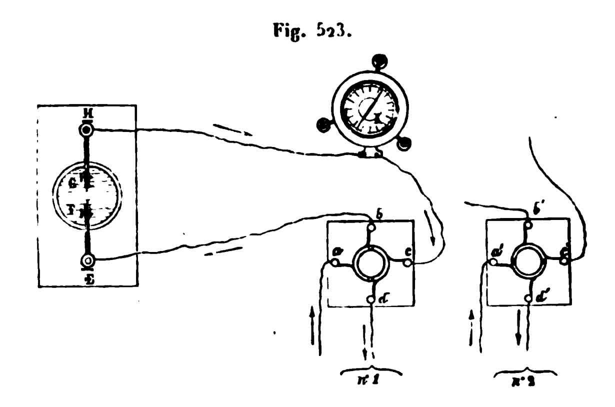
Fig. 522.



Pour rendre l'expérience plus aisée, nous ferons arriver le courant de la pile en *a*, dans un interrupteur *abcd* (*fig.* 523); de là il passera par *b*E dans un vase à décomposition FG figuré déjà (p. 66); il reviendra par un galvanomètre K, en *c*, en *d* et enfin à la pile. Quand le courant aura circulé pendant quelque temps, nous placerons l'interrupteur dans la position indiquée n° 2, le courant de la pile ira de *a'* en *d'* sans passer par l'électrolyte; mais la communication restera établie entre

E et H par le fil Eb' c'H et par le galvanomètre K : nous constaterons alors un courant qui est toujours opposé à celui de

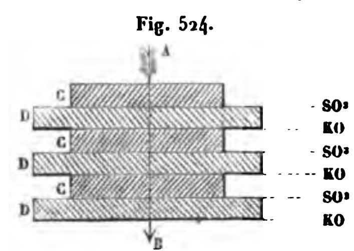
Fig. 523.



la pile; il est très-énergique si le vase FG contient un sel alcalin; il existe encore, quoique plus faible, si l'on opère sur des acides et même sur l'eau pure.

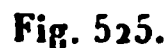
Il est clair que le même effet ne ferait que se multiplier si, au lieu d'un seul vase à décomposition, on en mettait plusieurs à la suite l'un de l'autre, ou si l'on plaçait dans une même auge une série de cloisons métalliques successives; chacune d'elles fonctionnerait comme électrode, positive d'un côté et négative de l'autre; c'est à peu près ce que faisait Ritter. Il composait des piles inactives par elles-mêmes, en empilant des disques de cuivre CCC (*fig.* 524), séparés par des draps DDD imbibés d'une dissolution saline, par exemple de sulfate de potasse, et il les soumettait pendant un certain temps à l'action d'un courant AB; alors l'acide sulfurique se portait à la partie supérieure de tous les draps, la potasse à la partie inférieure; chacun de ces draps devenait un couple actif séparé du suivant par un conducteur métallique, et leur ensemble constituait une pile dont le pôle positif était en A et le négatif en B. En réunissant ces pôles par un conducteur, on avait par con-

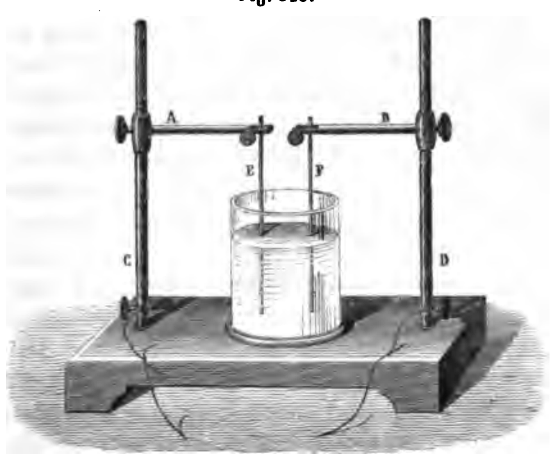
Fig. 524.



séquent un courant opposé à AB, pendant tout le temps qu
l'acide et la potasse mettaient à se recombiner.

Pour justifier l'explication qu'il avait donnée, M. Becquerel fit les expériences suivantes. Il plongea d'abord dans du sulfate de potasse (*fig.* 525) deux lames de platine E et F, réunies entre elles par un galvanomètre, et il s'assura qu'elles


Fig. 525.



ne produisaient aucun courant. Alors il les retira du liquide pour plonger l'une dans l'acide sulfurique, l'autre dans la potasse, puis il les replaça dans le sulfate de potasse, et il reconnut qu'elles développaient un courant intense traversant le galvanomètre de l'acide à l'alcali. Pour varier l'expérience, il fit passer un courant à travers le sulfate de potasse par les lames E et F, et quand elles eurent été recouvertes par l'électrolysation d'une quantité suffisante de potasse et d'acide, il enleva le vase et le remplaça par un autre contenant une solution identique, mais qui n'avait point été préalablement électrolysée : le même courant se produisit. Non-seulement ces expériences prouvent que c'est à la réaction des éléments décomposés que le phénomène est dû, mais elles montrent encore qu'il faut l'attribuer, non pas à leur recomposition directe, mais à l'état particulier dans lequel ils mettent les lames de platine qui en sont revêtues. C'est pour exprimer ce fait qu'on dit

qu'elles sont *polarisées*, et cela veut dire que le siége des forces électromotrices est placé sur elles. Tous les effets s'expliquent si on admet qu'au contact des acides ou des alcalis, le platine devient positif ou négatif; mais ils ne sont plus aussi évidents si on cherche l'origine du développement électriquè dans la combinaison des deux corps, puisqu'ils ne se touchent point.

Lorsque l'électrolysation se fait sans produire aucune accumulation des éléments sur les électrodes, elles ne se polarisent pas, et il n'y a point de courant de réaction : c'est ce que l'on constate quand on décompose un sel avec deux lames du métal qui forme la base de ce sel, comme du sulfate de cuivre, de l'azotate d'argent ou du sulfate de zinc, par des lames de cuivre, d'argent ou de zinc, car l'action se réduit à un transport du métal de l'électrode positive à la négative; c'est ce que l'on remarque encore quand on électrolyse l'acide azotique étendu par deux fils de cuivre ou de zinc amalgamé, car l'oxygène se combine avec le pôle positif qui se dissout, et l'hydrogène est absorbé dans l'acide qui est réduit au pôle négatif. Mais quand on a décomposé l'eau acidulée ou même l'eau pure avec des électrodes de platine, elles donnent des courants secondaires. Au premier abord il paraît difficile d'appliquer à ce cas l'explication précédente, parce que les éléments séparés sont des gaz qui paraissent se dégager en totalité, et aussi parce qu'ils n'ont pas la propriété directe de se combiner l'un à l'autre. Cependant la vérité de cette observation est pleinement démontrée.

M. Becquerel a d'abord prouvé que les deux électrodes qui ont servi à la décomposition de l'eau sont capables de produire un courant quand on les plonge dans un liquide conducteur qui n'a pas été primitivement électrolysé. Matteucci a été plus loin : il a fait séjourner deux lames de platine, l'une dans l'oxygène, l'autre dans l'hydrogène, et, au bout de dix minutes, il les a trouvées polarisées comme si elles avaient servi à la décomposition de l'eau. Voulant constater ensuite qu'elles avaient absorbé et condensé des gaz, il introduit celle qui avait été polarisée par l'oxygène dans une petite cloche pleine d'hydrogène; elle y produisit une diminution de volume notable, ce qui prouve non-seulement qu'elle avait gardé de

l'oxygène, mais qu'elle lui avait donné la propriété, qu'il ne possède pas naturellement, de se combiner avec l'hydrogène. Tous ces faits sont confirmés enfin par de nombreux travaux de M. Schœnbein, et en particulier par l'expérience qui suit. On fait passer dans les deux branches d'un tube en U plein d'eau deux courants gazeux, l'un d'oxygène, l'autre d'hydrogène, soit en les y amenant par des tubes de verre, soit en les y dégageant par un courant avec deux électrodes de platine. Après quelque temps, l'eau a dissous dans chaque branche une proportion déterminée de ces gaz, et si l'on y plonge deux lames de platine réunies par un galvanomètre, elles accusent un courant dans le même sens que précédemment.

Deux points importants résultent du travail de Matteucci : 1° la faculté que possède le platine de condenser l'hydrogène et l'oxygène; 2° la propriété acquise par ces gaz condensés de se combiner directement, l'un avec l'hydrogène, l'autre avec l'oxygène, d'où il suit qu'une lame de platine introduite dans le mélange détonant de ces deux gaz doit déterminer la formation de l'eau. C'est en effet ce qui se passe avec l'éponge de platine, comme Dœbereiner l'a découvert, et c'est aussi ce qui a lieu avec le platine laminé quand il est bien décapé, ainsi que Faraday l'a constaté.

Dans le cours des recherches qu'il fit sur le voltamètre, Faraday eut l'occasion de recueillir les deux gaz dans une cloche unique qui recouvrait à la fois les deux électrodes. Quand elle fut pleine et que les électrodes furent tout entières dans le gaz, il interrompit le courant. Alors l'oxygène et l'hydrogène commencèrent à se recombiner et à reproduire de l'eau. M. Bertin a constaté, depuis, que cette recomposition se produisait même pendant le passage du courant et faisait détoner le mélange quand la pile avait une cinquantaine de couples.

Faraday étudia séparément les propriétés de chacune des électrodes après qu'elles avaient servi pendant dix minutes à l'électrolysation de l'eau. A cet effet, il les lavait à l'eau distillée, les essuyait et les plongeait dans un mélange détonant. La négative était à peu près sans action, mais la positive déterminait une recomposition des gaz, d'abord lente, ensuite assez rapide pour faire disparaître deux pouces cubes du mélange en

une minute, toujours accompagnée d'une augmentation de température qui allait jusqu'à faire bouillir l'eau et se ralentissant ensuite pour devenir nulle au bout de quelques jours. Une action tout à fait pareille se produit avec un mélange de deux gaz quelconques pouvant donner lieu à des combinaisons stables. En résumé, cette électrode a toutes les propriétés que M. Kuhlmann a reconnues à l'éponge de platine, et elle les conserve pendant longtemps quand on la maintient plongée dans l'eau où elle a été préparée ou dans une solution de potasse.

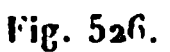
On peut rendre actives par un tout autre procédé des lames de platine, d'or et de palladium, mais non d'argent et de cuivre, en les lavant avec soin dans la potasse ou dans l'acide sulfurique, ou en les chauffant jusqu'au rouge enveloppées de potasse caustique; et comme ces divers traitements ne sont que des procédés de décapage plus ou moins complets, l'activité des lames paraît résulter, non d'un état électrique particulier, mais de la netteté des surfaces, qui leur permet de condenser les gaz en plus grande proportion et de déterminer ainsi la combinaison lente d'un mélange détonant.

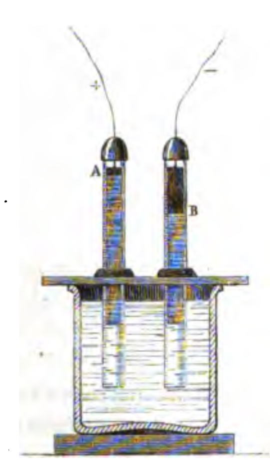
Tous ces faits s'expliquent si l'on admet qu'au moment où ils se condensent sur le platine, l'or ou le palladium, les gaz prennent, l'oxygène l'électricité négative, l'hydrogène la positive, pendant que les métaux se chargent inversement. Alors un couple de deux électrodes polarisées par l'oxygène et l'hydrogène produirait une orientation des molécules intermédiaires comme il suit :

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \mathrm{Pt} & \text{——} & \mathrm{O} & | & \mathrm{H} & \mathrm{O} & | & \mathrm{H} & \mathrm{O} & | & \ldots & | & \mathrm{H} & \mathrm{O} & | & \mathrm{H} & \mathrm{O} & | & \mathrm{H} & \text{——} & \mathrm{Pt'} \\ & + & - & | & + & - & | & + & - & | & & | & + & - & | & + & - & | & + & - & \end{array}$$

Au moment où on réunirait les lames de platine par un conducteur extérieur, un courant traverserait ce conducteur de Pt à Pt′ et le liquide de Pt′ à Pt; toutes les molécules d'eau seraient décomposées et il s'en reformerait le même nombre plus une, comme cela est figuré par les accolades. Cette action se reproduira indéfiniment s'il y a toujours du gaz oxygène autour de Pt et de l'hydrogène autour de Pt′. C'est ce qui conduit naturellement à la pile à gaz de M. Grove.

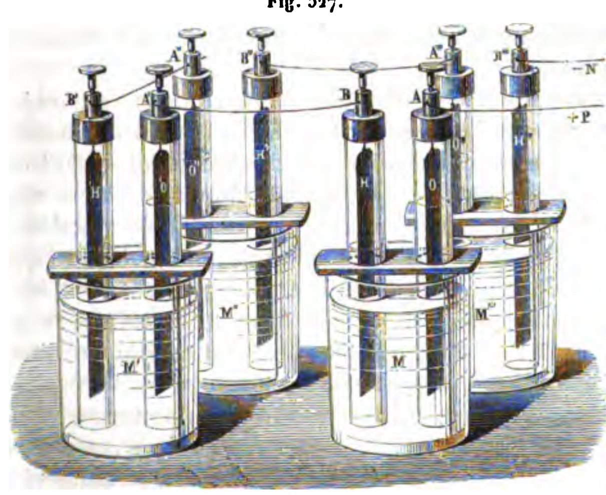
PILE A GAZ. — Un voltamètre (*fig.* 526) peut devenir un couple à gaz, si l'on a primitivement fait dégager 1 volume d'oxygène dans A et 2 volumes d'hydrogène dans B. Ces gaz restent indéfiniment dans le même état si le circuit est ouvert, mais ils se combinent et disparaissent en totalité si l'on réunit les fils des deux cloches, et ils produisent un courant de A en B. Ce courant augmente en intensité quand on a soin d'employer des lames de platine larges et recouvertes de platine pulvérulent qu'on dépose par la galvanoplastie.


Fig. 526.



Un seul couple est suffisant pour décomposer l'iodure de potassium. Si l'on en réunit 20 ou 30, on forme une pile plus énergique (*fig.* 527), et la recomposition des molécules d'oxygène et

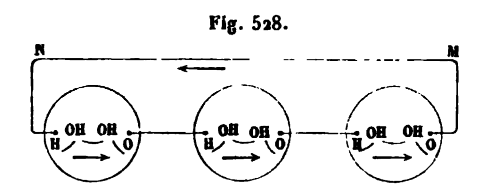
Fig. 527.



d'hydrogène se fait dans chaque couple, comme nous l'avons expliqué pour un seul et comme cela est représenté *fig.* 528.

Cette pile peut décomposer l'eau dans un voltamètre extérieur, et l'on remarque alors qu'il se dégage dans ce voltamètre une quantité de gaz égale à celle qui disparaît dans

Fig. 528.



chaque élément de la pile. C'est la plus élégante démonstration expérimentale de la loi d'égalité du travail chimique dans les auges de la pile et du circuit.

Résistance au passage. — La polarisation des électrodes explique un fait qui a été découvert par M. de la Rive et étudié ensuite par un grand nombre de physiciens. Ayant interposé un diaphragme de platine dans une auge traversée par un courant, M. de la Rive vit diminuer peu à peu l'intensité de ce courant jusqu'à une limite fixe, absolument comme si le métal opposait une *résistance au passage* de l'électricité, résistance qui croîtrait peu à peu jusqu'à une valeur qui resterait ensuite constante.

Pour expliquer ce phénomène, rappelons que si l'on fait passer le courant d'une pile A (*fig.* 522, p. 87) dans du sulfate de potasse, l'acide et l'alcali se portent aux pôles + P et — N, et qu'ils constituent alors un couple dont le sens est opposé à celui de la pile et qui produit le courant de réaction. Il est naturel de penser que ce couple agit non-seulement quand le courant de la pile cesse, mais encore pendant tout le temps qu'il circule, et que, par conséquent, les choses se passent comme si l'on ajoutait à la pile A un couple de plus, mais placé à l'inverse des autres.

Si donc on dirige un courant à travers une auge à liquide, on fait naître une première force électromotrice inverse. Quand on interpose, dans ce liquide, un diaphragme métallique, il agit comme électrode positive par une face, comme électrode négative par l'autre; l'auge se décompose en deux autres; la même force électromotrice se développe dans toutes les deux,

et si l'on multiplie le nombre des diaphragmes, on ne fait que multiplier le nombre des couples de la pile inverse et les causes d'affaiblissement du courant primitif. C'est ce qui se produit dans la pile de Ritter : aussi voit-on qu'elle affaiblit peu à peu et considérablement le courant qu'on dirige à travers elle, et quand il est devenu sensiblement constant, il est la différence entre ceux que produiraient séparément dans le même circuit la pile active que l'on emploie et la pile de Ritter rendue active par la première.

La résistance au passage est nulle dans tous les voltamètres où les électrodes ne se polarisent pas : par exemple, quand on décompose du sulfate de cuivre par deux lames de cuivre, ou du sulfate de zinc par deux lames de zinc, ou de l'acide azotique étendu par deux fils de cuivre ; dans ces divers cas et dans tous les autres analogues, on peut interposer dans l'auge un nombre quelconque de diaphragmes sans diminuer l'intensité du courant d'une manière notable.

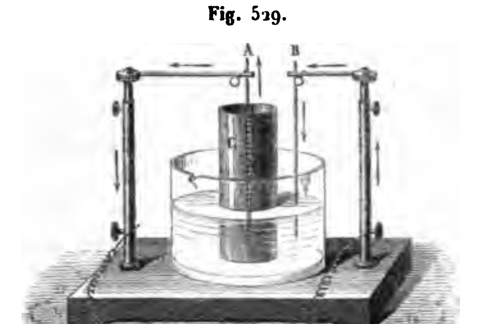
Si un seul gaz s'accumule à l'une des électrodes pour la polariser, il produit une résistance propre ; c'est ce qui arrive dans la décomposition de l'acide azotique par le platine où l'oxygène seul polarise la lame positive ; c'est ce qui arrive aussi quand on électrolyse l'eau acidulée avec deux lames de cuivre, auquel cas l'hydrogène seul polarise la lame négative.

Enfin la résistance se produit individuellement sur chaque électrode quand chacune d'elles se polarise. C'est ce qu'on peut montrer comme il suit : On place du sulfate de cuivre à l'intérieur du vase poreux C (*fig.* 529) et de l'eau acidulée à l'extérieur. Quand les électrodes A et B sont en platine et que le courant passe de B en A, l'oxygène se développe dans l'eau acidulée, le cuivre se dépose sur A ; il n'y a qu'un gaz dégagé, qu'une polarisation, et le courant est intense ; mais quand on change sa direction au moyen d'un commutateur, l'oxygène se dégage en A, l'hydrogène en B, il y a deux gaz mis en liberté, deux polarisations, deux résistances au passage, et le courant est beaucoup plus faible.

Puisque chacun des gaz détermine une résistance au passage, il est nécessaire d'admettre que chacun d'eux développe dans son contact avec les électrodes une force électromotrice indépendante des actions chimiques qu'il produit et opposée

à celle de la pile; il faut donc que cette force électromotrice soit un phénomène de contact. Nous développerons cet argument dans la suite; pour le moment, nous allons nous contenter de montrer comment les résistances au passage affaiblissent le courant des piles et comment en les détruisant on augmente l'intensité de ce courant.

Fig. 529.



PILES A COURANT CONSTANT. — Dans toutes les piles que nous avons fait connaître et dont nous avons déjà éliminé le travail inefficace par la substitution du zinc amalgamé au zinc du commerce, il y a trois causes qui affaiblissent le courant : 1° des bulles d'hydrogène se dégagent sur les lames de cuivre; elles s'interposent entre les éléments, et, puisqu'elles sont isolantes, elles diminuent la conductibilité de la pile, d'autant plus qu'elles adhèrent davantage et qu'elles sont plus grosses; 2° l'hydrogène naissant est condensé par la surface du métal et produit une résistance au passage de l'électricité; 3° l'acide sulfurique se transforme partiellement en sulfate de zinc. Ce sel devient de plus en plus abondant; il finit par être électrolysé par le courant et par déposer sur les cuivres une couche de zinc d'autant plus épaisse qu'on prolonge davantage le travail de la pile, et qui détermine elle-même par sa réaction un courant inverse. Daniell a constaté que ce dépôt peut devenir tellement épais, que les cuivres ne diffèrent plus des zincs et qu'alors la pile a perdu toute activité; une fois qu'il est formé, il ne se détruit pas, même quand on change le liquide des

auges, et l'appareil étant altéré d'une manière permanente, il faut le démonter pour le nettoyer, ou bien faire passer du cuivre au zinc dans chaque élément le courant d'une pile énergique; dans ce cas l'eau acidulée est décomposée, SO^4 se porte sur le cuivre et dissout le dépôt dont il était recouvert.

Il est facile de diminuer l'obstacle mécanique opposé au courant par l'interposition des bulles d'hydrogène, en facilitant leur dégagement. Smée y est parvenu en remplaçant le cuivre ordinaire par du cuivre platiné, c'est-à-dire recouvert par la galvanoplastie d'une couche noire de platine pulvérulent, lequel a la propriété de laisser dégager l'hydrogène en bulles très-petites et qui n'adhèrent jamais. Sturgeon a proposé une modification analogue et moins coûteuse, qui consiste à remplacer le cuivre par de la fonte de fer oxydée. Mais ces perfectionnements n'empêchent pas les polarisations provenant soit du dégagement d'hydrogène, soit du dépôt de zinc. C'est M. Becquerel qui le premier a découvert le moyen d'annuler totalement ces polarisations.

Reprenons l'expérience déjà indiquée page 96 (*fig.* 529), faisons passer un courant de B en A, c'est-à-dire de l'eau acidulée qui est à l'extérieur au sulfate de cuivre qui remplit le vase poreux C. La décomposition se fera comme il suit dans les deux liquides :

$$\begin{array}{l} B - SO^4\ \overbrace{H \mid SO^4}\ H \mid \ldots \mid SO^4\ \overbrace{H \parallel SO^4}\ Cu \mid \ldots \mid SO^4\ \overbrace{Cu \mid SO^4}\ Cu - A \\ \quad + \quad - \quad + \mid \quad - \quad + \mid \qquad \mid \quad - \quad + \parallel \quad - \quad + \mid \qquad \mid \quad - \quad + \mid \quad - \quad + \end{array}$$

Le cuivre se déposera sur le pôle négatif A, $\underset{-}{SO^4}$ se portera au pôle positif B, il n'y aura qu'une polarisation en B; il y en aurait deux, au contraire, si le courant marchait en sens inverse, et il serait beaucoup plus faible. Supposons maintenant que B soit formé avec une lame de zinc amalgamé Z, il y aura une force électromotrice en Z. Au premier moment, et tant que le circuit restera ouvert, les molécules seront orientées comme il suit :

$$\begin{array}{l} Z \text{———} SO^4\ H \mid SO^4\ H \parallel SO^4\ Cu \mid SO^4\ Cu \text{———} A \\ - \qquad + \ - \ + \mid \ - \ + \parallel \ - \ + \mid \ - \ + \ - \qquad + \end{array}$$

et quand on réunira Z à A par un conducteur, un courant se produira à l'extérieur de A en Z, reviendra intérieurement de

Z à A, et produira la même décomposition que précédemment; l'appareil deviendra un couple de pile, et il n'y aura aucune polarisation d'électrodes, car il ne se dégagera aucun gaz.

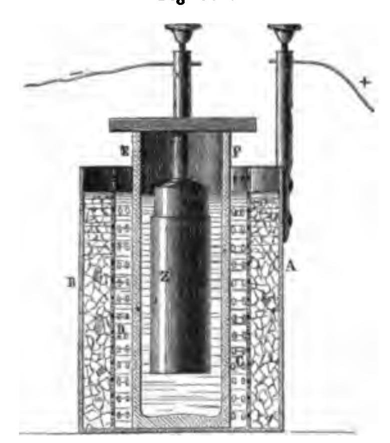
Remplaçons maintenant le sulfate de cuivre par de l'acide azotique, l'effet sera le même :

$$\underset{-+}{Z}\!-\!\!-\overbrace{\underset{-}{SO^4}\underset{+}{H}\,\Big|\,\underset{-}{SO^4}\underset{+}{H}}\,\Big|\ldots\Big|\,\overbrace{\underset{-}{SO^4}\underset{+}{H}\,\Big\|\,\underset{-}{AzO^6}\underset{+}{H}}\,\Big|\ldots\Big|\,\overbrace{\underset{-}{AzO^6}\underset{+}{H}\,\Big|\,\underset{-}{AzO^6}\underset{+}{H}}\!-\!\!-\underset{-+}{Pt}$$

La force électromotrice agira au contact du zinc et de l'eau acidulée, l'hydrogène se portera sur le platine et il ne se dégagera pas parce qu'il sera absorbé par l'acide azotique. Tels sont les moyens proposés par M. Becquerel pour détruire toute polarisation dans les couples. Ils ont été appliqués par MM. Daniell, Grove et Bunsen. Nous n'avons plus qu'à décrire les appareils construits par ces physiciens.

Le couple de Daniell (*fig.* 530) se compose : 1° d'un vase

Fig. 530.

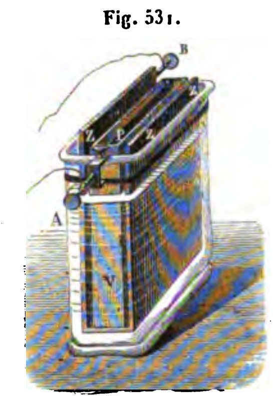


de cuivre AB divisé en deux compartiments concentriques par une feuille de cuivre CD percée de trous : on remplit le compartiment extérieur avec des cristaux de sulfate de cuivre qui se dissolvent à mesure que la décomposition du sel se fait; 2° d'un vase poreux de porcelaine dégourdie EF, qui contient de l'eau acidulée; 3° d'un gros cylindre de zinc amalgamé Z, qui plonge dans cette eau et qui communique à l'extérieur par

une tige de cuivre centrale. Cet appareil réalise évidemment les conditions que nous venons d'énumérer. Il faut de temps en temps changer l'eau acidulée du vase poreux. Daniell a constaté que sa pile demeurait constante pendant plus de six heures.

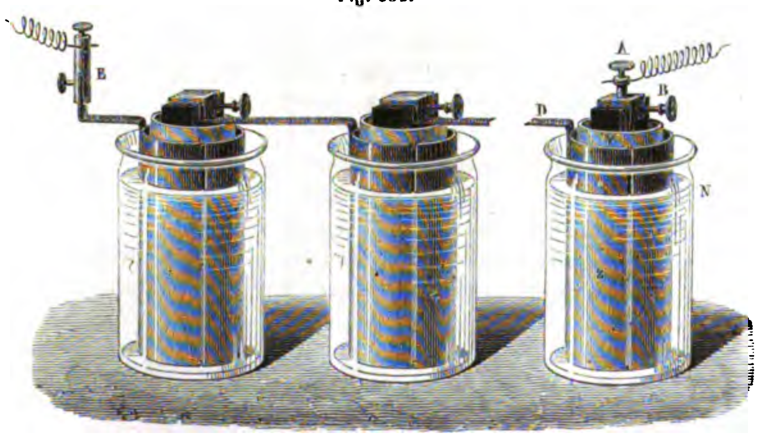
L'élément de Grove est représenté *fig.* 531, il est enfermé dans un vase de verre aplati contenant de l'eau acidulée. Une lame de zinc amalgamé ZZ, repliée sur elle-même et portant un bouton B, forme le pôle négatif. Le vase poreux V, qui est très-plat, est placé entre les deux faces internes du zinc : il contient de l'acide azotique concentré; enfin une feuille très-mince de platine P, qui communique avec le bouton A, forme le pôle positif. Cette pile est la plus énergique qu'on connaisse, mais elle est très-coûteuse à cause du platine qu'elle exige.

Fig. 531.



M. Bunsen a imaginé de remplacer le platine par du charbon, et par là il a rendu la pile de Grove beaucoup plus

Fig. 532.



usuelle. La *fig.* 532 montre plusieurs couples de cette pile montés, avec tous leurs accessoires.

SOIXANTE-SIXIÈME LEÇON.

THÉORIE PHYSIQUE DES PILES.

Égalité du courant dans toute la longueur du circuit. — Cas des couples thermo-électriques. — Lois des intensités dans un circuit simple. — Conducteurs équivalents. — Longueurs réduites. — Résistances. — Circuits complexes. — Circuits dérivés. — Cas des couples hydro-électriques. — Cas général des piles. — Discussion de la formule. — Divers modes d'association des couples. — Sensibilité des galvanomètres. — Théorie de Ohm. — Tension aux divers points d'un circuit. — État initial des tensions variables. — Ce qu'on entend par vitesse de l'électricité.

Quand on réunit les pôles d'une pile par un conducteur composé de parties métalliques et liquides dont les conditions sont invariablement fixées, on obtient un courant d'une intensité déterminée. Mais si on vient à ajouter une portion métallique ou liquide à ce conducteur, ou bien à en supprimer une, on voit l'intensité diminuer ou augmenter. Cela montre que les corps traversés par l'électricité lui opposent une résistance et en diminuent la quantité. On va se proposer de calculer l'intensité du courant engendré quand on connaît : 1° le nombre, l'étendue et l'espèce des éléments de la pile; 2° le nombre, l'étendue et l'espèce des conducteurs interpolaires.

Ce problème est un des plus utiles qu'on ait pu se proposer, et un de ceux qui ont été le mieux résolus. Davy commençait cette étude en 1821, et admettait que la résistance d'un conducteur est en raison directe de sa longueur et inverse de sa section; en 1825, M. Becquerel confirmait cette loi par le moyen du galvanomètre différentiel qu'il inventait à cette occasion, et enfin, en 1827, Ohm traita complétement la question et la résolut tout entière en partant de cette idée théorique, que l'électricité se propage dans les conducteurs comme la chaleur dans un mur; ensuite il vérifia par l'expérience quelques-uns



des résultats où son hypothèse l'avait conduit; mais ce ne fut qu'en 1831 que Fechner continua ces vérifications par des procédés qui n'avaient pas d'ailleurs une grande précision. Jusque-là, la question avait été toute théorique, et comme l'expérience n'était intervenue que pour justifier incomplétement les conséquences d'hypothèses heureuses, on ne doit point s'étonner que des travaux si importants aient eu quelque peine à se faire accepter. Ils étaient encore inconnus en France, lorsqu'en 1838 Pouillet retrouva toutes les lois de Ohm par la seule étude expérimentale des piles et sans faire appel à aucune considération théorique. Il est donc incontestable que c'est à Ohm qu'on doit d'avoir prévu et énoncé le premier les résultats que nous allons exposer, mais il faut s'empresser d'ajouter que Pouillet les a fait admettre en les appuyant sur des démonstrations expérimentales irrécusables.

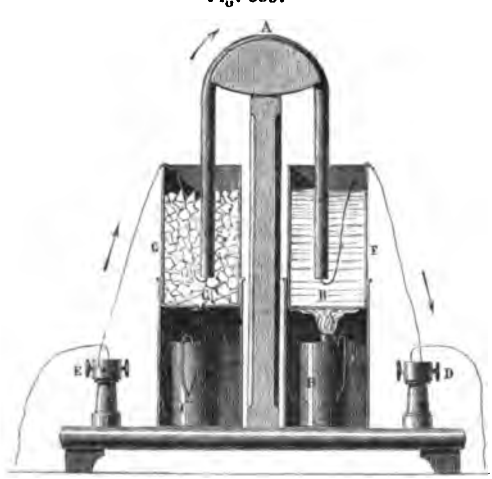
Ce point historique une fois réglé, nous sommes libre de choisir la méthode d'exposition qui nous paraîtra la plus simple; en conséquence, nous traiterons la question expérimentalement; nous donnerons ensuite un aperçu des idées théoriques de Ohm.

La première loi que l'on doive constater en commençant cette étude, est que l'intensité du courant est la même dans toute l'étendue du circuit, la pile comprise; c'est une conséquence manifeste de tous les faits que nous venons d'étudier. En effet, nous avons vu que l'intensité d'un courant se mesure par le nombre des équivalents qu'il décompose dans chaque auge, et comme ce nombre est le même dans les voltamètres extérieurs et dans chaque couple actif, il faut que le courant ait partout la même force. On peut d'ailleurs justifier cette conclusion par une épreuve directe très-précise pour ce qui concerne le courant extérieur de la pile. On fixe aux deux pôles deux fils métalliques de longueur, de section et de nature différentes; on les tend horizontalement sur une table dans le méridien magnétique, aussi près l'un de l'autre que possible, puis on réunit leurs extrémités libres de manière que le courant aille par l'un et revienne en sens inverse par l'autre. On approche ensuite une aiguille aimantée très-près de ce double conducteur. En quelque endroit qu'on la place, on reconnaît qu'elle n'est pas déviée et que le nombre des oscillations

qu'elle effectuait avant le passage du courant n'est point modifié quand ce courant circule; on en conclut que l'intensité est la même dans tous les points du conducteur opposés l'un à l'autre.

PILES THERMO-ÉLECTRIQUES. — Cela étant, nous allons choisir parmi toutes les piles celles qui conduisent aux lois les plus simples; nous commencerons ainsi par un cas particulier, et il nous restera à généraliser ce que nous aurons découvert, ce que nous ferons, en étudiant successivement toutes les causes de complication qui pourront se présenter. Ce cas particulier est celui où le courant est fourni par un élément unique d'une pile thermo-électrique. Pouillet avait préparé à cet effet plusieurs cylindres de bismuth identiques, recourbés en siphons et représentant la forme d'un U renversé (*fig.* 533). A leurs

Fig. 533.



extrémités C et B il soudait deux fils de cuivre gros et courts, CE et BD, et il plongeait les deux soudures dans deux vases, G et F, dont l'un était maintenu à o degré, et dont l'autre était porté à la température de 100 degrés. Il est évident que l'énergie de tous ces éléments devait être sensiblement égale, ce qui en effet se trouva vrai.

Pouillet choisit deux de ces éléments, ceux qui différaient

le moins, et il ferma les deux circuits par des fils métalliques différents : les courants produits furent inégaux; il les compara, et, pour étudier l'une après l'autre les diverses causes qui les modifient, il fit varier successivement : 1° la longueur; 2° la section; 3° la matière des conducteurs.

1° Réunissons les deux pôles de l'élément n° 1 par un fil de cuivre d'une longueur l_1, et ceux de l'élément n° 2 par un second fil de même nature, de même section et de longueur l_2; enroulons ces fils en sens inverse sur le cadre d'un même galvanomètre, de manière à faire un nombre de tours proportionnel à l_1 pour le premier et à l_2 pour le second. Les actions exercées sur l'aiguille seront opposées et proportionnelles aux produits des intensités I_1 et I_2 par le nombre des tours l_1 et l_2; or l'expérience prouve qu'elles se détruisent et que le galvanomètre ne se dévie pas. Il faut donc que l'on ait

$$I_1 l_1 = I_2 l_2 \quad \text{ou} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Par conséquent les intensités des courants engendrés par un couple thermo-électrique sont, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse des longueurs du circuit.

2° Répétons la même expérience avec deux fils de même nature, égaux en longueur, ayant des sections différentes, s_1, s_2, et enroulés de même sur le cadre; nous trouverons que pour rendre égales les deux actions exercées sur l'aiguille, il faut que les nombres de tours soient proportionnels à s_2 pour le premier et à s_1 pour le second, ou que l'on ait

$$I_1 s_2 = I_2 s_1, \quad \text{ou} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{s_1}{s_2}.$$

Les intensités sont donc, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelles aux sections du circuit.

3° Il reste à faire varier la nature du fil, c'est-à-dire à fermer le circuit des deux éléments par des conducteurs égaux en longueur et en section, mais formés avec des matières différentes. Cette fois encore les intensités sont inégales et proportionnelles à une constante spécifique c. En réunissant les résultats de ces recherches dans une formule unique, on exprime l'in-

tensité par

$$I = A\,\frac{cs}{l}.$$

c est le *coefficient de conductibilité* du métal qui constitue le conducteur; on l'exprime en nombre par le rapport de cette conductibilité à celle d'un métal convenu, le cuivre pur ou le mercure. A ne dépend que de l'élément, de la nature des métaux qui le composent et de la différence de température qu'on établit entre les deux soudures : c'est l'intensité du courant quand c, s et l sont égaux à l'unité : c'est la mesure de la *force électromotrice* du couple. Si l'on convient, comme nous l'avons fait, d'exprimer l'intensité par le poids de l'hydrogène dégagé dans un voltamètre pendant 1 minute, A est le poids de cet hydrogène dégagé pendant ce temps par le couple donné, quand c, s et l sont égaux respectivement à l'unité. Nous nous occuperons dans la suite des moyens que l'on emploie pour déterminer c et A.

CONDUCTEURS ÉQUIVALENTS. — LONGUEUR RÉDUITE. — RÉSISTANCE. — Lorsque deux fils différents par leurs longueurs l, l', leur section s, s', et leur conductibilité c, c', joignent les deux extrémités d'un même couple, les intensités sont dans les deux cas

$$I = A\,\frac{cs}{l}, \quad I' = A\,\frac{c's'}{l'},$$

et elles deviennent égales si les deux fils sont tels, que l'on ait

$$\frac{cs}{l} = \frac{c's'}{l'}.$$

Alors l'un des fils peut remplacer l'autre; on dit qu'ils sont *équivalents* ou qu'ils ont la même conductibilité totale. Cette propriété est inhérente aux fils eux-mêmes, elle est indépendante de la force électromotrice A, par conséquent du couple, et elle doit subsister, même si on les intercale dans un circuit quelconque d'une pile quelconque.

Si les deux fils sont de même nature, la condition d'équivalence se réduit à $\frac{s}{l} = \frac{s'}{l'}$; c'est la loi de Davy. M. Becquerel

l'a établie directement en mettant en communication le pôle positif d'une pile avec deux conducteurs Pa, Pb (*fig.* 534), qu'il joignait aux deux fils d'un galvanomètre différentiel. Le courant total se partageait entre eux et revenait par a' et b' dans un tronc unique CN jusqu'au pôle négatif N. On allongeait ou l'on diminuait l'un des fils Pa et Pb jusqu'à ce que l'action galvanométrique fût nulle, et quand elle l'était devenue, on en concluait que les deux conducteurs étaient équivalents. On trouva que la condition $\frac{s}{l} = \frac{s'}{l'}$ était toujours réalisée.

Fig. 534.

Si nous posons $c' = 1$, $s' = 1$, $l' = \mathrm{R}$, la relation précédente devient

$$\frac{cs}{l} = \frac{1}{\mathrm{R}}.$$

Cela veut dire qu'on peut toujours remplacer un fil c, s, l par un fil normal dont la conductibilité et la section seraient égales à l'unité, et la longueur à R, pourvu qu'on ait

$$(1) \qquad \mathrm{R} = \frac{l}{cs};$$

R se nomme la *longueur réduite* du conducteur. Alors la formule qui exprime l'intensité du courant se réduit à

$$(2) \qquad \mathrm{I} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{R}}.$$

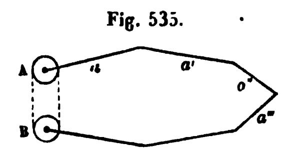
Elle montre que l'intensité est en raison inverse de la longueur réduite R. A cause de cela, R s'appelle la *résistance* du conducteur.

Les formules (1) et (2) résument toutes les lois des courants engendrés par un couple thermo-électrique; il n'y a plus qu'à les appliquer pour résoudre les problèmes plus complexes qu'on peut se proposer. Nous en traiterons deux comme exemples de tous les autres.

I. CIRCUITS COMPLEXES. — Les pôles A et B d'un couple sont

réunis par plusieurs fils successifs a, a', a'', a''' de nature, de section et de longueurs différentes (*fig.* 535). Quelle est l'intensité du courant?

Fig. 535.



Soient cls, $c'l's'$, $c''l''s''$,..., les données relatives à chacun des fils a, a', a'',...; ceux-ci peuvent être remplacés par leurs longueurs réduites r, r', r'',

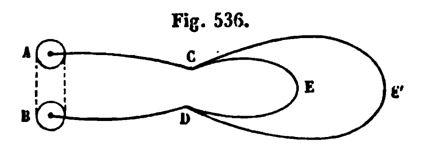
$$r = \frac{l}{cs},\quad r' = \frac{l'}{c's'},\quad r'' = \frac{l''}{c''s''},\ldots.$$

Après cette substitution, le circuit se composera d'une suite de conducteurs qui auront la même section, la même conductibilité et une longueur totale $r + r' + r'',\ldots$; par suite l'intensité sera

$$I = \frac{A}{r + r' + r'' + \ldots} = \frac{A}{\frac{l}{cs} + \frac{l'}{c's'} + \frac{l''}{c''s''} + \ldots}.$$

II. CIRCUITS DÉRIVÉS. — Les deux pôles A et B sont réunis (*fig.* 536): 1° par deux fils AC et BD dont la longueur réduite

Fig. 536.



est r; 2° à partir de C et de D par deux autres conducteurs CED et CE'D, dont les longueurs réduites sont r' et r'': quelles sont les intensités des courants: 1° dans le tronc unique AC et BD; 2° dans chacune des branches CED et CE'D?

Remplaçons r' et r'' par deux fils équivalents de conductibilité et de longueur égales à l'unité, et de sections x' et x'', nous aurons, d'après la formule (1),

$$r' = \frac{1}{x'},\quad r'' = \frac{1}{x''},$$

les deux fils CED, CE'D se trouvant ainsi remplacés par deux autres de longueur 1, agiront comme un conducteur

unique dont la section serait $x' + x''$, et qui aurait pour longueur réduite $\frac{1}{x' + x''}$ ou $\frac{r' r''}{r' + r''}$. En ajoutant à cette longueur celle de AC et BD qui est r, on n'a plus qu'un circuit unique dont la longueur réduite totale est

$$r + \frac{r' r''}{r' + r''}.$$

Alors l'intensité du courant devient par la formule (2)

$$I = \frac{A (r' + r'')}{r (r' + r'') + r' r''}.$$

Quant aux intensités i' et i'' dans les deux conducteurs dérivés CED et CE′ D, on les obtient en admettant que l'intensité totale se partage en deux autres proportionnellement aux sections x' et x''. Cela donne

$$\frac{i'}{i''} = \frac{x'}{x''} = \frac{r''}{r'},$$

$$i' = (i' + i'') \frac{r''}{r' + r''} = \frac{A r''}{rr' + rr'' + r' r''},$$

$$i'' = (i' + i'') \frac{r'}{r' + r''} = \frac{A r'}{rr' + rr'' + r' r''}.$$

On résoudrait tout aussi aisément le cas général où il y aurait un nombre quelconque de dérivations.

COUPLE HYDRO-ÉLECTRIQUE. — Si on cherche à découvrir, par les mêmes méthodes, les lois des courants engendrés par un couple hydro-électrique constant, on reconnaît aussitôt que l'intensité n'est pas en raison inverse de la longueur réduite R du circuit extérieur; quand R augmente, elle décroît moins rapidement que cette loi ne l'indique. Cela n'a rien qui doive nous étonner. Le courant part en effet des points de contact du zinc avec l'eau acidulée; il y revient après avoir parcouru, non-seulement le conducteur interpolaire, mais les liquides du couple, et il éprouve une résistance à travers tous les deux : celle du conducteur est R, celle du liquide est inconnue; mais il est certain

qu'elle existe, qu'elle dépend de la nature du couple et qu'elle est équivalente à la résistance d'une certaine longueur r d'un fil normal. Dès lors le circuit total est en réalité égal à $R + r$, et la formule des intensités doit être

$$(3) \qquad I = \frac{A}{R + r}.$$

Il ne s'agit plus que de démontrer l'exactitude de ces prévisions, en prouvant par l'expérience que la formule précédente est vraie. A cet effet, Pouillet se servit d'un couple de Daniell, auquel il adapta successivement des longueurs o, λ', λ'', λ''', ..., d'un fil de cuivre normal, et une boussole des tangentes dont la résistance était λ, et qui mesurait dans chaque cas les intensités I, I', I'', ... On devait avoir, en remplaçant R par ses diverses valeurs,

$$I = \frac{A}{r + \lambda}, \quad I' = \frac{A}{r + \lambda + \lambda'}, \quad I'' = \frac{A}{r + \lambda + \lambda''}, \ldots,$$

et en éliminant A,

$$\frac{I}{I'} = \frac{r + \lambda + \lambda'}{r + \lambda}, \quad \frac{I}{I''} = \frac{r + \lambda + \lambda''}{r + \lambda}, \ldots.$$

Ces dernières équations ont permis de calculer un grand nombre de valeurs de $r + \lambda$; elles sont inscrites dans le tableau suivant, et comme elles sont égales, on en conclut que la formule (3) représente la loi des intensités après qu'on y a remplacé r par la résistance du liquide.

LONGUEUR DU CIRCUIT extérieur.	DÉVIATION OBSERVÉE.	$r + \lambda$.	DÉVIATION calculée.
m	o	m	o
0	62,00	//	62,00
5	40,20	4,11	40,18
10	28,30	4,06	28,41
40	9,45	4,03	9,36
70	6,00	4,14	5,37
100	4,15	4,09	4,14

En résumé, la loi des intensités des courants est la même

pour les couples thermo-électriques et hydro-électriques, avec cette différence que pour ceux-ci il faut tenir compte de la résistance r de l'élément, et que cela n'est pas nécessaire pour ceux-là. Cela n'est pas nécessaire, parce que le cylindre de bismuth que nous avons employé avait un grand diamètre et une résistance r négligeable. C'est la seule raison pour laquelle le premier cas était si simple et a pu conduire si aisément à une formule qu'il a suffi d'interpréter pour l'adapter à tous les cas.

PILES HYDRO-ÉLECTRIQUES. — Considérons en dernier lieu une pile formée de n éléments de Daniell et en général de n couples à action constante, nous allons calculer l'intensité du courant produit. Les divers éléments ont des forces électromotrices A_1, A_2, A_3,..., et opposent des résistances r_1, r_2, r_3,.... Le premier engendre un courant qui parcourt le circuit tout entier, c'est-à-dire le conducteur extérieur dont la résistance est R, et tous les éléments de la pile qui offrent une somme de résistances $r_1 + r_2 + r_3 + \ldots$. L'intensité sera

$$i_1 = \frac{A_1}{R + r_1 + r_2 + r_3 + \ldots};$$

le courant donné par le deuxième élément traversera le même circuit, et l'on aura

$$i_2 = \frac{A_2}{R + r_1 + r_2 + r_3 + \ldots};$$

il en sera de même de chacun des autres. Tous ces courants dirigés dans le même sens se réuniront en un seul égal à leur somme

$$(4) \qquad I = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_n}{R + r_1 + r_2 + \ldots + r_n} = \frac{\Sigma A}{R + \Sigma r}.$$

Telle est la solution générale du problème que nous nous étions proposé tout d'abord; elle est complète puisqu'elle permet de calculer l'intensité du courant engendré par une pile quelconque, quand on connaît les constantes A et r qui déterminent chaque élément et la résistance R du circuit interpolaire. Pour couronner cette étude remarquable par une dernière sanction expérimentale, Pouillet a vérifié la formule (4).

Il a pris 6 éléments de Daniell sensiblement égaux entre eux, et il a déterminé séparément leur force électromotrice A

et leur résistance propre r. A cet effet il a, comme précédemment, adapté à chacun d'eux un conducteur extérieur constitué par des longueurs variables, $o, \lambda', \lambda'', \lambda'''$, d'un fil de cuivre normal et par une boussole des tangentes recouverte d'une longueur λ du même fil; elle servait à mesurer les intensités I, I', I''. On a pour le premier élément

$$I_1 = \frac{A_1}{r_1 + \lambda}, \quad I'_1 = \frac{A_1}{r_1 + \lambda + \lambda'}, \quad I''_1 = \frac{A_1}{r_1 + \lambda + \lambda''} \cdots$$

Ce sont autant d'équations qui, combinées entre elles deux à deux, font connaître une série de valeurs de A_1 et de r_1, dont on prend les moyennes.

Ayant répété les mêmes opérations pour chacun des 6 couples et déterminé les valeurs de $A_1, A_2, A_3, \ldots$, et de $r_1, r_2, r_3, \ldots$, Pouillet assembla ces couples en série pour former une pile dont il réunit les pôles par les conducteurs extérieurs qui avaient précédemment servi à chaque élément, c'est-à-dire la même boussole et les mêmes fils différents $o, \lambda', \lambda'', \lambda''', \ldots$; alors la résistance totale R du conducteur interpolaire était, dans les divers cas, égale à $\lambda, \lambda + \lambda', \lambda + \lambda'', \ldots$.

Toutes les quantités qui entrent dans la formule (4) ayant ainsi été mesurées individuellement, on put calculer la déviation δ de la boussole

$$\tan \delta = I = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_6}{R + r_1 + r_2 + \ldots + r_6};$$

d'autre part on mesura cette déviation, et le tableau suivant montre que les valeurs observées et calculées sont égales :

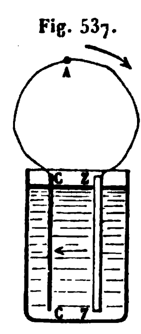
LONGUEUR DU CIRCUIT extérieur.	DÉVIATIONS OBSERVÉES.		DÉVIATIONS CALCULÉES.
	1 élément.	6 éléments.	6 éléments.
$\lambda + 0^m$	69°,00	68°,30	68°,23
$\lambda + 5$	43,20	63,20	63,15
$\lambda + 10$	30,00	58,30	58,33
$\lambda + 40$	11,00	39,00	38,30
$\lambda + 70$	"	28,00	27,42
$\lambda + 100$	"	21,30	21,25

DISCUSSION DE LA FORMULE. — Les piles étant ordinairement composées de couples pareils, il est évident que l'on peut supposer égales les forces électromotrices et les résistances de chacun d'eux. Dès lors la formule (4) devient

$$I = \frac{nA}{R + nr} = \frac{A}{\frac{R}{n} + r}.$$

Pour une pile composée de couples donnés, dans lesquels A et r ont des valeurs déterminées, l'intensité ne peut jamais dépasser une valeur maximum $\frac{A}{r}$, qu'elle atteint si $R = 0$, et qui est la même quel que soit le nombre n des éléments. Quand R augmente, l'intensité diminue toujours, mais d'autant moins que $\frac{R}{n}$ est plus petit ou que n est plus grand. C'est ce que montrent les résultats du précédent tableau : on y voit qu'un seul élément ou une pile de 6 couples impriment une déviation égale à la boussole, quand la résistance extérieure est négligeable; mais lorsque celle-ci augmente progressivement, la pile prend un avantage de plus en plus marqué. Dans la pratique, il faudra donc composer la pile différemment suivant les cas : se contenter d'un seul couple si la résistance extérieure doit être faible, et multiplier les éléments quand elle sera grande.

Fig. 537.



Nous verrons bientôt que A est indépendant de l'étendue des couples et ne varie qu'avec la nature et la disposition des liquides et des métaux. Quant à r, c'est-à-dire à la résistance du liquide dans l'élément, on peut la calculer. Ce liquide CCZZ (*fig.* 537), dont la conductibilité est c, est un prisme qui a pour base la surfaee s des lames métalliques et pour hauteur leur distance d. Sa longueur réduite est égale à $\frac{d}{cs}$, et en la remplaçant dans la formule des intensités

$$I = \frac{A}{\frac{R}{n} + \frac{d}{cs}}.$$

Quand $R = 0$, I est égale à sa valeur maxima $\frac{A\,cs}{d}$, elle est proportionnelle à la surface s des couples, en raison inverse de leur distance d et indépendante du nombre des éléments. Dans le cas où la résistance extérieure est faible, il faudra donc employer un seul couple à surfaces larges et rapprochées, par exemple, un élément à hélice. Mais lorsque R sera assez grand pour que $\frac{d}{cs}$ soit négligeable par rapport à $\frac{R}{n}$, l'intensité se réduira à $\frac{nA}{R}$; il n'y aura plus à s'occuper de l'étendue des couples, mais on devra multiplier leur nombre autant qu'on le pourra.

Divers modes d'association des couples. — On peut disposer la pile de manière à réunir tous les cuivres entre eux, ainsi que tous les zincs; alors elle ne constitue plus qu'un seul couple ayant une force électromotrice A et une surface n fois plus grande, par conséquent une résistance intérieure n fois moindre ou $\frac{r}{n}$; l'intensité devient

$$I' = \frac{A}{R + \frac{r}{n}}, \quad \text{au lieu de} \quad I = \frac{A}{\frac{R}{n} + r}.$$

La différence de ces deux intensités

$$I' - I = \frac{nA(n-1)(r-R)}{(nR+r)(nr+R)}$$

est positive si R est plus petite que r, elle est nulle si $R = r$, elle est négative si R est plus grande que r. Par conséquent il faudra réunir les couples par leurs pôles de même nom, quand la résistance extérieure sera faible, et les disposer en série quand elle sera grande.

Supposons qu'on ait n piles de m éléments, elles auront chacune une force électromotrice mA et une résistance mr. Si on les réunit toutes par leurs pôles de même nom avec un conducteur extérieur R, elles produiront le même effet qu'une

pile unique ayant une force électromotrice mA et une résistance $\frac{m}{n}r$; l'intensité du courant sera

$$I = \frac{mA}{R + \frac{m}{n}r} = \frac{mnA}{nR + mr} = \frac{mnA}{\sqrt{4mnRr + (nR - mr)^2}}.$$

Cette expression est maximum pour $nR = mr$, ou $\frac{m}{n}r = R$.

Or $\frac{m}{n}r$ est la résistance des piles assemblées en une seule. Par conséquent pour obtenir le maximum d'intensité avec un nombre donné mn de couples, il faut les diviser en n piles telles, que leur résistance totale soit égale à la résistance extérieure R.

SENSIBILITÉ DES GALVANOMÈTRES. — Cette discussion montre que l'on ne doit pas employer indifféremment la même pile à tous les usages; qu'il est souvent inutile de multiplier les éléments, et que dans chaque cas il faut consulter la théorie pour régler leur nombre, leur étendue et leur mode d'accouplement. Il en est de même pour le galvanomètre. La sensibilité de cet instrument n'est point chose absolue; elle dépend des conditions du courant qui le traverse.

Soient p le périmètre moyen des tours du fil sur le cadre, m leur nombre, mp sera la longueur du fil; soient encore c et s la conductibilité et la section de ce fil, la résistance qu'il introduit dans le circuit sera $\frac{mp}{cs}$. L'intensité, qui était

$$I = \frac{nA}{R + nr},$$

deviendra

$$I' = \frac{nA}{R + nr + \frac{mp}{cs}}.$$

Si nous nous réduisons au cas où la déviation est très-petite, elle est proportionnelle à l'action magnétique exercée sur l'aiguille, c'est-à-dire à l'intensité I du courant multiplié par le nombre des tours m; et, en désignant par K une fonction des

dimensions du cadre, c'est-à-dire de p,

$$\delta = K \frac{mnA}{R + nr + \frac{mp}{cs}}.$$

S'il arrive que la résistance primitive du circuit $R + nr$ soit très-grande, par exemple si le courant traverse des liquides, $\frac{mp}{cs}$ sera négligeable et la déviation sera proportionnelle au nombre des tours m : plus m sera grand, plus le galvanomètre sera sensible. Mais lorsque $R + nr$ sera très-petit, comme cela arrive pour les piles thermo-électriques, on aura sensiblement

$$\delta = K \frac{nAcs}{p}.$$

Le nombre m des tours devient indifférent et la déviation est proportionnelle à la section s du fil : il sera donc avantageux d'augmenter cette section et inutile de multiplier les tours, et comme la valeur de K est d'autant plus grande que le courant est plus rapproché des aiguilles, il faudra diminuer le périmètre p du cadre.

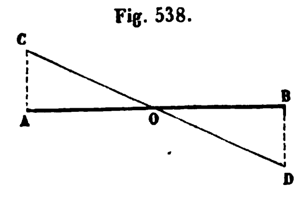
THÉORIE DE OHM. — Ce qui nous reste maintenant à faire est de montrer comment on peut déduire les lois que nous avons exposées d'une hypothèse sur le mode de propagation de l'électricité. Nous arrivons ainsi à indiquer les idées que Ohm a tout d'abord émises.

On sait qu'au siége de l'action électromotrice une différence de tension, qu'on peut représenter par $2e$, s'établit entre le métal et le liquide en contact, et qu'elle se reproduit instantanément aussitôt qu'on la détruit; d'où il résulte qu'aux deux extrémités du conducteur interpolaire la différence de tension est $2e$, même pendant le passage du courant. Supposons que ce conducteur soit homogène, qu'il ait une longueur l, et soit divisé par la pensée en tranches infiniment minces. Ohm admet que la quantité d'électricité qui se transmet d'une tranche à la suivante pendant un temps égal à l'unité est proportionnelle à la différence des tensions de ces tranches, absolument comme

Fourier admet que dans un mur indéfini la quantité de chaleur transmise de couche en couche est proportionnelle à leur différence de température.

Puisque, dans ces deux ordres de phénomènes, les hypothèses sur la loi de la propagation de la chaleur et de l'électricité sont les mêmes, les conséquences doivent être absolument identiques. Or nous avons vu qu'au moment où le mur indéfini arrive à l'état d'équilibre mobile, les températures décroissent de la face antérieure à la face postérieure, suivant une progression arithmétique, quand les distances croissent aussi en progression arithmétique; par conséquent, dans le conducteur AB, la tension devra être $+e$ au point A, $-e$ au point B, et pourra se représenter en tous les autres points par les ordonnées de la droite CD (*fig.* 538).

Fig. 538.



En second lieu nous avons trouvé que si a et b expriment les températures des couches extrêmes et d l'épaisseur du mur, chaque unité de surface d'une tranche quelconque laisse écouler pendant un temps égal à l'unité une quantité de chaleur $M\frac{a-b}{d}$, M étant le coefficient de conductibilité calorifique. de même, la quantité d'électricité qui traverse pendant l'unité de temps l'unité de surface d'une tranche du conducteur devra être $c\frac{2e}{l}$; c étant le coefficient de conductibilité électrique, $2e$ la différence des tensions aux deux pôles, et l la longueur du circuit. Par suite, à travers une section s, cette quantité d'électricité sera $cs\frac{2e}{l}$: c'est l'intensité du courant, et l'on aura

$$I = 2e\frac{cs}{l},$$

formule identique à celle que l'expérience donne. Il résulte de là que deux conducteurs sont équivalents et peuvent être remplacés l'un par l'autre, lorsqu'ils satisfont à la condition $\frac{cs}{l} = \frac{c's'}{l'}$. On arrive ainsi à la formule de la pile.

TENSIONS DANS UN CIRCUIT. — L'hypothèse de Ohm peut être soumise à une vérification beaucoup plus immédiate. Elle indique en effet que toute l'étendue du conducteur doit offrir des tensions électriques variant suivant une loi déterminée. On peut constater l'existence de cette tension et vérifier la loi de sa variation; c'est ce qui a été fait par M. Kohlrausch. Il se servait d'un électromètre condensateur, mettait l'un des plateaux en communication avec le sol, et l'autre avec le point du conducteur qu'il voulait étudier. Cela fait, il enlevait ce dernier plateau et y mesurait la tension au moyen d'un électromètre fondé sur la torsion. Il commença par étudier les deux pôles de divers éléments. Il mesurait leur force électromotrice A par un des procédés que nous ferons connaître bientôt, et leur tension $+e$ ou $-e$: cette tension fut toujours trouvée proportionnelle à A.

En second lieu il réunit les deux pôles d'un couple à courant constant, par un long circuit métallique qui était replié en zigzag afin d'occuper moins de place, et il fit communiquer avec le sol un des points du circuit qui alors perdait toute tension et se trouvait à l'état naturel. Ensuite il mit successivement en contact avec le plateau collecteur deux points pris à des distances égales du point neutre, et il trouva qu'ils avaient des tensions égales mais contraires, l'une positive vers le pôle positif, l'autre négative dans le sens opposé, et toutes deux proportionnelles aux distances des parties touchées au point neutre.

Enfin il constitua des circuits hétérogènes, soit avec des fils de même nature, mais de diamètres inégaux, soit avec des fils différents et de sections égales, soit enfin avec des liquides. En mettant un point du circuit en contact avec le sol, par exemple le pôle négatif, il trouva qu'à partir de ce pôle les divers points du circuit avaient des tensions positives croissantes et proportionnelles aux longueurs réduites des parties du circuit comprises entre le pôle négatif et le point touché :

Distance au pôle zinc..	118,5	237	355,5	474	610,3	745,3	879	1014
Tensions observées....	0,85	1,85	2,69	3,70	5,03	5,99	6,93	7,96
Tensions calculées	0,93	1,86	2,89	3,73	4,80	5,86	6,91	7,98

L'hypothèse de Ohm doit donc être considérée comme di-

rectement justifiée. Il ne nous reste plus qu'à concilier l'idée que nous nous sommes précédemment faite du courant électrique, avec cette différence de tension des divers points qui est maintenant démontrée. Nous avons été conduit, pour expliquer les décompositions chimiques, à considérer les molécules comme étant polarisées à leurs extrémités. Or il peut arriver que la molécule n° 1, qui est en présence du pôle positif, éprouve d'abord une décomposition polaire, qu'ensuite son fluide négatif se recombine avec le positif du pôle, et qu'elle reste chargée d'une quantité $(e - \alpha)$ de fluide positif. La seconde molécule éprouvera une action semblable, et un état final s'établira quand de chaque molécule à la suivante il y aura une différence de tension positive constante et égale à α.

C'est l'état dans lequel le courant se trouve, d'après les idées de Ohm et les expériences de M. Kohlrausch. A partir de ce moment l'écoulement continu d'électricité peut se concevoir comme il suit. Entre chaque molécule consécutive une action d'influence nouvelle tendra à amener une quantité $-\beta$ de fluide négatif aux parties antérieures, et $+\beta$ de fluide positif à la face opposée, puis par des recompositions successives toutes les charges négatives $-\beta$ marcheront d'un rang vers le pôle positif, et les positives $+\beta$ s'avanceront d'un rang vers le pôle opposé. En un mot, il faut ajouter à l'hypothèse de M. de la Rive cette seule condition qui avait été omise, que les molécules prennent d'abord pendant le premier moment un état de tension qui persiste ensuite, après quoi la transmission des deux fluides se fait de molécule à molécule par actions successives, et les actions chimiques s'expliquent absolument comme nous l'avons exposé précédemment.

ÉTAT VARIABLE DES TENSIONS. — Quand un mur indéfini s'échauffe par l'une de ses faces, il y a deux périodes distinctes à considérer. Dans la première, la chaleur traversant la surface de chauffe antérieure est employée à élever la température des couches successives, d'abord exclusivement; bientôt elle atteint la surface extérieure qui commence à rayonner, et qui rayonne de plus en plus à mesure qu'elle s'échauffe davantage, jusqu'à atteindre un état stationnaire. Pendant tout ce temps, il entre plus de chaleur qu'il n'en sort; les températures s'é-

lèvent en tous les points, et la masse prend une charge calorifique donnée.

La deuxième période commence au moment où la chaleur qui sort devient égale à celle qui entre, et où l'état de température est devenu invariable.

Or, puisque la propagation de l'électricité a été assimilée par Ohm à celle de la chaleur, et que l'état permanent dans lequel se trouvent les conducteurs électriques traversés par les courants est identique à l'état final d'un mur traversé par la chaleur, il doit être aussi précédé d'une première période pendant laquelle le fil aurait des tensions variables, laisserait sortir un courant moins intense que celui qui entre, et prendrait une charge, sorte de température électrique qui serait fonction des données du courant et du conducteur. La durée de cette période serait elle-même variable avec les circonstances. Ohm a en effet signalé cette première phase de l'établissement d'un courant, et MM. Gaugain et Guillemin l'ont constatée.

Pour le faire, il fallait la prolonger; M. Gaugain prit des conducteurs imparfaits, des fils de coton ou des colonnes d'huile grasse dans des tubes de gomme laque. Il les mettait en communication avec une source d'électricité statique par une de leurs extrémités. La propagation était si lente, qu'on pouvait aisément la suivre de proche en proche. Quand elle était complétée, on isolait la masse qui était alors chargée d'une quantité d'électricité déterminée E. M. Gaugain trouva que E est variable avec la surface extérieure et aussi avec la section du conducteur, et qu'elle est la moitié de la charge statique que prendrait ce conducteur s'il était isolé. Cela prouve que les tensions décroissent suivant la même loi que les températures dans un mur.

Il a ensuite mesuré la durée T de cette première période, et ses expériences démontrent qu'elle est proportionnelle à E, au carré l^2 de la longueur du conducteur, en raison inverse de sa section s et de sa conductibilité c :

$$T = m\frac{E\,l^2}{cs}.$$

Cette loi devant s'appliquer aux conducteurs métalliques, MM. Guillemin et Burnouf ont opéré sur des fils télégraphiques

de 500 kilomètres de longueur environ. Leur appareil, assez compliqué, avait pour pièce essentielle un cylindre de bois, sur lequel était appliquée parallèlement aux génératrices une lame métallique étroite, plus large à un bout qu'à l'autre et toujours en communication avec le pôle positif d'une pile. Un ressort appuyé sur le cylindre était en rapport avec l'extrémité n° 1 du fil de ligne, pendant que l'autre extrémité n° 2 était toujours en communication avec la terre. En faisant tourner le cylindre avec une vitesse très-grande et connue, un courant s'établissait à chaque révolution pendant que le ressort touchait la lame; il parcourait la ligne et rentrait dans la terre. Mais, avant d'y arriver, il pouvait prendre une autre route par un fil de dérivation qui l'amenait par un deuxième ressort sur une autre lame très-mince située sur le même cylindre et en communication avec le pôle négatif. Cette nouvelle route n'était ouverte que pendant un temps très-court qui succédait à l'instant où le courant était lancé, après un intervalle θ déterminé par la vitesse de rotation. De cette façon, le courant entrait dans l'extrémité n° 1, il revenait par le bout n° 2, et par le fil de dérivation, après un temps θ. Des galvanomètres placés à l'extrémité n° 1 dans le fil de dérivation mesuraient l'intensité du courant d'entrée et du courant de sortie : ces courants étaient discontinus, mais comme ils se reproduisaient à chaque révolution, les déviations étaient permanentes. Quand le temps θ était de 0'',019, le courant d'entrée était très-fort, celui de sortie produisait une déviation égale à 0°,50. Mais si l'intervalle θ devenait égal à 0'',240, le courant d'entrée diminuait, parce que les tensions qui avaient eu le temps de s'établir dans le fil lui faisaient obstacle, et celui de sortie avait pris une valeur maximum 19°,50, parce qu'alors l'état d'équilibre final était atteint. Cependant le deuxième courant était toujours inférieur au premier, ce qui tient aux déperditions de fluide par les défectuosités de l'isolement de la ligne.

MM. Guillemin et Burnouf ont reconnu que la durée de la période d'établissement du circuit croît plus vite que la longueur l, mais moins vite que son carré l^2; il est probable qu'il y a sur ce point de nouvelles expériences à tenter avec des circuits mieux isolés.

Cet état variable des tensions se prolonge bien davantage

quand les fils sont plongés dans l'eau ou enfouis dans le sol, ou entourés d'enveloppes métalliques comme pour les câbles sous-marins. M. Siemens avait déjà constaté qu'alors ils se chargent comme des condensateurs électriques, parce que l'électricité de tension du fil appelle et condense du fluide contraire sur l'armature extérieure. Ce point fut étudié par MM. Faraday et Wheatstone. Faraday opéra sur 200 paquets réunis de fils recouverts de gutta-percha, ayant chacun 800 mètres de longueur; ils étaient suspendus dans l'eau d'un canal. M. Wheatstone fit ses expériences sur un câble sous-marin enveloppé de fils de fer qui contenait six fils de cuivre qu'on pouvait réunir en un seul, et dont la longueur totale était de 1062 kilomètres ; voici les résultats communs de ces expériences :

1° Le fil étant isolé par un bout et mis en communication par l'autre avec le pôle positif d'une pile dont le négatif touchait au sol, on vit un courant s'élancer dans le fil pendant 1 ou 2 secondes, puis cesser; cela prouve que le fil prend lentement de l'électricité et arrive à un état de tension finale.

2° On enlève la pile et on touche à la main le bout du fil avec lequel elle a été mise en communication. On éprouve une commotion qui se reproduit plusieurs fois si les contacts sont courts et successifs. Cela prouve que le fil se décharge.

3° On place aux deux extrémités et au milieu du fil trois galvanomètres. Quand on charge l'un des bouts avec une pile, le courant se montre successivement dans le premier, le deuxième et le troisième galvanomètre, après des intervalles de temps qui dépassent quelquefois 2 secondes.

4° M. Clarke étudia deux fils très-longs et égaux, l'un aérien, l'autre immergé dans l'eau. Il lançait le courant dans tous les deux à la fois par l'une des extrémités, et le recevait à l'autre par deux pointes de fer appuyées sur un cylindre tournant, couvert de papier humide imprégné de cyanoferrure de potassium. Le fer produisait une tache de bleu de Prusse sur le papier. Or on reconnut : 1° que la tache bleue est toujours en retard pour le fil enfoui, ce qui prouve que la propagation est moins rapide; 2° que le trait est faible en commençant, qu'il augmente ensuite et qu'il s'affaiblit peu à peu pour le fil enfoui, tandis qu'il est nettement terminé et d'épaisseur constante avec le fil aérien. Cela montre que, dans le premier cas,

le courant de sortie est d'abord faible, qu'il grandit ensuite et qu'il cesse lentement. Il y a donc une période d'établissement, un état stationnaire et une période de décharge.

Après avoir reconnu ces divers phénomènes, on peut se demander quel sens il faut attacher à ce que l'on a nommé la *vitesse* de l'électricité. Évidemment l'électricité ne se propage ni comme un projectile, ni comme le son, la lumière et la chaleur rayonnante. Sa transmission est un fait extrêmement complexe, puisque le courant d'entrée est d'abord utilisé pour produire une charge électrique, et que le courant de sortie commence par apparaître, va en augmentant et enfin atteint sa valeur finale. Si l'on prend pour le temps T de la propagation celui de la période des tensions variables, on aurait

$$l = \mathrm{VT} = \mathrm{V}m\,\frac{\mathrm{E}l^2}{cs} \quad \text{ou} \quad \mathrm{V} = \frac{cs}{m\mathrm{E}l},$$

ce qui veut dire que la vitesse serait, non point constante, mais en raison inverse de la longueur du fil. On pourrait également définir la vitesse par le temps qui s'écoule entre l'entrée de l'électricité et l'apparition première du courant de sortie : on trouverait d'autres résultats. Les divers expérimentateurs qui ont étudié cette question n'ont fait ni l'un ni l'autre : ils ont mesuré la durée de la transmission, en cherchant le moment où le courant d'arrivée a atteint une intensité suffisante pour être manifesté par leurs procédés d'études, et comme ces procédés étaient inégalement sensibles et que d'autre part les fils étaient ou dans l'air ou dans l'eau, leurs résultats ont été très-divers. C'est une question qu'il faudra reprendre avec des conditions mieux définies.

SOIXANTE-SEPTIÈME LEÇON.

DE LA MESURE DES CONDUCTIBILITÉS.

Unité de résistance. — Procédé de Pouillet. — Rhéostat. — Procédé de M. Becquerel. — Tableau des conductibilités des métaux. — Cas des liquides. — Influence de la température. — Influence du dissolvant. — Relation entre les conductibilités calorifiques et électriques.

On vient de voir que l'intensité du courant engendré par une pile quelconque est exprimée par la formule

$$i = \frac{A + A' + A'' + \ldots}{\frac{l}{cs} + \frac{l'}{c's'} + \ldots + \frac{L}{CS}}.$$

Pour la calculer il faudra : 1° avoir évalué les longueurs et les sections de toutes les parties du circuit, ce qu'il sera possible de faire dans chaque cas particulier; 2° avoir mesuré les conductibilités spécifiques c, c', c'' de toutes les substances, et les forces électromotrices A, A′, A″... de chaque espèce de couples, c'est ce qu'on peut faire une fois pour toutes. Nous allons aujourd'hui déterminer les coefficients de conductibilité; mais avant tout il faut fixer l'unité à laquelle nous les rapporterons.

Nous sommes libres de choisir comme nous le voudrons le métal dont la conductibilité sera prise comme unité : ce sera le mercure, le cuivre, l'argent, ou tout autre; mais il faut le choisir, car il faut que toutes les résistances soient mesurées avec un même étalon, et il est utile que cet étalon puisse être retrouvé aisément par tous les observateurs. Pouillet a adopté le mercure à zéro, parce qu'on peut toujours, en le purifiant, le ramener au même état; mais comme il faut le renfermer dans des tubes de verre qui ne sont jamais exactement calibrés, il est impossible de l'obtenir en cylindres réguliers. M. Jacobi a proposé le cuivre, et M. Ed. Becquerel l'argent. Ces métaux

offrent des avantages et des inconvénients inverses : l'avantage de se tirer régulièrement à la filière, et l'inconvénient d'être plus ou moins écrouis, toujours impurs et de n'avoir point une conductibilité constante. Le choix de M. Pouillet nous paraît le meilleur, car on peut toujours graduer la capacité d'un tube de verre, comme on le fait pour un thermomètre. On y introduira une colonne de mercure de quelques millimètres, et d'un poids p ; on la fera glisser d'un bout à l'autre ; elle prendra des longueurs $l, l', l'', \ldots$, et aura des sections $\frac{p}{lD}, \frac{p}{l'D}, \frac{p}{l''D}, \ldots$, que l'on calculera ; puis si on remplit le tube entier d'une colonne continue de mercure, elle se composera d'une suite de longueurs égales à $l, l', l'', \ldots$ dont les sections seront connues, et dont les résistances seront

$$\frac{l^2 D}{p}, \quad \frac{l'^2 D}{p}, \quad \frac{l''^2 D}{p}, \ldots;$$

elle équivaudra à une colonne unique L de 1 millimètre de section, et dont la longueur L serait

$$L = \frac{D}{p}(l^2 + l'^2 + l''^2 + \ldots).$$

On pourra ensuite comparer la résistance de ce conducteur à celle d'un fil formé par un métal quelconque, et chercher le rapport de conductibilité des deux métaux par les méthodes que nous allons maintenant exposer.

Pour trouver, en général, le rapport des coefficients de conductibilité c et c' de deux substances, on prend un fil de chacune d'elles, on mesure les sections s et s', on donne à l'un d'eux une longueur fixe l et l'on fait varier celle du second l' jusqu'à ce qu'il soit devenu équivalent au premier. Alors on a

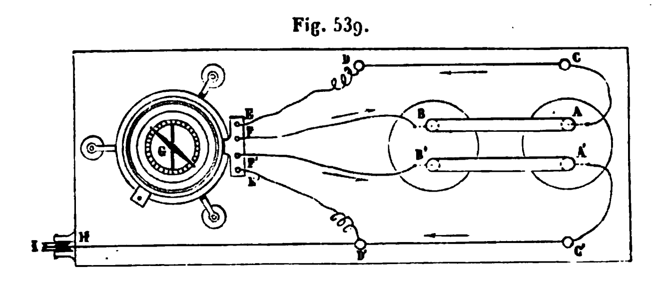
$$\frac{l}{cs} = \frac{l'}{c's'}, \quad \text{d'où} \quad \frac{c}{c'} = \frac{l}{l'}\frac{s}{s'}.$$

Tout se réduit donc à trouver un procédé pour reconnaître que deux fils s'équivalent.

PROCÉDÉ DE POUILLET. — Pouillet employait deux couples thermo-électriques identiques AB, A'B' (*fig.* 539) ; il les plaçait l'un auprès de l'autre, faisait plonger les extrémités A, A'

dans un vase plein d'eau bouillante, et entourait de glace les autres soudures B, B'. Les deux courants passaient dans le galvanomètre différentiel G, en suivant les circuits ACDEFB,

Fig. 539.



A'C'D'E'F'B', qui se composaient de conducteurs égaux et fixes, à l'exception des deux parties variables CD et C'D'; CD était le fil dont on voulait trouver la conductibilité c; C'D' était un autre fil en platine fixé en C', enroulé sur la poulie I et tendu horizontalement sur une table par le moyen de poids. Un bouchon D', dans lequel était creusée une cavité pleine de mercure en communication avec D'E', pouvait glisser sous le fil de manière à faire varier C'D' à volonté.

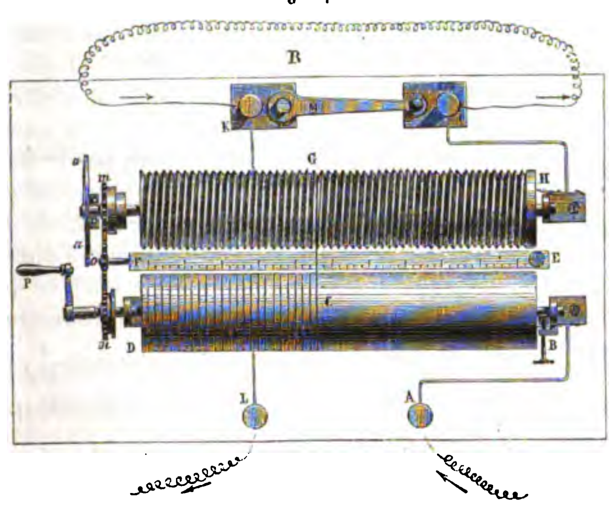
On transportait en C l'extrémité D du fil DE, et on rapprochait D' de C' jusqu'à ce que la déviation du galvanomètre fût nulle. A ce moment les deux circuits étaient égaux; ensuite on interposait le fil CD dans le premier courant, on éloignait D' jusqu'à annuler de nouveau la déviation, et la course du bouchon mesurait la longueur du fil de platine équivalente à CD. On calculait ensuite le rapport des conductibilités par la formule précédente.

RHÉOSTAT. — La nécessité d'augmenter ou de diminuer la longueur du fil C'D', auquel on compare tous les autres, a inspiré à M. Wheatstone un de ses plus ingénieux appareils, qu'il a nommé *rhéostat* (*fig.* 540).

Sur une table de bois sont placés horizontalement et parallèlement un cylindre de cuivre C et une vis de bois ou de verre G, dont le pas est de 1 millimètre. Tous deux ont un diamètre égal, et peuvent tourner autour de leur axe dans le même sens et de la même quantité. Le mouvement est donné par une manivelle P et se transmet à la vis D et au cylindre C par

deux roues d'engrenage égales, *m* et *n*, reliées par un pignon O. Un fil métallique bien homogène et très-fin est enroulé de D

Fig. 540.



en C sur le métal, de G en H dans les sillons de la vis, et le nombre des tours augmente ou diminue sur celle-ci, suivant qu'on fait marcher la manivelle dans un sens ou dans l'autre. Comme à chaque circonférence que l'on fait le fil de jonction GC avance de 1 millimètre, le nombre de tours total se mesure par une règle divisée EF, et les fractions des tours sont appréciées par le mouvement d'une aiguille qui parcourt un cercle fixe *aa*.

Supposons maintenant que le courant vienne de A en B, il traversera le cylindre de B en C sans éprouver de résistance sensible; puis il passera de C en G et parcourra toutes les spires du fil qui sont logées dans la rainure de la vis isolante; après quoi il reviendra par HI jusqu'à la poupée I et jusqu'au pôle négatif. On pourra donc augmenter ou diminuer la longueur du circuit en augmentant ou en diminuant le nombre des spires sur la vis. Si ce nombre est n et si le rayon de la vis est r, $2\pi rn$ sera la longueur du fil et $\frac{2\pi rn}{cs}$ sa résistance.

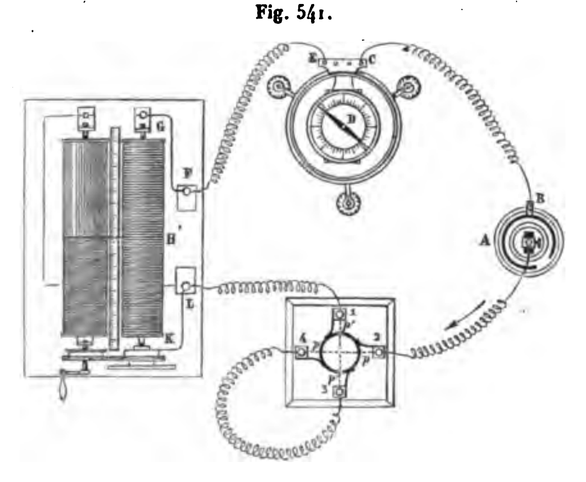
Pour employer cet appareil à la mesure des conductibilités,

on a placé sur la même table une seconde poupée K vis-à-vis de la première I; toutes deux peuvent être réunies ou séparées par un bras métallique M assez gros pour n'avoir pas de résistance sensible. Supposons qu'elles soient d'abord réunies : le courant passera par le rhéostat, reviendra par IMKL jusqu'au bouton L et jusqu'à la pile par l'intermédiaire d'un galvanomètre dont on notera la déviation. Si l'on sépare ensuite les poupées I et K en écartant le bras M, la communication sera interrompue; mais on la rétablit par le fil IRK dont on veut trouver la conductibilité; ce fil est traversé par le courant, qu'il affaiblit, parce qu'il oppose une résistance déterminée, et l'on fait tourner le rhéostat de manière à diminuer de n le nombre de tours enroulés sur GH, jusqu'à ce que la déviation soit redevenue la même qu'avant l'introduction du fil d'épreuve. D'une part, on a introduit la résistance $\frac{l'}{c's'}$ du fil à essayer; de l'autre, on a supprimé celle du fil déroulé qui est $\frac{2\pi rn}{cs}$, et puisque le courant est resté le même, il faut que

$$\frac{2\pi rn}{cs} = \frac{c's'}{l'}.$$

La *fig.* 541 représente une autre disposition qui produit le

Fig. 541.



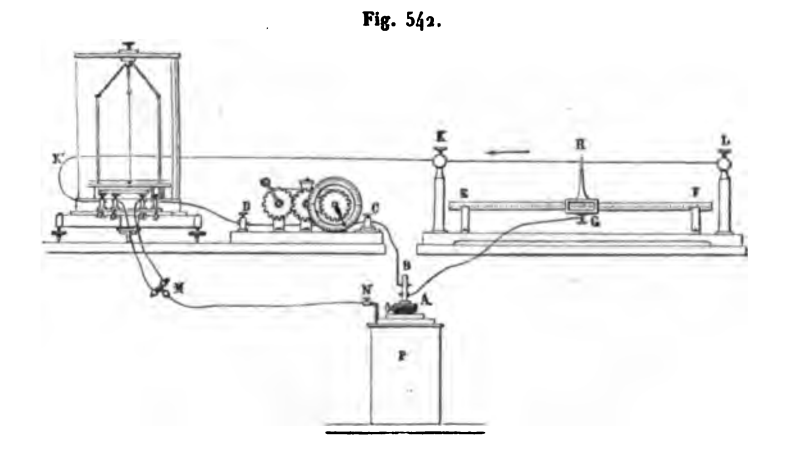
même effet. Le courant d'une pile A arrive d'abord à un com-

mutateur dont la ligne d'interruption est en $p'p'$; il passe de 3 à 4 dans le fil d'épreuve, de 1 à LH'G dans le rhéostat, de F à E et à C dans un galvanomètre EDC, et il revient en B : on note la déviation δ. Ensuite on tourne la ligne d'interruption en pp; le courant marche de 2 à 1 sans passer par le fil d'épreuve; la déviation augmente; mais on la ramène à δ en augmentant de n tours la longueur du fil enroulé sur la vis.

PROCÉDÉ DE M. BECQUEREL. — On doit à M. Ed. Becquerel des expériences fort soignées, exécutées au moyen d'une méthode un peu différente, mais meilleure, qu'avait imaginée son père, et qu'il a perfectionnée (*fig.* 542).

Le courant partant de A se divise en deux autres : l'un BC

Fig. 542.



traverse le rhéostat CD, le fil bb' d'un galvanomètre différentiel et le conducteur bMN qui le ramène à la pile; l'autre courant AG arrive en G à une règle de cuivre divisée EF, au-dessus de laquelle est tendu le fil d'épreuve LK; il pénètre dans ce fil par une poupée GH qui glisse sur EF; il traverse la portion HK, se rend par KK' dans le fil aa' du même galvanomètre, et enfin il rejoint le pôle négatif par aMN. On voit qu'en enroulant ou en déroulant le rhéostat, on augmentera ou on diminuera à volonté la résistance du premier courant, et qu'en faisant glisser la poupée de K en H, on interposera dans le second circuit

des longueurs HK du fil d'épreuve qui se mesureront sur la règle EF par le vernier G.

On commence par mettre cette poupée tout près de K, dans une position initiale quelconque, et par faire jouer le rhéostat jusqu'à ramener le galvanomètre au zéro; ensuite on augmente HK d'une quantité l et le fil isolé du rhéostat de $2\pi rn$, jusqu'à rétablir l'égalité de deux courants : l et $2\pi rn$ ont la même résistance.

Voici maintenant deux tableaux qui contiennent les principaux résultats obtenus :

Conductibilité des solides.

D'APRÈS M. ED. BECQUEREL.

	Par rapport à l'argent.	Par rapport au mercure.
Argent pur recuit	100,000	55,504
Argent pur écroui	93,448	51,869
Cuivre pur recuit	91,439	50,763
Cuivre pur écroui	89,084	49,445
Or pur recuit	65,458	36,332
Or pur écroui	64,285	35,740
Cadmium écroui	24,574	13,640
Zinc écroui	24,164	13,412
Étain écroui	13,656	7,579
Palladium écroui	13,977	7,758
Fer écroui	12,124	6,729
Plomb écroui	8,245	4,565
Platine écroui	8,042	4,463
Mercure (14°)	1,8017	1,000

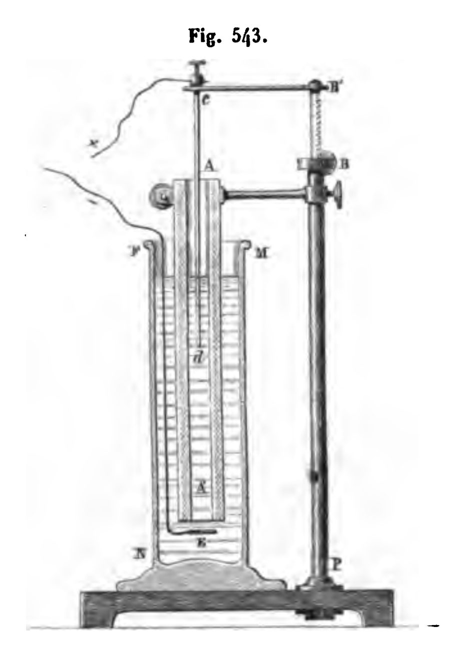
D'APRÈS M. MATHIESSEN.

Sodium	37,43	»
Magnésium	25,47	»
Calcium	22,14	»
Potassium	20,85	»
Lithium	19,00	»
Strontium	6,71	»
Thallium	9,16	»

CAS DES LIQUIDES. — Pour comparer la conductibilité des liquides à celle du métal étalon, on emploie généralement un

instrument spécial nommé *rhéostat à liquide* (*fig.* 543); il se compose essentiellement d'un tube de cristal AA′ dont le canal

Fig. 543.



rodé intérieurement est exactement cylindrique. On mesure une fois pour toutes son rayon r, et on calcule sa section $s = \pi r^2$.

Il est plongé dans une éprouvette de verre MN au milieu du liquide sur lequel on veut opérer; il est soutenu par sa partie supérieure au moyen d'une traverse qui glisse et peut se fixer sur un pied BP.

Dans l'intérieur de ce pied s'enfonce une crémaillère divisée BB′, qui s'élève ou s'abaisse par le jeu d'un pignon B et dont la course est mesurée par un vernier; elle soutient une tige verticale de platine *cd* enfermée et mastiquée dans un tube de verre, et qui pénètre dans le canal AA′. On fait arriver le courant par cette tige; il traverse le liquide de *d* en E, et il revient par une plaque métallique E et par le conducteur EF.

Quand les choses restent dans le même état, le courant éprouve dans le liquide une résistance déterminée; mais si on

soulève ou qu'on abaisse la crémaillère d'une hauteur l, on augmente ou on diminue le circuit d'une colonne liquide de longueur l, de section s et de conductibilité c. On voit que cet appareil a les mêmes propriétés et peut servir aux mêmes usages qu'un rhéostat ordinaire, et en le substituant à celui-ci dans les appareils de M. Wheatstone ou de M. Ed. Becquerel, on pourra toujours rendre la colonne liquide équivalente à un fil métallique de résistance connue $\frac{l'}{c's'}$: alors on calculera c par la formule

$$\frac{l}{cs} = \frac{l'}{c's'}.$$

Mais dans ces expériences on rencontre des difficultés spéciales : 1° la décomposition de l'électrolyte qu'on essaye altère progressivement sa composition et, par suite, sa conductibilité; 2° les gaz qui se dégagent en général opposent un obstacle mécanique et diminuent l'intensité; 3° enfin les électrodes se polarisent, ce qui produit l'effet connu de la résistance au passage. Pour éviter cette dernière cause d'erreur, M. Ed. Becquerel a modifié comme il suit sa méthode générale.

Il remplace dans les deux courants dérivés, le rhéostat CD d'une part, et le fil KH de l'autre (*fig.* 542), par deux rhéostats à liquides identiques, et il les règle de manière à ramener au zéro l'aiguille du galvanomètre. Alors les changements de composition qui se produisent dans l'un se font sentir également dans l'autre, et les résistances provenant de la polarisation des électrodes ou du dégagement des gaz sont égales des deux côtés et se détruisent.

Cela fait, on interpose dans un des circuits une résistance métallique connue $\frac{l'}{c's'}$, et on augmente de l la longueur de la colonne liquide dans l'autre, ce qui introduit une résistance $\frac{l}{cs}$, qui est égale à $\frac{l'}{c's'}$ quand le galvanomètre est revenu au zéro. La polarisation des électrodes s'annule dans cette seconde phase de l'expérience comme dans la première. Quant aux changements de composition et aux bulles de gaz qui se produisent dans le liquide, elles altèrent sa conductibilité c, mais

comme leur effet est proportionnel à l'intensité du courant, on peut diminuer celle-ci jusqu'à ce qu'il soit insensible, ou bien choisir les électrodes de manière que ces phénomènes n'aient pas lieu. Voici quelques résultats numériques :

Conductibilité des liquides.

	Température.	c
	°	
Argent	0,00	100,000 000 000
Acide azotique à 36 degrés	13,10	0,000 093 770
Chlorure de sodium saturé à 9°,50	13,40	0,000 031 520
250 eau — 30 iodure de potassium	12,50	0,000 011 200
Azotate de cuivre saturé	13,00	0,000 008 990
Sulfate de zinc saturé	14,40	0,000 005 770
Sulfate de cuivre saturé	9,25	0,000 005 420
Eau distillée	»	0,000 000 013

Ce qui est le plus digne d'attention dans ces résultats, c'est la grande différence qui existe entre les conductibilités des divers corps; l'acide azotique conduit un million de fois, et l'eau distillée dix billions de fois moins que l'argent, et si l'on compare ensuite l'eau distillée à la plupart des substances minérales qui ne sont point traversées par les courants, et surtout aux corps qui isolent l'électricité statique, on sera convaincu que de toutes les propriétés physiques de la matière, la conductibilité est celle qui est le plus inégalement distribuée et qui peut le mieux caractériser les diverses substances ; aussi les moindres impuretés, ainsi que les moindres variations de température, la font-elles changer très-considérablement.

INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE. — La conductibilité des métaux diminue quand leur température augmente. La loi de cette diminution s'exprime par une formule analogue à celle de la dilatation. On a sensiblement

$$c_t = c_0(1 - Kt),$$

ou bien, en désignant par r_0 et r_t les résistances à zéro et à t d'un fil de section et de longueur constantes,

$$r_t = r_0(1 + Kt).$$

Il était nécessaire de connaître pour chaque métal la valeur du



coefficient K, afin de pouvoir calculer la conductibilité à une température quelconque, après l'avoir déterminée à zéro. Ce coefficient a été mesuré par M. Ed. Becquerel, et peut se déduire des expériences de M. Lenz, qu'on trouvera ci-après :

Pouvoirs conducteurs à diverses températures.

D'après M. Ed. Becquerel.			
	A zéro.	A 100 degrés.	Coefficient K.
Argent pur recuit	100,000	71,313	0,004022
Cuivre recuit	91,517	64,919	0,004097
Or pur	64,960	48,489	0,003397
Cadmium	24,579	17,506	0,004040
Zinc	24,063	8,657	0,003675
Fer recuit	12,350	8,387	0,004726
Plomb	8,277	5,761	0,004349
Platine recuit	7,933	6,688	0,001861
Mercure	1,7387	1,5749	0,001040

D'après M. Lenz.			
	A zéro.	A 100 degrés.	A 200 degrés.
Argent	136,25	94,45	68,72
Cuivre	100,00	73,00	54,82
Or	79,79	65,20	54,49
Étain	30,84	20,44	14,78
Laiton	29,33	24,78	21,45
Fer	17,74	10,87	7,00
Plomb	14,62	9,61	6,16
Platine	14,16	10,93	9,00

Quand on continue d'élever la température t des métaux jusqu'à les fondre, leur conductibilité continue à décroître suivant les ordonnées d'une ligne d'abord droite, mais qui s'infléchit rapidement en tournant sa concavité vers l'axe des t quand elle approche du point de fusion : c'est ce que Matteucci a vu se produire progressivement pour le potassium

entre 47 et 57 degrés et brusquement pour le sodium à 93 degrés. Il y a là une variation de la conductibilité tout à fait analogue à la variation de volume. Cette diminution rapide de la conductibilité se constate pour tous les métaux qui se dilatent en se liquéfiant; mais ceux qui se contractent éprouvent un effet inverse, c'est-à-dire que la conductibilité croît par l'élévation de la température et par la fusion : c'est ce qu'a remarqué Matteucci pour l'alliage de Rose et pour le bismuth.

C'est ce qui se vérifie également pour les corps qui ne sont point métalliques, pour l'eau gelée, pour les chlorures, bromures et iodures, et pour un grand nombre de sels qui sont complétement isolants à l'état solide et qui deviennent conducteurs en se liquéfiant, non point brusquement au moment même où ils changent d'état, mais progressivement, à mesure qu'ils s'approchent de leur point de fusion; ainsi le verre commence à être conducteur entre 200 et 400 degrés. Suivant M. Hittorf, le sous-sulfure de cuivre et le sulfure d'argent sont dans le même cas.

Une fois qu'elles ont été rendues conductrices par leur fusion, ces substances le deviennent de plus en plus quand on les échauffe davantage; cela se voit pour l'eau, pour les solutions salines, et en général pour tous les liquides non métalliques. D'après M. Ed. Becquerel, ces variations se font, au signe près, suivant la même formule que pour les métaux :

$$c_t = c_0(1 + Kt),$$

et les valeurs de K sont très-considérables.

Valeurs de K.

Sulfate de cuivre saturé	0,0286
Sulfate de zinc étendu	0,0223
Acide azotique ordinaire	0,0263

Il suit de là qu'à 100 degrés les conductibilités de ces liquides seraient plus que triplées. M. Hankel a prouvé depuis qu'elles suivent une loi moins simple et que la formule précédente doit être remplacée, comme pour les dilatations, par la suivante, dans laquelle K, K',... varient et augmentent avec le degré de concentration de la solution

$$c_t = c_0(1 + Kt + K't^2 + \ldots).$$

INFLUENCE DU DISSOLVANT. — On doit à Matteucci la connaissance de quelques faits curieux relatifs aux propriétés comparées des sels fondus et dissous. Quelques-uns sont très-conducteurs quand ils ont éprouvé la fusion ignée; par exemple, les azotates de potasse et d'argent, les chlorures de potassium et de sodium et l'acétate de plomb; mais leur dissolution, même très-concentrée, est beaucoup moins conductrice. Si l'on mêle à cette solution d'autres sels qui puissent s'ajouter au premier, on augmente la conductibilité jusqu'à la rendre comparable à celle des métaux. Lorsqu'on électrolyse ces mélanges, ce sont ces sels qui sont exclusivement décomposés.

Au contraire d'autres corps liquéfiés sont moins conducteurs que l'eau; alors leur solution aqueuse est plus conductrice qu'eux-mêmes. Quand on vient à la décomposer, c'est l'eau qui s'électrolyse, et ils éprouvent des actions secondaires; c'est le cas des acides azotique et sulfurique, du bichlorure d'antimoine et du perchlorure d'étain.

Il reste à savoir comment varie la conductibilité d'une solution quand on change la proportion de ses éléments. Il y a deux cas à distinguer : 1° les sels peu solubles prennent une conductibilité croissante à mesure que leur proportion devient plus grande; 2° les sels déliquescents et quelques acides en solutions de plus en plus concentrées offrent des conductibilités qui croissent d'abord jusqu'à un maximum pour diminuer ensuite.

Le sulfate de cuivre est dans le premier cas, et il résulte des expériences de Pouillet et de M. Ed. Becquerel que sa conductibilité a les valeurs suivantes à la température de 9°,60 :

	Sulfate contenu q.	CONDUCTIBILITÉS observées.	CONDUCTIBILITÉS calculées.
250 gr. d'eau et 50 gr. de sulfate.	1	4,15	4,15
» 25 »	$\frac{1}{2}$	2,63	2,69
» 12,5 »	$\frac{1}{4}$	1.61	1,59

M. Ed. Becquerel admet que la conductibilité de cette dissolution varie suivant la formule

$$\frac{1}{c} = A + \frac{B}{q};$$

A et B ont les valeurs 0,1115 et 0,1295, et les résultats de la formule sont exprimés en regard de ceux de l'expérience. A et B changent avec la température de la solution.

On trouve dans la seconde catégorie le bichlorure et le nitrate de cuivre, le chlorure de sodium, le sulfate de zinc, et, d'après Matteucci, les acides sulfurique, chlorhydrique et azotique. Mais si à partir de la solution qui est la plus conductrice on ajoute des quantités progressivement croissantes d'eau, la conductibilité diminue suivant la formule que nous venons de rapporter.

On voit que les coefficients de la conductibilité sont soumis à des causes de variation très-multipliées et que leurs lois sont loin d'être connues. Il y a cependant une remarque importante que l'on doit à MM. Wiedemann et Franz. Ces physiciens ont fait voir que les conductibilités caloriques sont sensiblement proportionnelles aux conductibilités électriques, comme cela résulte du tableau suivant par lequel nous terminons ce sujet :

	CONDUCTIBILITÉS			
	ÉLECTRIQUE D'APRÈS			CALORIFIQUE.
	RIESS.	ED. BECQUEREL.	LENZ.	
Argent	100,0	100,0	100,0	100,0
Cuivre	66,7	91,5	73,3	73,6
Or	59,0	64,9	58,5	53,2
Laiton	18,4	"	21,5	23,6
Zinc	"	"	24,0	19,0
Étain	10,0	14,0	22,6	14,5
Fer	12,0	12,35	13,0	11,9
Plomb	7,0	8,27	10,7	8,5
Platine	10,5	7,93	10,3	8,4
Argentan	5,9	"	"	6,3
Bismuth	"	"	1,9	1,8

SOIXANTE-HUITIÈME LEÇON.

DE LA MESURE DES FORCES ÉLECTROMOTRICES.

Unité des forces électromotrices. — Méthode de Fechner. — Méthode de Wheatstone. — Méthode de compensation. — Méthode d'opposition. — Force électromotrice relative des couples usuels. — Forces électromotrices vraies. — Siége des forces électromotrices. — Somme des forces électromotrices simples. — Force de polarisation. — Force des piles à gaz. — Force au contact des liquides. — Force au contact des métaux et des liquides. — Force totale dans les couples. — Lois des forces électromotrices.

UNITÉ DES FORCES ÉLECTROMOTRICES. — La formule de Ohm $i=\frac{A}{R}$ montre que la force électromotrice A est l'intensité du courant engendré par un électromoteur quand la résistance R du circuit est égale à l'unité. Il est évident que le nombre qui exprime A dépend à la fois des unités choisies pour mesurer i et R et que, pour un couple donné, il est déterminé quand elles le sont. Il n'y a donc point à se préoccuper de choisir l'unité des forces électromotrices; elle est nécessairement la force du couple qui donnerait l'unité d'intensité à travers l'unité de résistance.

Or nous avons déjà choisi les unités de résistance et d'intensité, et par conséquent la force électromotrice d'un couple est exprimée par le poids d'hydrogène qu'il dégagerait en 1 minute dans un voltamètre, si le circuit avait une résistance égale à celle d'un cylindre de mercure de 1 millimètre de section et de 1 mètre de longueur. C'est ce que nous nommerons la force électromotrice *vraie*.

Comme, d'après la loi de Faraday, les nombres d'équivalents d'hydrogène dégagé dans le circuit et de zinc dissous dans le couple sont égaux, on peut dire que la force électromotrice se mesure par le poids p du zinc qui se dissout en 1 minute, divisé par l'équivalent 33 du zinc, quand R est égal à l'unité.

Inversement, quand on connaîtra A et R on pourra calculer l'intensité i, c'est-à-dire le poids d'hydrogène que le courant dégage en 1 minute, et par suite le poids $i.33$ de zinc qui se dissout pendant le même temps.

Malheureusement ce n'est point ainsi qu'on a généralement évalué les forces électromotrices. Presque tous les observateurs ont adopté des étalons de résistance différents et mesuré les intensités par des boussoles de tangentes ou de sinus dont les sensibilités n'étaient ni égales ni définies; il en résulte que les valeurs qu'ils ont trouvées pour A sont exprimées par des nombres différents, en fonction d'unités arbitraires et indéterminées. Ces valeurs n'apprennent rien sur les forces vraies des couples, mais elles expriment leurs rapports.

On ne fait rien de plus quand on rapporte toutes les forces électromotrices à l'une d'elles choisie comme unité; par exemple, à celle d'un couple thermo-électrique déterminé, ou à celle d'un élément de Daniell, ou à celle que développe le zinc dans l'eau acidulée. Quel que soit le terme de comparaison qu'on adopte, la formule $i = \frac{A}{R}$ cesse d'être vraie, à moins qu'on ne prenne pour unité d'intensité celle du couple unité quand $R = 1$.

Nous ne trouverons donc dans les recherches qui vont suivre que des rapports entre les forces électromotrices; mais il suffira de les multiplier par la force électromotrice vraie du couple choisi arbitrairement comme unité pour avoir les valeurs de A qui conviennent à la formule de Ohm. Nous allons commencer par décrire les méthodes de mesure.

MÉTHODE DE FECHNER. — Il est clair que si on augmente progressivement la résistance propre r d'un couple de quantités connues R, R', R'', et qu'on mesure les intensités correspondantes, on a

$$i = \frac{A}{r + R}, \quad i' = \frac{A}{r + R'}, \quad i'' = \frac{A}{r + R''}, \ldots.$$

En groupant ces équations deux à deux, on peut calculer les valeurs de A et de r qui y satisfont et prendre la moyenne des résultats. Cette méthode, qui est générale, a été indiquée par

Ohm lui-même et adoptée par beaucoup d'observateurs. Mais elle ne peut s'appliquer qu'à des couples à action constante, car si A et r ou seulement l'une de ces deux quantités varie dans le cours des expériences, on n'obtient plus que des résultats erronés.

Fechner a imaginé de faire passer le courant du couple à travers un galvanomètre dont la résistance R_1 est tellement supérieure à celle du couple, qu'on peut négliger celle-ci; on mesure les intensités par la déviation de ce galvanomètre et l'on a approximativement pour les divers couples qu'on étudie

$$i = \frac{A}{R_1}, \quad i' = \frac{A'}{R_1}, \quad i'' = \frac{A''}{R_1},$$

et puisque R_1 est constant dans toutes les expériences, les intensités observées i, i', i'' mesurent proportionnellement les forces électromotrices A, A', A''.

R_1 étant nécessairement très-grand, cette méthode a l'inconvénient de réduire beaucoup l'intensité du courant et de la rendre tout à fait nulle quand le couple est très-faible. Mais on peut associer celui-ci à une pile à courant constant de n éléments dont la force est nA, et l'on obtient pour cette pile seule ou augmentée du couple

$$i = \frac{nA}{R_1}, \quad i' = \frac{nA \pm A'}{R_1}.$$

En retranchant i de i', on trouve $\pm \frac{A'}{R_1}$ qui mesure la force électromotrice du couple, dans les conditions où il est placé, et avec le signe qui convient à la direction qu'on lui a donnée.

M. Ed. Becquerel a adopté cette méthode en ce sens qu'il faisait passer le courant à travers deux bobines qui avaient une résistance trente mille fois égale à celle d'un couple de Grove ordinaire; mais il mesurait l'intensité par la balance électromagnétique qu'a imaginée son père; c'est une balance ordinaire, très-sensible, dont les plateaux supportent deux aimants de poids égaux suspendus verticalement par des fils au-dessus des deux bobines de résistance. Celles-ci sont traversées en sens inverse par le courant; l'une attire, l'autre repousse l'aimant qui lui correspond; le fléau s'incline et l'intensité i se

mesure par les poids nécessaires pour rétablir l'équilibre. La force électromotrice s'exprime dans toutes les expériences par l'intensité mesurée i, c'est-à-dire par un nombre de milligrammes.

Ce nombre de milligrammes étant variable avec la résistance des deux bobines, les intensités et les forces électromotrices sont exprimées avec une unité arbitraire. Pour la définir, M. Becquerel a étudié un couple thermo-électrique ordinaire, et il a reconnu qu'avec ses appareils chaque milligramme correspond à un nombre de ces couples égal à 3,25; d'où il suit qu'en multipliant par 3,25 toutes les forces mesurées en milligrammes, elles se trouvent rapportées à celle de ce couple thermo-électrique considéré comme unité.

MÉTHODE DE WHEATSTONE. — On fait passer le courant d'un couple à travers un galvanomètre et un rhéostat, et l'on enroule le fil, 1° de R; 2° de R + l, jusqu'à obtenir successivement deux déviations δ et δ' qui doivent rester constantes dans toutes les expériences et qui correspondent à des intensités i et i',

$$i = \frac{A}{r + R}, \quad i' = \frac{A}{r + R + l},$$

d'où

$$\frac{1}{i'} - \frac{1}{i} = \frac{l}{A},$$

$$A = l \frac{ii'}{i - i'}.$$

Si l'on répète la même opération pour un autre couple A', en ajoutant au circuit des longueurs de fil R' et R' + l' suffisantes pour reproduire les mêmes déviations δ et δ', le coefficient $\frac{ii'}{i - i'}$ ne change pas; il s'ensuit que les forces électromotrices A, A',... pourront être évaluées par des longueurs l, l',... du fil du rhéostat qu'il faut ajouter au circuit pour que le galvanomètre passe de la déviation δ à la déviation δ'.

M. Wheatstone a modifié sa méthode de la manière suivante, qui a ensuite été developpée par MM. Lenz et Saweljev. On étudie d'abord une pile à courant constant dont la force élec-

tromotrice est nA, et l'on obtient comme précédemment

$$nA = l\frac{ii'}{i-i'},$$

puis on interpose dans le circuit le couple dont on veut mesurer la force électromotrice A'. Je suppose qu'il soit tourné de manière à donner un courant opposé à celui de la pile; la force électromotrice du système sera nA — A', et l'on aura par la même méthode

$$nA - A' = l'\frac{ii'}{i-i'},$$

et, en retranchant nA — A' de nA,

$$A' = (l - l')\frac{ii'}{i-i'}.$$

La force électromotrice A' sera donc exprimée par la différence $l - l'$ des longueurs du fil du rhéostat qu'il faut ajouter au circuit dans les deux cas considérés pour passer de la déviation δ à la déviation δ'.

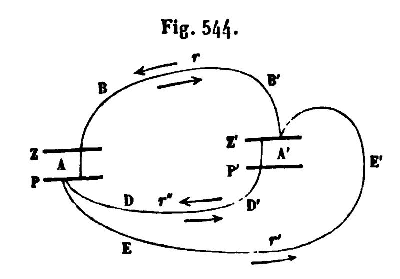
Ces divers procédés exigent à la rigueur que le couple soit constant, car s'il ne l'est pas, les liquides qu'il contient s'altèrent pendant qu'il est en activité, et les deux constantes de ce couple changent progressivement. D'un autre côté, la force électromotrice effective A' que l'on mesure est complexe; elle est développée par les éléments qui constituent le couple, mais elle est diminuée par la polarisation des électrodes qui engendre un courant de réaction opposé et qui agit comme le ferait une force électromotrice inverse. Dans le cas où l'on associe le couple à une pile, le courant de cette pile change les polarisations et complique encore le phénomène.

MM. Lenz et Saweljev déterminaient directement l'effet de la polarisation et le retranchaient algébriquement du résultat mesuré. M. Ed. Becquerel, remarquant que cet effet se produit progressivement et qu'il est faible sur des lames de grande dimension, opérait avec des couples à large surface et ne mesurait que l'action initiale qui est indépendante de cette cause perturbatrice; mais M. Poggendorff a imaginé la méthode

suivante qui élimine toutes les altérations de la force électromotrice.

MÉTHODE DE COMPENSATION. — Soient A et A′ deux couples que l'on veut comparer, le premier à action constante et le deuxième quelconque (*fig.* 544). Z et Z′ représentent les deux zincs, P et P′ les deux métaux inattaqués, A et A′ les deux liquides. Joignons Z à Z′, P à P′ et Z′ à P. Il est clair que l'élément A va donner deux courants, l'un qui traversera PEE′Z′ et Z′B′BZP dont les résistances sont r' et r, l'autre qui passera dans PDD′Z′ que nous appellerons r'', et dans r. Ces deux courants seront confondus dans la partie commune r et séparés dans les deux branches dérivées r' et r''. D'après des formules connues, on aura

Fig. 544.



dans r', ... $i_1 = \dfrac{A r''}{r(r'+r'')+r'r''} = \dfrac{A r''}{R}$,

dans r'', ... $i_2 = \dfrac{A r'}{R}$.

De même le couple A′ donnera deux courants, l'un dans r'' et r, l'autre dans r'' et r'; ils seront superposés dans r'', et leurs intensités s'exprimeront comme il suit :

dans r, ... $i' = \dfrac{A' r'}{r''(r+r')+rr'} = \dfrac{A' r'}{R}$,

dans r', ... $i'_1 = \dfrac{A' r}{R}$,

dans r'', ... $i'_2 = \dfrac{A'(r+r')}{R}$.

Les deux courants i_2 et i'_2 qui traversent r'' sont de signe contraire, et l'on peut au moyen d'un rhéostat faire varier la longueur r' jusqu'à ce qu'ils soient égaux, c'est-à-dire jusqu'à ce

qu'un galvanomètre placé dans r' ne soit pas dévié. Dans ce cas,

$$\frac{Ar'}{R} = \frac{A'(r+r')}{R} \quad \text{ou} \quad \frac{A'}{A} = \frac{r'}{r+r'}.$$

Cette condition donne un premier moyen de connaître $\frac{A'}{A}$.

D'autre part, les deux courants dérivés i_1 et i'_1 qui traversent le fil r' sont de même sens ; la somme de leurs intensités pourra se mesurer par une boussole de sinus et s'exprimera par $k \sin \delta$:

$$k \sin \delta = i_1 + i'_1 = \frac{A'r'' + A'r}{R},$$

et en remplaçant A par la valeur précédente,

$$k \sin \delta = A' \frac{\frac{r+r'}{r'} r'' + r}{rr' + rr'' + r'r''} = \frac{A'}{r'} \frac{rr' + rr'' + r'r''}{rr' + rr'' + r'r''} = \frac{A'}{r'},$$

$$A' = r'.k \sin \delta.$$

Comme on connaît la boussole avec laquelle on opère, on sait quelle est la valeur de k. D'un autre côté, r' se mesure par le rhéostat, et l'on trouve la valeur *vraie* de la force électromotrice A'.

On voit qu'au moment de l'observation il n'y a aucun courant dans le couple A', qui, par conséquent, ne s'altère pas et n'éprouve aucune polarisation. On mesure donc sa force électromotrice telle qu'elle est au moment considéré, en éliminant toutes les causes qui peuvent l'affaiblir.

MÉTHODE D'OPPOSITION. — Quand on réunit par leurs pôles de même nom deux piles différentes, elles donnent des courants inverses qui traversent la somme de leurs résistances individuelles, et on a

$$i = \frac{nA - n'A'}{R + R'}.$$

La condition nécessaire et suffisante pour que l'intensité résultante soit nulle, est que nA soit égal à $n'A'$; donc on peut opposer deux piles l'une à l'autre, et faire varier le nombre des couples de l'une d'elles, jusqu'à ce que le courant total soit nul. Quand il l'est devenu, on en conclut que $nA = n'A'$. Tel

est le principe de la méthode d'opposition proposée par M. J. Regnauld.

Il prépara 60 couples thermo-électriques de bismuth et de cuivre, formés à peu près comme celui de la *fig.* 533. Toutes les tiges de bismuth avaient été coulées dans un moule commun; les fils de cuivre avaient été plongés dans le métal fondu et s'y étaient fixés pendant la solidification, sans l'intermédiaire d'aucun métal étranger. Ces éléments avaient la même force électromotrice qui fut prise pour unité; ils furent réunis en une pile dont les soudures paires ou impaires plongeaient dans deux auges, l'une pleine de glace, l'autre remplie de cire échauffée à 100 degrés par un bain d'eau bouillante. Un curseur, auquel était attaché le rhéophore négatif, glissait suivant l'axe de cette pile et permettait de la terminer à un couple quelconque de rang n, de sorte que la force électromotrice totale était égale à ce nombre n.

Cela étant, M. J. Regnauld disposa un couple suivant le modèle de ceux de Daniell, avec les éléments suivants :

zinc, sulfate de zinc | sulfate de cadmium, cadmium.

Il opposa ce couple à la pile, et chercha par tâtonnements le nombre n d'éléments de celle-ci qu'il fallait mettre en fonction pour annuler le courant. Il trouva qu'il en fallait plus que 55, et moins que 56; par conséquent la force électromotrice du couple zinc-cadmium est 55 fois égale à celle d'un élément thermo-électrique ou à 55 unités, à $\frac{1}{55}$ près.

Mais si on essayait la même expérience avec un couple de Grove, il faudrait une pile thermo-électrique beaucoup plus longue. Pour éviter d'en multiplier les éléments, M. Regnauld prend comme unité intermédiaire le couple zinc-cadmium; il en fait une pile de 1, 2, 3,..., n éléments; il l'oppose au couple qu'il s'agit d'étudier, et reconnaît par la même méthode que la force électromotrice A de ce couple est comprise entre m et $m+1$ fois celle de l'unité intermédiaire, ou entre $m55$ et $(m+1)55$. Ensuite, pour préciser la mesure, il oppose au même couple m éléments zinc-cadmium, et n éléments de la pile thermo-électrique jusqu'à annuler le courant produit; alors il obtient

$$A = m55 + n.$$

Telles sont les méthodes qu'on a employées; voyons maintenant les résultats auxquels elles ont conduit. Elles ont conduit d'abord à l'évaluation de la force électromotrice des couples les plus usuels, et ensuite à l'étude approfondie des circonstances au milieu desquelles se produit cette force.

FORCE ÉLECTROMOTRICE RELATIVE DES COUPLES USUELS. — 1° La nature des liquides exerce une influence évidente sur l'énergie de la force électromotrice; mais ce à quoi on ne pouvait s'attendre, c'est qu'une fois cette nature déterminée, le degré de concentration des sels qui enveloppent la lame positive (cuivre), ou des acides qui baignent le zinc, peut varier dans des proportions très-considérables sans changer sensiblement la valeur de A; il n'a d'effet que sur la résistance propre du couple, dont il change la conductibilité.

2° Les deux métaux qui entrent dans la composition d'un couple ont chacun leur influence particulière, qui sera étudiée bientôt. Quand l'un d'eux est du zinc, A est généralement très-grande; elle augmente si l'on amalgame ce métal, mais cette augmentation ne change pas avec la quantité de mercure. Il en est de même quand on prend des amalgames de potassium ou de sodium.

3° Tous les couples à courant constant contiennent un diaphragme poreux qui sépare les deux liquides; son épaisseur, son degré de porosité, sa nature, influent sur la conductibilité du couple, mais nullement sur la force électromotrice, à moins qu'il ne soit attaqué par l'un des deux liquides.

4° La théorie de Ohm, confirmée par les expériences de M. Kohlrausch, nous apprend que la force électromotrice résulte des tensions contraires que prennent les éléments opposés d'un couple; elle doit donc être indépendante de l'étendue des surfaces, comme les tensions elles-mêmes. C'est ce qu'a vérifié M. Wheatstone avec des couples identiquement disposés, mais dont les dimensions étaient extrêmement différentes. Il a fallu pour chacun d'eux augmenter la résistance de 30 tours du rhéostat pour faire passer la déviation du galvanomètre de 45 à 40 degrés. La méthode de M. J. Regnauld montre avec plus d'exactitude et de simplicité que ces couples s'annulent quand on les oppose.

On voit en résumé que la force électromotrice change avec la constitution des couples, c'est-à-dire avec la nature des liquides et des métaux, mais qu'elle ne dépend ni du degré de concentration des solutions, ni du diaphragme, ni de la proportion du mercure dans l'amalgame, ni enfin de la grandeur des surfaces; par conséquent, elle est déterminée quand on connaît seulement la nature des liquides et des métaux, et on peut la déterminer une fois pour toutes. Voici les valeurs qu'elle atteint dans les divers couples, en prenant comme unité le couple thermo-électrique :

COMPOSITION DES COUPLES.	DÉSIGNATION des couples.	A	
		J. REGNAULD.	ED. BECQUEREL.
Couple thermo-électrique..................	....	1	1
Zinc pur........ SO^4Zn | SO^4Ca. Cadmium.	Zinc-cadmium.	55	"
Zinc pur........ SO^4HO | .... Cuivre....	Wollaston....	"	99
Zinc pur........ SO^4HO........ Platine...	Smée........	"	121
Zinc amalgamé... | SO^4Cu........ Cuivre....	Wheatstone...	153	"
Zinc pur.. ..... SO^4Zn | SO^4Cu. Cuivre....	Daniell	175	"
Zinc amalgamé... SO^4HO | SO^4Cu. Cuivre....	Daniell.......	179	187
Zinc amalgamé... SO^4HO | AzO^5.. Platine...	Grove..	310	326
Zinc amalgamé... SO^4HO | AzO^5.. Charbon..	Bunsen.......	"	319
Potassium amalg. ChNa | AzO^5.. Platine...	....	416	"

FORCES ÉLECTROMOTRICES VRAIES. — Mais il ne suffit pas d'avoir comparé les forces électromotrices à celle d'un couple choisi arbitrairement, il faut calculer leurs valeurs vraies, c'est-à-dire celles qui satisfont à la formule $i = \frac{A}{R}$, dans laquelle on mesure l'identité i par le poids d'hydrogène dégagé en 1 minute, et la résistance R par la longueur d'un fil de mercure de section égale à 1 millimètre. Or Pouillet a trouvé que le courant qui décompose 1 gramme d'eau en 1 minute, ou qui dégage $\frac{1}{9}$ de gramme d'hydrogène, et dont l'intensité est égale à $\frac{1}{9}$, est 13787 fois plus fort que celui qui est donné par un couple thermo-électrique à travers 20 mètres de cuivre de 1 millimètre de diamètre; donc l'intensité i_1 de ce dernier est

$\frac{1}{9 \times 13787} = \frac{1}{124083}$, et la résistance $\frac{l}{sc}$ du circuit qu'il traverse est égale à $\frac{20}{\frac{\pi}{4}(49,45)} = 0,5150$, et comme la force électromotrice vraie A_1 du couple thermo-électrique est égale au produit de l'intensité i_1 par la résistance $\frac{l}{sc}$, on a

$$A_1 = \frac{0,5150}{124083} = 0,0000004151.$$

Connaissant maintenant la force électromotrice vraie A_1 à laquelle on a comparé les autres, on obtiendra les forces électromotrices vraies de tous les autres couples, en multipliant par A_1 les nombres écrits dans le tableau précédent.

Si l'on veut calculer l'intensité $i = \frac{nA}{R + nr}$ du courant donné par une pile, il faut non-seulement avoir déterminé A, mais aussi la résistance propre r de chaque couple; or r, variant avec la concentration des liquides, avec l'étendue et la distance des deux métaux, ne peut être déterminée que par une étude spéciale des couples particuliers qu'on veut employer. Mais on pourra la calculer si l'on connaît toutes les dimensions du couple et la conductibilité des deux liquides, et cela fait, la formule $i = \frac{nA}{R + nr}$ permettra d'obtenir avec assez d'exactitude pour une première approximation le poids i d'hydrogène que dégagerait la pile, pendant 1 minute, à travers tout circuit extérieur dont la résistance R serait connue. Ainsi, grâce aux déterminations que nous avons faites des conductibilités et des forces électromotrices, les effets d'une pile peuvent se calculer à l'avance en fonction de coefficients connus. C'est un premier but pratique qu'il était nécessaire d'atteindre. Il y a maintenant un autre problème à résoudre qui a plus d'importance théorique : il faut savoir quelles lois suivent les forces électromotrices dans leur développement au milieu des couples d'une pile. Nous allons résumer le peu que l'on sait sur ce sujet.

FORCE RÉSULTANTE. — La force électromotrice développée dans les couples, même les plus simples, est toujours l'effet

d'actions complexes; elle est la résultante de plusieurs forces élémentaires qui naissent à chaque contact; nous allons les analyser et chercher comment elles se composent en une seule. Nous examinerons d'abord le cas où l'on plongerait dans l'eau acidulée une lame de zinc Zn et un métal CB que nous supposerons inactif; l'action serait représentée par le symbole suivant :

$$\begin{array}{cc|cccc}
 & & ^{A} & & & \\
Z\ ______\ n & & SO^4H\ SO^4H & \ldots & SO^4H\ SO^4H & C\ ______\ B \\
-e \qquad +e & & -\ +\ -\ + & & -\ +\ -\ + & -e \qquad +e \\
 & & _{A} & & &
\end{array}$$

c'est-à-dire que la force électromotrice naîtrait en AA, que le fluide neutre serait décomposé, et que des quantités $-e$ et $+e$ des deux fluides se porteraient par influence aux extrémités antérieures et postérieures du zinc Zn, de chaque molécule SO^4H et du métal CB, et que la différence des tensions extrêmes qui mesure la force électromotrice serait $2e$.

Si l'on remplaçait le zinc par un métal inactif B′C′, et CB par du cuivre, on aurait une action inverse, une orientation opposée, une différence de tension $2e'$ qui serait moindre, et une force électromotrice plus faible, naissant en A′A′,

$$\begin{array}{cccc|c}
 & & & ^{A'} & \\
B'\ ______\ C' & H\,SO^4\,H\,SO^4 & \ldots & H\,SO^4\,H\,SO^4 & C\ ______\ u \\
+e' \qquad -e' & +\ -\ +\ - & & +\ -\ +\ - & +e' \qquad -e' \\
 & & & _{A'} &
\end{array}$$

Mais si l'on constitue un couple avec du zinc et du cuivre, il est naturel de penser que les deux effets précédents se superposeront, que les deux métaux tendront à produire des actions opposées et à orienter le liquide dans des sens contraires, que les deux forces électromotrices agiront à la fois en AA et A′A′, qu'elles se retrancheront, puisqu'elles sont contraires, et que les tensions extrêmes seront égales à la différence de celles qui se produisaient dans les deux cas précédents. On aura

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & ^{A} & & ^{A'} & \\
Z\ ________\ u & SO^4H\,SO^4H & \ldots & SO^4H\,SO^4H & C\ ________\ u \\
-(e-e') \quad +(e-e') & -\ +\ -\ + & & -\ +\ -\ + & -(e-e') \quad +(e-e') \\
 & _{A} & & _{A'} &
\end{array}$$

Or, comme rien n'autorise à affirmer qu'il y ait des métaux inactifs, même l'or et le platine, la force électromotrice effective d'un couple simple quelconque n'est en réalité que la différence de celles qui se développent individuellement au contact du liquide avec les deux métaux.

La même chose aura lieu si nous étudions deux liquides, comme la soude et l'acide sulfurique, avec deux électrodes BC, C'B', que nous supposerons inactives. Il est probable qu'il y a une force électromotrice en A''A'' au contact des deux liquides, qu'elle oriente les molécules et qu'elle produit une différence de tension $2e''$:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & & & & A'' & & & & & & \\ B & C & O & Na & O & Na & | & SO^4 & H & SO^4 & H & C' & B' \\ -e'' & +e'' & - & + & - & + & | & - & + & - & + & -e'' & +e'' \\ & & & & & & A'' & & & & & & \end{array}$$

Si nous remplaçons l'électrode BC qui plonge dans la soude par du potassium, elle ajoutera son action à celle des deux liquides et augmentera la force électromotrice $2e''$ de celle qu'elle détermine, ou de $2e'$; et enfin, si l'on introduit du zinc dans l'eau acidulée au lieu de C'B', il produira une force électromotrice inverse égale à $2e$, qui se retranchera. La force résultante A' sera donc $2e'' + 2e' - 2e$. En général, si un couple est formé de deux liquides L et L', et de deux métaux, l'un R placé dans L, l'autre R' plongeant dans L', la force électromotrice totale A' sera égale à la somme algébrique de celles qui se produisent : 1° au contact de R et de L; 2° au contact de L et de L'; 3° au contact de R' et de L'. Nous représenterons conventionnellement ces trois forces par R, L, par L, L', par R', L', et en général en écrivant à la suite l'une de l'autre les formules chimiques des deux substances en contact. Nous aurons alors pour la force électromotrice effective

$$(1) \qquad A' = R, L + L, L' - R', L'.$$

Enfin, si le couple est traversé par le courant d'une pile, sa force électromotrice A' s'ajoutera à celle de cette pile, qui est A, ou elle s'en retranchera; mais il se produira un nouveau phénomène. Des gaz se dégageront aux deux électrodes R et R', les polariseront et feront naître chacun deux forces électromotrices de polarisation, l'une R, O provenant de l'oxygène dégagé sur le premier métal, l'autre R', H développée par l'hydrogène sur le second. On aura donc pour la force électromotrice totale P de la pile augmentée du couple

$$P = A \pm A' - R, O - R', H,$$

$$(2) \qquad P = A \pm (R, L + L, L' - R', L') - R, O - R', H.$$

Le second terme devra être pris avec le signe + ou le signe — suivant que le couple considéré agira dans le sens de la pile ou dans le sens opposé.

Cette formule est fondamentale; mais comme elle résulte de considérations tout à fait hypothétiques, notre premier soin doit être de montrer qu'elle est confirmée par toutes les expériences.

I. M. Poggendorff prit une pile à courant constant, dont il mesura la force électromotrice A, puis il y ajouta un couple simple de zinc et de platine dont la force électromotrice était A', et qui fut mis d'abord en concordance, ensuite en opposition avec la pile. On obtient, dans les deux cas, deux forces électromotrices totales P et P', qui doivent être

$$P = A + A' - \text{Pt, H}, \qquad P' = A - A' - \text{Pt, O} - \text{Zn, H};$$

d'où l'on tire

$$A - P + A - P' = \text{Pt, H} + \text{Pt, O} + \text{Zn, H} = \alpha.$$

On remplaça les deux métaux du couple d'abord par deux lames de platine, ensuite par deux lames de zinc, ce qui donna deux nouvelles forces, P_1, P'_1 :

$$P_1 = A - \text{Pt, H} - \text{Pt, O}, \qquad P'_1 = A - \text{Zn, H},$$
$$A - P_1 + A - P'_1 = \text{Pt, H} + \text{Pt, O} + \text{Zn, H} = \alpha.$$

Les deux valeurs de α ainsi déterminées furent sensiblement égales. Par conséquent, les forces de polarisation, celles d'un couple et celles d'une pile, s'ajoutent comme la formule (2) l'indique.

II. M. Ed. Becquerel plaça un vase poreux dans un bocal de verre, puis il versa d'abord de l'acide azotique, ensuite de l'acide sulfurique dans les deux compartiments, et enfin de l'acide sulfurique dans l'un et de l'acide azotique dans l'autre. Au moyen d'électrodes en platine il fit passer le courant d'une pile connue à travers cette double cellule et détermina dans chaque cas la force électromotrice totale P, comme on vient de le faire précédemment. Si on désigne par Pt, O_{AzO^5} et par Pt, O_{SO^3} celles de l'oxygène dans les acides azotique et sulfurique, par Pt, H_{SO^3} celle de l'hydrogène dans l'acide sulfurique, et enfin par SO^3, AZO^5 celle qui résulte de l'action des deux acides, on peut

exprimer les résultats par le tableau suivant, où les flèches indiquent le sens du courant :

Composition du couple.	R, O + R', H − A'	=	A − P	
Pt...SO^3 | AzO^5...Pt.	→.Pt, O_{SO^3} − A'.........	=	34,00	100,25
Pt...AzO^5 | SO^3 ...Pt.	→.Pt, O_{AzO^5} + Pt, H_{SO^3} + A'	=	66,25	
Pt...SO^3 | SO^3 ...Pt.	→.Pt, O_{SO^3} + Pt, H_{SO^3}....	=	91,18	99,68
Pt...AzO^5 | AzO^5...Pt.	→.Pt, O_{AzO^5}.............	=	8,50	

Et s'il est vrai que les forces de polarisation s'ajoutent et se retranchent ainsi que l'indiquent la formule (2) et le tableau, la somme des deux premières équations doit être égale à celle des deux dernières, ce qui en effet est très-sensiblement vérifié.

III. Par sa méthode de compensation, M. Poggendorff étudia trois couples simples : le premier zinc et cuivre, le deuxième zinc et fer, le troisième fer et cuivre. Ils plongeaient dans une auge unique contenant de l'acide sulfurique étendu. Comme il n'y a qu'un liquide, le terme L, L' est nul, et puisque, d'après la méthode même, ces couples n'entrent point en activité, il n'y a pas à s'occuper de la polarisation. La formule (1) se réduit à

$$A' = R, SO^3 - R', SO^3.$$

On a trouvé

Composition du couple.	R, SO^3 − R', SO^3	=	A'	
Zinc ... SO^3, HO ... Cuivre.	Zn, SO^3 − Cu, SO^3	=	13,792	
Zinc ... SO^3, HO ... Fer.	Zn, SO^3 − Fe, SO^3	=	7,399	13,399
Fer ... SO^3, HO ... Cuivre.	Fe, SO^3 − Cu, SO^3	=	6,000	

La première équation doit être égale à la somme des deux autres, ce qui est vrai.

IV. MM. Lenz et Saweljev ont mesuré par le second procédé de Wheatstone les forces électromotrices de combinaisons très-variées, parmi lesquelles nous citerons les suivantes :

Composition du couple.	A'	Composition du couple.	A''	A' − A''
Zn...SO^3 | AzO^5...Pt	4,29	Zn...SO^3 | SO^4Cu...Cu	2,17	2,12
Fe...SO^3 | AzO^5...Pt	3,01	Fe...SO^4 | SO^3Cu...Cu	0,89	2,12
St...SO^3 | AzO^5...Pt	3,01	St...SO^3 | SO^4Cu...Cu	1,06	1,95
Zn...KO | AzO^5...Pt	5,49	Zn...KO | SO^4Cu...Cu	3,50	1,99

Si l'on calcule la différence A' − A'' des forces électromo-

trices placées sur une même ligne horizontale, on doit obtenir un nombre constant, car tous les couples écrits en regard ont le même métal négatif dont l'influence disparaît par la soustraction, et comme dans ces exemples l'action réciproque des liquides est très-faible ou égale, la différence A′ — A″ est sensiblement égale à la force électromotrice du couple suivant :

$$\text{Cu} \ldots \text{SO}^4\text{Cu} \mid \text{AzO}^5 \ldots \text{Pt}.$$

La force électromotrice de ce couple a été mesurée directement et trouvée égale à 2,02, qui diffère peu des valeurs de A′ — A″.

Après ces vérifications, qu'il serait facile de multiplier, la formule (2) peut être considérée comme justifiée. Outre qu'elle sera d'un grand secours dans les déterminations qui vont suivre, elle entraîne une conséquence capitale, qui a été signalée par M. Poggendorff. Elle montre qu'en éliminant la polarisation des électrodes, la force électromotrice A′ d'un couple intercalé dans le circuit d'une pile reste la même, quel que soit son sens, c'est-à-dire quand le métal négatif du couple se dissout ou non; d'où il faut conclure : 1° que *l'acte* de la combinaison chimique n'est pas la cause du développement de l'électricité dans ce couple; 2° que si cette cause est chimique, il faut l'attribuer à une affinité de tendance; 3° qu'on peut tout aussi bien la rapporter à une force physique spéciale, qui, au contact des corps hétérogènes, décomposerait le fluide neutre. Nous voici ainsi ramenés par une tout autre voie à la dernière des théories par laquelle on explique le développement des courants.

Je vais montrer maintenant comment, avec le secours de la formule (2), on peut isoler et étudier séparément les forces électromotrices élémentaires, qui, dans un couple, se composent en une résultante unique.

FORCE ÉLECTROMOTRICE DE POLARISATION. — Ce sujet a été étudié par un grand nombre d'observateurs, par MM. Wheatstone, Poggendorff, Lenz et Saweljev, Swanberg, Beetz et Ed. Becquerel.

M. Wheatstone mesurait en tours du rhéostat la force électromotrice d'une pile à courant constant de *n* couples; cette

force était nA avec un circuit métallique, elle se réduisait à A' quand on interposait un voltamètre. La différence $(nA - A')$ donnait la force électromotrice p de polarisation dans le voltamètre. M. Wheatstone trouva ainsi :

Nombre de couples.	Sans voltamètre.	Avec voltamètre.	Différence.
n	nA	A'	$nA - A' = p$
3	90	21	69
4	120	50	70
5	150	79	71
6	180	109	71

D'où il suit que la force de polarisation est un peu supérieure à celle de deux des couples employés. Ces couples étaient constitués par un vase poreux rempli d'amalgame de zinc, plongé dans du sulfate de cuivre et entouré d'un cylindre de cuivre.

M. Ed. Becquerel obtint la valeur des forces de polarisation de l'oxygène et de l'hydrogène sur le platine au moyen des équations de la page 150; en y remplaçant A' par sa valeur, que nous déterminerons bientôt, et qui est égale à $19^{mg},56$, on trouve

$$\text{Pt, } O_{AzO^5} \ldots\ldots = 8^{mg},50$$
$$\text{Pt, } O_{SO^3} \ldots\ldots = 53,56$$
$$\text{Pt, } H_{SO^3} \ldots\ldots = 37,62$$
$$\text{Pt, } O_{SO^3} + \text{Pt, } H_{SO^3} \ldots\ldots = 91,18$$

Le même physicien détermina les forces de polarisation des divers métaux dans l'hydrogène par un procédé plus simple. Il forma divers couples avec deux lames, l'une de zinc amalgamé, l'autre du métal qu'il voulait étudier; toutes deux avaient 10 centimètres carrés et plongeaient dans une solution de 9 parties d'eau et de 1 partie d'acide sulfurique. Il associait ces couples à une pile de 10 éléments de Bunsen et mesurait en milligrammes les forces électromotrices $A + A'$ du système et A de la pile seule, d'où il concluait A'. Il faisait deux mesures successives de A', l'une rapidement, ce qui lui donnait la force A'_1 avant toute polarisation, l'autre A'_2 après que cette polarisation s'était produite, et $A'_1 - A'_2$ exprimait la force de polarisation du métal considéré recouvert d'hydrogène.

TABLEAU N° 1.

COUPLES ZINC AMALGAMÉ ET	FORCES ÉLECTROMOTRICES		
	AVANT LA POLARISATION. A'_1	APRÈS LA POLARISATION. A'_2	DE POLARISATION PAR L'HYDROGÈNE. $A'_1 - A'_2$
	mg	mg	mg
Or.....................	75,75	29,87	48,88
Platine....................	78,75	35,37	43,38
Argent.....................	68,25	28,50	39,75
Mercure....................	57,25	17,50	39,75
Cuivre.....................	51,75	24,25	27,50
Zinc amalgamé............	00,00	— 2,00	2,00
Zinc pur...................	00,25	— 2,00	1,75

Toutes ces forces sont exprimées par les poids qu'il faut mettre dans la balance pour réaliser l'équilibre; mais on peut les ramener aux unités de M. J. Regnauld en se rappelant (page 139) que chaque milligramme équivaut à un nombre de couples thermo-électriques égal à 3,25.

Ces premiers résultats nous conduisent à une importante conséquence. On sait qu'un couple zinc-cuivre ordinaire ou un couple de Daniell ne suffisent pas pour décomposer l'eau dans un voltamètre : il en faut au moins deux; tandis qu'un seul élément de Grove suffit. Cela tient à ce que les couples commencent par polariser les électrodes du voltamètre en faisant naître une force de polarisation qui se retranche de leur force électromotrice, et il faut nécessairement que celle-ci soit supérieure à celle-là pour que l'électrolysation puisse continuer. D'où il suit, d'après les résultats de M. Wheatstone, qu'il faut au moins trois de ses couples pour décomposer l'eau.

On remarquera aussi par le dernier des tableaux précédents que la polarisation du cuivre par l'hydrogène est très-considérable. Dans le cas de la pile de Wollaston, la force initiale, qui est 51,75, baisse à 24,25 par l'effet de la polarisation : elle diminue de plus de moitié; la pile de Smee est dans le même cas. Il est donc très-important de choisir pour métaux positifs ceux sur lesquels l'hydrogène produit une polarisation très-

faible ; c'est pour cette raison que Sturgeon a remplacé le cuivre par du fer. Il diminue par là la force électromotrice initiale A' du couple ; mais cette perte est compensée par la diminution de la polarisation.

Variation de la force de polarisation. — Les nombres par lesquels M. Ed. Becquerel a exprimé les polarisations des gaz rapportent au cas bien défini où les lames avaient 10 centimètres carrés de surface, où le courant était donné par 10 éléments de Bunsen et où le liquide était étendu de 9 parties d'eau. Si ces conditions changent, les nombres changent eux-mêmes. Voici les résultats donnés par des voltamètres différents avec des courants d'intensité variable :

Dimension des lames.	Nombre des couples.	Forces de polarisation dans le voltamètre — rempli d'acide sulfurique au 10e.	Forces de polarisation dans le voltamètre — rempli d'acide azotique.
Platine.		millig	millig
60mm 40mm	1	73,0	18,5
"	2	96,5	"
"	4	101,0	47,5
Platine.			
40mm 10mm	1	85,0	43,5
"	2	110,0	"
"	4	126,0	53,5
Or.			
40mm 20mm	1	92,0	51,0
"	2	131,0	"
"	4	136,5	69,0

Ces expériences et beaucoup d'autres que nous ne rapporterons pas conduisent aux remarques suivantes :

1° La force de polarisation p augmente avec l'intensité du courant. Elle peut se représenter par des lames et un liquide donnés par la formule

$$p = a + bi + ci^2.$$

2° Elle diminue quand la surface des lames augmente. Cela tient à ce que le courant total se divise entre les lames en une infinité de rameaux d'autant plus faibles que les surfaces sont plus grandes.

3° Elle change avec les métaux; elle change aussi avec la nature des liquides : par exemple elle est, sur une électrode positive de platine, égale à 53^{mg},56 dans l'acide sulfurique, et à 8^{mg},50 dans l'acide azotique.

4° Quand un seul des deux gaz est dégagé, il engendre une force électromotrice propre; quand tous les deux sont mis en liberté, ils produisent une action totale égale à la somme de leurs actions individuelles.

5° La force de polarisation augmente dans le vide, surtout avec des électrodes de platine ou d'or, et par suite l'intensité du courant diminue. Ce fait résulte de ce que dans l'air l'oxygène se combine avec l'hydrogène accumulé par polarisation sur l'électrode négative et produit une dépolarisation partielle qui cesse dans le vide. C'est à cette cause qu'il faut attribuer deux faits connus depuis longtemps : 1° l'absorption de l'oxygène de l'air par les cuivres d'une pile à un seul liquide; 2° la diminution de l'intensité du courant quand on met la pile dans le vide.

Puisque la force de polarisation est variable avec l'intensité du courant et avec tous les éléments qui constituent le voltamètre, on ne peut l'exprimer par un nombre applicable à tous les cas. Quand on aura besoin de la connaître dans des conditions données, il faudra la mesurer directement.

FORCE ÉLECTROMOTRICE DES PILES A GAZ. — Quand on décompose de l'eau dans un voltamètre disposé comme celui de la *fig.* 505, p. 54, l'oxygène et l'hydrogène s'accumulent dans les cloches; si ensuite on supprime la pile et qu'on réunisse les deux électrodes entre elles, le voltamètre devient un couple à gaz de Grove, et la force de polarisation des deux gaz est la force électromotrice de ce couple. Celle-ci est donc variable comme celle-là.

On reconnaît qu'une pile de Grove que l'on a chargée de gaz en décomposant l'eau par un courant au moyen des lames de platine elles-mêmes, a une plus grande force que si on la pré-

pare en introduisant dans les cloches de l'oxygène et de l'hydrogène ordinaires. Cela tient vraisemblablement à trois causes : 1° à ce que les gaz dégagés par les électrodes contiennent de l'ozone; 2° à ce que le passage du courant nettoie le platine; 3° à ce que ce courant détermine une condensation de gaz plus grande, et une force de polarisation d'autant plus considérable qu'il est plus intense.

La force électromotrice d'une pile à gaz diminue pendant qu'elle fonctionne. En effet les deux couches de gaz qui étaient à l'origine condensées sur les électrodes, se transforment en eau pendant le passage du courant. Elles tendent à se reproduire ensuite; mais, comme elles sont détruites aussitôt que reformées, elles ne reprennent leur condensation première que si l'on ouvre le circuit pendant quelque temps; alors la pile reprend pendant le repos son activité initiale.

M. Beetz a mesuré les forces électromotrices d'un couple à gaz en combinant avec une lame entourée d'hydrogène une seconde lame enveloppée d'un autre gaz ou même plongée dans l'eau. Voici quelques résultats ramenés par le calcul aux unités de M. Becquerel :

Platine ... Hydrogène	Platine seul	mg 34,23
Platine ... Hydrogène	Cuivre seul	6,50
Platine ... Hydrogène	Oxygène ... Platine ...	40,77
Platine ... Hydrogène	Chlore ... Platine ...	53,54

Il paraît démontré par le premier de ces exemples que, dans un couple à gaz, l'hydrogène dans son contact avec le platine produit une force électromotrice propre égale à 34 milligrammes; il se conduit comme le zinc dans l'eau acidulée. D'autre part, et d'après le troisième exemple, quand l'oxygène est accumulé sur la lame opposée, il augmente la force électromotrice de 34 à 41 milligrammes; il en fait donc naître une seconde qui s'ajoute à la première. Ces deux effets sont distincts et indépendants. Ce n'est donc pas la tendance à la combinaison des deux gaz qui développe la force électromotrice, ce sont deux actions qui se produisent au contact de chacun d'eux avec le platine, et comme il ne peut être ici question d'affinité, il faut bien attribuer l'action électrique à une force de contact.

FORCE ÉLECTROMOTRICE AU CONTACT DES LIQUIDES. — Je suppose que l'on forme une combinaison de deux liquides L, L' séparés par une cloison poreuse; qu'on plonge deux lames inattaquables d'or ou de platine dans les deux compartiments, et qu'on mesure la force électromotrice. Généralement il y aura une polarisation des électrodes, mais on pourra ou la mesurer et la retrancher du résultat, comme faisaient MM. Lenz et Saweljev, ou opérer rapidement et avec des lames très-larges, afin qu'elle soit faible et n'ait pas le temps de s'établir, ou bien suivre la méthode de M. Poggendorff, qui ne lui permet pas de se produire. Soit A' cette force électromotrice corrigée

$$A' = Pt, L + L, L' - Pt, L'.$$

Il est évident que, le résultat étant la somme algébrique de trois quantités, on ne pourrait obtenir L, L' que si Pt, L et Pt, L' étaient connues. Le problème est donc indéterminé.

M. Ed. Becquerel admet que les forces électromotrices du platine, de l'or, et en général des substances inattaquables, sont nulles ou au moins égales dans la plupart des liquides; cela paraît probable, mais n'est point démontré, et dans quelques cas c'est inexact. Par exemple, si les liquides sont de la potasse et de l'acide azotique, on obtient avec des électrodes de platine, d'or, d'argent ou de charbon :

Platine.	Or.	Argent.	Charbon.
mg	mg	mg	mg
55,50	44,50	44,50	60,50

Il est clair que ces substances agissent inégalement et ajoutent leur effet à celui des liquides en contact.

D'un autre côté, MM. Lenz et Saweljev considèrent comme évident que les liquides sont sans action l'un sur l'autre; que L, L' est nul, et que A' mesure la différence entre les forces électromotrices des deux métaux dans les deux liquides. Cette hypothèse n'est pas plus démontrée que la précédente; elle est probablement inexacte dans le cas où l'on considère la potasse et l'acide sulfurique.

On ne peut se prononcer entre des opinions aussi opposées, mais on ne court aucun risque d'erreur en admettant qu'il y a trois forces électromotrices : Pt, L; L, L'; Pt, L'. Voici les

résultats de M. Ed. Becquerel; ils expriment l'action des deux liquides augmentée de la différence de celles des deux lames de platine qui y sont plongées.

TABLEAU N° 2.

Action de deux dissolutions.

Solution négative.	Solution positive.	Force électromotrice.
		mg
Sulfate de cuivre saturé...	Eau acidulée par SO^3 au 10e.	5,50
Eau acidulée par SO^3 au 10e.	Eau oxygénée............	7,50
Eau acidulée par SO^3 au 10e.	Chlorure de platine saturé..	7,75
Eau acidulée par SO^3 au 10e.	Acide azotique pur........	19,25 à 21
Eau acidulée par SO^3 au 10e.	Acide chromique.........	27,80
Eau acidulée par SO^3 au 10e.	Eau chlorée saturée.......	37,25
Acide chlorhydrique......	Acide azotique pur........	52,50
Potasse.................	Acide azotique pur........	55,50
Persulfure de potassium...	Acide azotique pur........	72,50

La force totale d'un couple de Grove est représentée par 78 milligrammes; les deux liquides y entrent pour 20 milligrammes, c'est-à-dire pour $\frac{1}{4}$; celle de l'élément de Daniell est 58 milligrammes; les deux liquides agissent en sens opposé, et la réduisent de $\frac{1}{10}$ environ. Nous dirons en terminant que l'action des liquides entre eux est variable avec la température et le degré de concentration.

FORCE ÉLECTROMOTRICE AU CONTACT DES LIQUIDES ET DES MÉTAUX. — La plus simple des méthodes qu'on puisse choisir pour comparer les forces électromotrices des métaux a été suivie par M. Ed. Becquerel. Il étudiait des couples formés par une première lame de platine Pt et par une seconde lame d'un métal quelconque R plongeant toutes deux dans le même liquide L; il mesurait la force électromotrice initiale A' du couple qui est évidemment égale à la différence de celles des deux métaux

$$A' = R, L - Pt, L.$$

Mais on retrouve dans cette question la même indétermination que dans la précédente; il est impossible de mesurer la force absolue R, L d'un métal quelconque. On ne peut que trouver la différence entre celle-ci et celle du métal le moins

actif, qui est le platine. Voici le tableau des principaux résultats obtenus par M. Ed. Becquerel; ils sont, comme précédemment, exprimés en milligrammes :

TABLEAU n° 3.

	EAU DISTILLÉE.	EAU CHLORÉE.	EAU, 500. SO^3HO, 1	EAU, 9. SO^3HO, 1	EAU, 10. H Cl, 1.	EAU, 4. KO, 1.	EAU, 5. KS^2, 1.	EAU, 20. Cy K, 1.
Amalg. de potassium	"	165,50	"	137,32	"	"	"	"
Zinc amalgamé.....	"	"	81,50	81,75	82,75	81,00	"	77,00
Zinc pur..........	31,50	108,75	78,25	79,25	81,00	78,00	13,50	77,00
Cadmium.........	"	96,00	61,00	62,75	66,75	55,00	"	"
Plomb............	21,00	81,50	52,75	52,75	53,25	50,00	3,50	"
Étain.............	"	82,00	51,25	52,25	53,75	67,25	"	17,00
Fer...............	17,50	83,00	50,75	48,75	49,75	50,0?	"	29,00
Aluminium........	"	"	45,00	40,75	66,75	85,00	"	"
Nickel............	"	"	34,00	35,75	38,75	24,0?	0	"
Cobalt............	"	"	35,00	34,75	37,75	31,0?	"	"
Bismuth...........	"	50,00	26,00	29,50	33,00	36,00	"	"
Antimoine.........	"	53,00	26,00	27,75	28,75	48,25	"	"
Cuivre...........	10,00	61,00	26,00	27,75	36,75	33,00	9,50	71,00
Argent...........	"	55,25	9,50	17,25	27,25	0	7,50	42,00
Mercure..........	"	"	"	25,00	"	"	"	"
Or...............	"	10,00	"	0	"	0	"	48,00
Platine...........	0	0	0	0	0	10,0?	0	0

Au point de vue pratique, les tableaux n° 1, n° 2, n° 3 suffisent pour calculer la force électromotrice d'un couple quelconque. Considérons par exemple celui de Wollaston : on aura

$$A = \text{Zn}, \text{SO}^3 - \text{Cu}, \text{SO}^3, - \text{Cu}, \text{H}$$
$$= (\text{Zn}, \text{SO}^3 - \text{Pt}, \text{SO}^3) - (\text{Cu}, \text{SO}^3 - \text{Pt}, \text{SO}^3) - \text{Cu}, \text{H}.$$

Le premier et le second terme expriment les forces électromotrices de deux couples zinc-platine, cuivre-platine, dans l'acide sulfurique étendu; ils sont écrits dans le dernier tableau, et sont égaux à $81^{mg},75$ et à $27^{mg},75$; leur différence $54^{mg},00$ donne la force électromotrice initiale du couple de Wollaston. Quand la polarisation Cu, H s'est établie, il faut la retrancher; elle est égale à $27^{mg},50$ d'après le tableau n° 1, lorsque les lames de cuivre ont 10 centimètres carrés, et pour

un courant de certaine intensité; elle réduit la force du couple à $26^{mg},50$. Cette force est exprimée en milligrammes, mais en la multipliant par 3,25 on la ramène au couple thermo-électrique, ce qui donne 86,12, et enfin, comme on connaît la force électromotrice vraie de ce couple unité, on peut calculer celle de l'élément de Wollaston.

Mais, comme la polarisation diminue quand l'étendue des lames augmente, la force électromotrice de ce couple sera d'autant plus grande que sa surface sera plus considérable. C'est un fait qui est connu depuis longtemps.

Si l'on veut calculer de même un couple à deux liquides, comme celui de Grove, on trouve

$$\begin{aligned} A &= Zn, SO^3 + SO^3, AzO^5 - Pt, AzO^5 \\ &= (Zn, SO^3 - Pt, SO^3) + (Pt, SO^3 + SO^3, AzO^5 - Pt, AzO^5). \end{aligned}$$

Le premier terme est $81^{mg},75$, le second exprime l'action de l'acide azotique sur l'acide sulfurique avec deux électrodes de platine; elle est égale à 20, d'après le tableau n° 2. La somme est $101^{mg},75$; l'expérience donne 99 milligrammes. On passera comme précédemment de ce nombre à la force électromotrice vraie.

Ces tableaux n° 1, n° 2, n° 3 nous permettent par conséquent de calculer la force électromotrice d'un très-grand nombre de couples qu'on pourrait se proposer de construire. Il faut maintenant chercher s'il existe quelque relation expérimentale entre ces diverses forces.

LOIS DES FORCES ÉLECTROMOTRICES. — M. Wheatstone composa des couples constants avec un métal positif quelconque R et un amalgame de potassium K enfermé dans un vase poreux; ces deux corps étaient plongés dans un liquide quelconque L. La force électromotrice A_K était, en désignant par R, H la polarisation

$$A_K = K, L - R, L - R, H;$$

puis il remplaça dans les divers cas l'amalgame de potassium par un amalgame de zinc Zn, ce qui donne

$$A_{Zn} = Zn, L - R, L - R, H.$$

La différence de A_K et A_{Zn} exprime la différence des forces électromotrices du potassium et du zinc dans le même liquide L,

$$A_K - A_{Zn} = K, L - Zn, L.$$

Les résultats prouvent que cette différence est sensiblement constante et indépendante de la nature du liquide :

LIQUIDES.	MÉTAL POSITIF	FORCES ÉLECTROMOTRICES AVEC DES AMALGAMES.		DIFFÉRENCE.
		de potassium	de zinc.	
L	R	A_K	A_{Zn}	K, L—Zn, L
Sulfate de zinc...	Zinc....	29	0	29
Sulfate de cuivre.	Cuivre............	59	30	29
Chlor. de platine.	Platine...........,	69	40	29
Eau acidulée.....	Biox. de manganèse.	84	54	30
Eau acidulée.....	Bioxyde de plomb..	98	68	30

M. Wheatstone examina spécialement ensuite le couple formé par un amalgame de zinc, du sulfate de cuivre et du cuivre; il n'y avait aucune polarisation d'électrodes, et la force était

$$A = Zn, SO^4Cu - Cu, SO^4Cu = 30;$$

puis il remplaça le sulfate de cuivre par un autre sel quelconque du même métal, ce qui ne fit aucunement changer la valeur de A. Il faut donc que la différence des actions du zinc et du cuivre soit constante dans ces divers sels. En généralisant ces résultats, on a été conduit à énoncer la loi suivante : « La différence des forces électromotrices de deux métaux plongés à la fois dans un acide ou dans un sel quelconque est constante et indépendante de la nature de l'acide ou du sel. »

M. Joule trouva ensuite par la méthode de Fechner les résultats suivants, qui sont rapportés au couple de Daniell, dont la force électromotrice est représentée par 100 :

NOMS DES MÉTAUX NÉGATIFS R.	LIQUIDES L.							
	POTASSE.		SULFATE DE SOUDE.		AC. SULFURIQUE ÉTENDU.		SEL ORDINAIRE.	
	A	Différ.	A	Différ	A	Différ.	A	Différ.
Symbole des couples	Pt ... AzO^5 | L ... R							
Force électromotrice effective......	A = R, L + L, AzO^5 — Pt, AzO^5							
Amalg. de potassium...	302	68	"	"	"	"	"	"
Amalgame de zinc....	234	0	187	0	187	0	198	0
Fer	169	65	147	40	140	47	146	52
Cuivre........	120	114	92	95	91	96	116	82
Argent	46	188	53	134	53	134	95	102
Platine..............	31	203	17	170	37	150	55	143
Symbole des couples	Cu ... SO^4Cu | L ... R							
Force électromotrice effective...	A′ = R, L + L, SO^4Cu — Cu, SO^4Cu							
Amalgame de zinc.....	"	"	104	0	100	0	106	0
Fer..................	68	"	59	45	49	51	55	51
Cuivre..............	53	"	8	96	4	96	28	78

Les couples étudiés dans ce tableau étaient cloisonnés et se rapportaient à deux types différents. Dans le premier, le pôle positif était invariablement formé par du platine dans l'acide azotique, et le négatif était constitué par un des métaux R dans un des liquides L indiqués par le tableau. On a donc

$$A = R, L + L, AzO^5 - Pt, AzO^5.$$

Si, le liquide restant le même, on remplace R par du zinc, on a

$$A_1 = Zn, L + L, AzO^5 - Pt, AzO^5,$$

et en retranchant,

$$A_1 - A = Zn, L - R, L.$$

$A_1 - A$ est la différence entre les forces électromotrices du zinc et du métal R dans le même liquide L; cette différence est exprimée pour chaque liquide dans le tableau précédent.

Le deuxième type des couples étudiés ne diffère du précédent que par le pôle positif, qui est formé par du cuivre dans

le sulfate de cuivre, et conduit de même à trouver les différences entre la force électromotrice du zinc et de l'un des métaux étudiés; elles sont inscrites dans la deuxième partie du tableau; elles sont égales à celles qu'on trouve dans la première partie, ce qui justifie le principe; mais on remarquera aussi que pour deux métaux donnés, le zinc et le platine, par exemple, les valeurs de $A_1 - A$ changent avec la nature de la dissolution : elles sont plus grandes dans la potasse que dans le sulfate de soude, dans le sulfate de soude que dans l'acide sulfurique, et dans l'acide sulfurique que dans le sel marin. Par conséquent la loi qui résultait des expériences de Wheatstone n'est point rigoureusement exacte, mais on peut la considérer comme étant à peu près vraie pour les trois derniers liquides.

M. J. Regnauld s'est placé dans des circonstances exactement définies et très-simples : il a examiné des couples analogues à celui de Daniell, dans lequel il remplaçait le cuivre par un métal quelconque; le zinc et ce métal plongeaient tous deux ou dans leur sulfate, ou dans leur chlorure, ou dans leur azotate. Dans les divers cas, on peut considérer comme insensible l'action réciproque des deux liquides, et la force électromotrice observée comme la différence de celles qui sont développées par les deux métaux dans les deux sels; on trouva qu'elle est sensiblement constante :

(*Zinc. — Cadmium.*)

Zinc pur........	SO^4Zn	SO^4Cd....	Cadmium...	55
Zinc pur........	ChZn	ChCd.....	Cadmium...	42
Zinc pur........	BrZn	BrCd.....	Cadmium...	42
Zinc pur........	IZn	ICd......	Cadmium...	45
Zinc pur........	AzO^5ZnO	AzO^5CdO.	Cadmium...	42
Zinc amalgamé...	SO^4Zn	SO^4Cd....	Cadmium...	58
Zinc amalgamé...	SO^4HO	SO^4Cd....	Cadmium...	59

(*Zinc. — Cobalt.*)

Zinc pur........	ChZn	ChCo.....	Cobalt.....	114
Zinc pur........	AzO^4ZnO	AzO^5CoO.	Cobalt.....	94

(*Zinc. — Nickel.*)

Zinc pur........	SO^4Zn	SO^4Ni.....	Nickel.....	127
Zinc pur........	ChZn	ChNi.....	Nickel.....	109
Zinc pur........	AzO^6Zn	AzO^6Ni...	Nickel.....	131

(*Zinc. — Cuivre.*)

Zinc pur........	SO^4Zn	SO^4Cu....	Cuivre.....	175
Zinc pur........	AzO^6Zn	AzO^6Cu...	Cuivre.....	160
Zinc pur........	ChZn	ChCu.....	Cuivre.....	175
Zinc amalgamé...	SO^4HO	SO^4Cu....	Cuivre.....	179

Mais si on étudie attentivement le troisième tableau de M. Ed. Becquerel, on voit que la différence des forces électromotrices d'un métal et du platine dans un même liquide est loin d'être indépendante de ce liquide. Elle est faible dans l'eau, très-grande dans l'eau chlorée, et dans le cas du persulfure ou du cyanure de potassium, elle varie très-inégalement pour les divers métaux. La loi qui nous occupe est donc loin d'être générale.

SOIXANTE-NEUVIÈME LEÇON.

DE LA CHALEUR ET DE LA LUMIÈRE PRODUITES PAR LA PROPAGATION DE L'ÉLECTRICITÉ.

Actions calorifiques. — I. Cas des batteries électriques. — Thermomètre de Riess. — Lois des températures dans un fil. — Loi des quantités de chaleur. — II. Cas des piles. — Lois de Joule. — Conséquences de ces lois. — Expériences de M. Favre. — Relation entre les chaleurs dégagées et les forces électromotrices. — Travail produit par les courants.

Température du circuit. — Températures des soudures d'un circuit.

Lumière électrique : — Arc voltaïque. — Phénomènes calorifiques, — lumineux, — de transport. — Origine de l'arc voltaïque.

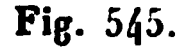
Intensité de l'étincelle électrique.

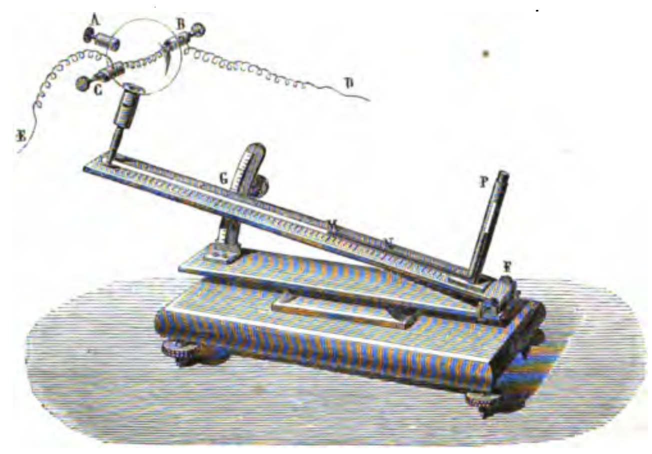
Nous mesurerons d'abord la chaleur développée dans les conducteurs, soit par la décharge instantanée d'une batterie électrique, soit par l'action des courants continus.

I. **Cas des batteries électriques.** — M. Riess a étudié cette question au moyen d'un thermomètre à air qui est représenté *fig.* 545. Il se compose d'un ballon ABC communiquant avec une tige de verre graduée MNP, dans laquelle est une colonne d'un liquide coloré; son support peut se mouvoir autour d'une charnière F et se fixer par une vis G, ce qui permet d'incliner plus ou moins la tige; le ballon porte deux tubulures opposées B et C, que l'on peut fermer par des bouchons métalliques rodés et entre lesquels on dispose un fil de platine BC enroulé en spirale, terminé aux deux poupées B et C, et à travers lequel on fait passer la décharge.

Cette décharge échauffe le fil et le porte de t à T. Comme elle est pour ainsi dire instantanée, le fil se refroidit aussitôt qu'elle a passé et se met en équilibre de température avec l'air du ballon, qui s'échauffe de t à t'.

Cet air, à son tour, finit par céder sa chaleur au ballon ; mais comme ce dernier effet est très-lent, on admet qu'il est


Fig. 545.



négligeable dans les premiers moments. Alors si on désigne par p, p_1, c, c_1, les poids et les chaleurs spécifiques du fil et de l'air, on a

$$pc(T - t') = p_1 c_1 (t' - t),$$

équation qui permettra de calculer $T - t'$ quand on connaîtra l'échauffement du ballon ou $t' - t$; et comme $t' - t$ est généralement très-petit, $T - t'$ sera sensiblement égal à l'élévation de température $T - t = \theta$ que le fil a éprouvée par l'effet de la décharge.

D'autre part, l'échauffement de l'air amène le niveau du liquide de M en N, et il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, $t' - t$ est proportionnel à MN ; on peut donc écrire

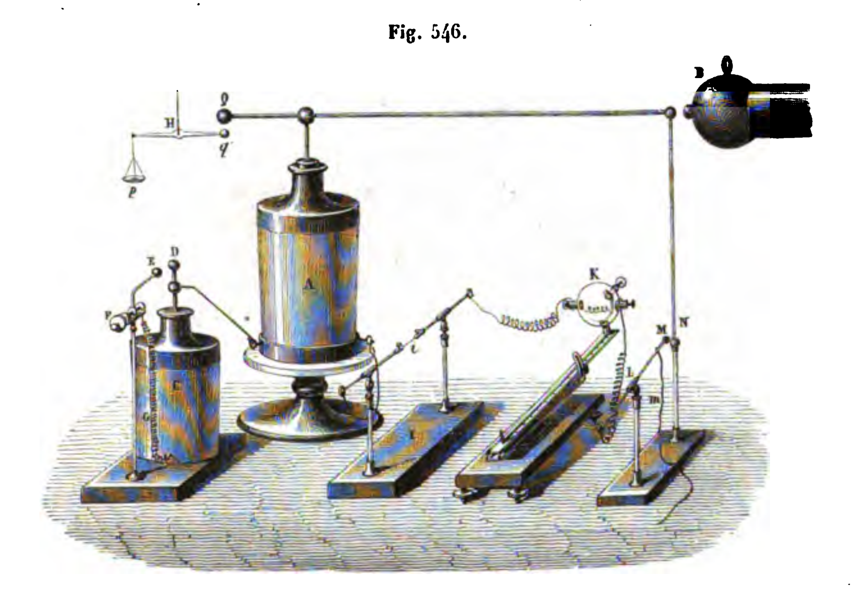
$$T - t' = \theta = \frac{p_1 c_1}{pc} \alpha (\text{MN}).$$

α est un facteur qu'il est facile de calculer et qui dépend de la sensibilité du thermomètre, de l'inclinaison qu'on lui donne, et enfin de la pression et de la température initiales. Mais quand ces causes de variation restent les mêmes, on voit qu'il

n'est pas nécessaire de calculer α et qu'on peut prendre $\frac{MN}{pc}$ pour la mesure de l'échauffement θ d'un fil quelconque en fonction d'une unité arbitraire, mais constante.

Il faut maintenant mesurer la quantité d'électricité qui est accumulée sur la batterie A (*fig.* 546), et qui produit l'élévation de température θ en s'écoulant dans le fil. A cet effet, on

Fig. 546.



isole la batterie, on met son armature extérieure en communication avec l'intérieur d'une bouteille électrométrique de Lane C, qui est posée sur un sol conducteur et dont les deux armatures aboutissent aux boutons égaux E et D; ceux-ci peuvent être placés à une distance convenue et invariable au moyen d'une vis micrométrique F.

Pendant qu'on charge la batterie A, elle envoie de l'électricité positive dans la bouteille C; il arrive un moment où une étincelle se produit en ED par la recomposition de deux quantités égales de fluides contraires que M. Riess prend comme égales à l'unité; puis, la charge continuant de se faire, une série d'étincelles se succèdent, et si e est leur nombre total,

la quantité d'électricité positive qu'a reçue la bouteille C est également exprimée par e en fonction de l'unité adoptée.

Mais la bouteille C a reçu précisément autant d'électricité positive qu'il s'est condensé de fluide négatif sur l'armature externe de la batterie A; donc e représente la charge négative de cette batterie, et aussi sa charge positive, puisque toutes deux sont proportionnelles.

La quantité totale e de fluide accumulée sur l'armature intérieure de la batterie s'étale sur sa surface s en une couche uniforme dont l'épaisseur ou la tension A doit être égale à $\frac{e}{s}$; c'est ce que M. Riess a montré directement au moyen d'un électromètre à poids H, formé par un fléau de balance isolé, chargé d'un poids p et maintenu sous le conducteur Q. Au moment où la tension A atteint une certaine limite sur le conducteur Q et sur l'extrémité q du bras de levier, la force répulsive qui se produit entre eux devient égale au poids p, et fait baisser le fléau; et comme elle est égale au produit des tensions ou à A^2, on a

$$A^2 = p \quad \text{ou} \quad A = \sqrt{p}.$$

Or on trouve que la tension ainsi mesurée est proportionnelle à $\frac{e}{s}$ comme on l'avait prévu.

On voit donc : 1° comment on pourra mesurer la charge e et la tension $A = \frac{e}{s}$ de la batterie; 2° comment on déterminera l'élévation de température θ que la décharge de cette batterie déterminera dans le fil d'un thermomètre électrique. Voici comment les expériences étaient diposées (*fig.* 546).

L'extérieur de la batterie A communique, d'une part, à la bouteille électrométrique C, destinée à la fois à mesurer la charge et à répandre dans le sol l'électricité positive repoussée par A; d'autre part, avec une série d'appareils isolés, qui sont : 1° un excitateur universel I dans lequel on pourra intercaler telle résistance i qu'on voudra; 2° le thermomètre électrique K; 3° un déchargeur composé d'une tige métallique LM qu'on fait tomber, en la tirant par un cordon de soie m sur le conducteur N qui communique avec la machine électrique B et avec

l'armature intérieure de la batterie. Grâce à cette disposition, on charge peu à peu cette batterie, on compte le nombre e des étincelles qui se produisent en ED, ensuite on fait agir le levier MN, la décharge a lieu, on mesure le mouvement du thermomètre et l'on peut calculer θ.

Disons maintenant comment θ varie quand on change la charge et les diverses circonstances des expériences.

LOIS DES TEMPÉRATURES. — 1° La série des conducteurs que doit traverser la décharge étant quelconque, mais invariable, et le fil de platine du thermomètre étant lui-même quelconque, mais fixe, on mesure son échauffement θ, d'abord quand on donne la même charge e à diverses batteries dont la surface s est différente. M. Riess a trouvé que θ est proportionnel à e^2 et en raison inverse de s,

$$\theta = a\frac{e^2}{s}.$$

2° a est un coefficient qui dépend à la fois de la résistance du circuit total et de celle du fil K : laissons la première constante et faisons varier le fil. A cet effet, M. Riess prenait deux fils de platine, plaçait l'un en K, l'autre en i et mesurait l'échauffement θ du premier; puis il les changeait de place, ce qui ne faisait pas varier le circuit total, et il déterminait θ' pour le second fil, après avoir rendu à la même batterie la même charge que précédemment. Il trouva que θ et θ' sont indépendants de la longueur et en raison inverse de la quatrième puissance du diamètre d des fils échauffés; d'où il suit que a est égal à $\frac{b}{d^4}$ et que l'on a

$$\theta = \frac{b}{d^4}\frac{e^2}{s}.$$

3° M. Riess ayant toujours placé dans son thermomètre des fils de platine, on ne sait pas si b change, toutes choses égales d'ailleurs, avec la conductibilité du métal.

4° Mais b dépend du circuit total qui joint les deux armatures. Mesurons θ et calculons b quand la résistance de ce circuit est quelconque et égale à R, puis ajoutons extérieurement en i, entre les branches de l'excitateur, un fil dont la

longueur, le diamètre et la conductibilité soient λ, δ et c, sa résistance est $\frac{4\lambda}{\pi\delta^2 c}$ et celle du circuit devient R' :

$$R' = R + \frac{4\lambda}{\pi\delta^2 c} = R\left(1 + \frac{4}{\pi c R}\frac{\lambda}{\delta^2}\right) = R\left(1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}\right);$$

elle a augmenté dans le rapport de $1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}$ à 1. D'un autre côté, b s'est changé en b', et l'expérience prouve que l'on a

$$\frac{b'}{b} = \frac{1}{1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}} = \frac{R}{R'}.$$

Par conséquent, le coefficient b est en raison inverse de la résistance totale du circuit ou égal à $\frac{m}{R}$, et l'on peut écrire

$$(1) \qquad \theta = \frac{m}{Rd^4}\frac{e^2}{s},$$

ou bien, en remplaçant $\frac{e}{s}$ par la tension A,

$$(2) \qquad \theta = \frac{m}{Rd^4} Ae.$$

Lois des quantités de chaleur. — On peut maintenant calculer la quantité de chaleur w développée dans le fil du thermomètre; elle est égale au produit du poids $\frac{\pi}{4} d^2 l\rho$ de ce fil par sa chaleur spécifique c et par son élévation de température θ :

$$w = \frac{\pi}{4} d^2 l\rho c \frac{m}{Rd^4}\frac{e^2}{s} = \frac{\pi}{4}\rho c m \frac{1}{R}\frac{l}{d^2}\frac{e^2}{s}.$$

En remarquant que $\frac{l}{d^2}$ est proportionnel à la résistance r du fil considéré, et en réunissant tous les coefficients numériques en un seul égal à K,

$$(3) \qquad w = K\frac{r}{R}\frac{e^2}{s}, \qquad w = K\frac{r}{R}Ae.$$

Cette quantité de chaleur est dégagée pendant le temps très-

court de la décharge. Elle est très-grande parce que A et e sont très-grands.

Le coefficient K ne pourrait varier qu'avec la nature des diverses substances employées; mais si tous les conducteurs qui composent le circuit sont formés d'un même métal, on aura pour chacun d'eux les quantités de chaleur w_1, w_2, w_3, ...,

$$w_1 = K \frac{r_1}{R} \frac{e^2}{s}, \quad w_2 = K \frac{r_2}{R} \frac{e^2}{s}, \quad w_3 = K \frac{r_3}{R} \frac{e^2}{s}, \ldots,$$

et la somme de ces quantités ou la chaleur totale développée dans le circuit sera

$$W = \frac{K}{R}(r_1 + r_2 + r_3 + \ldots)\frac{e^2}{s} = K\frac{e^2}{s} = KAe.$$

Elle sera indépendante de la résistance du circuit et ne variera qu'avec la charge et la surface de la batterie. Il est probable que cette loi est générale, qu'elle s'applique à toutes les espèces de conducteurs, et par conséquent que K est constant pour tous les corps; mais cette induction n'est pas démontrée par les expériences de M. Riess.

II. **CAS DES PILES.** — C'est à M. Joule que l'on doit les premières expériences destinées à mesurer la chaleur développée dans les conducteurs quand ils sont traversés par des courants continus. Il faisait passer ces courants, d'abord à travers une boussole des tangentes, ensuite dans une spirale enroulée autour d'un tube de verre et dont la résistance r était connue. L'intensité i était déterminée par la boussole; nous supposerons, comme nous l'avons toujours fait, qu'elle est exprimée par le poids d'hydrogène qui serait dégagé en une minute, et que ce poids mesure aussi la quantité d'électricité qui circule pendant ce même temps. La spirale était plongée dans un calorimètre rempli d'un poids connu d'eau, et l'élévation de température finale qu'elle lui communiquait permettait de calculer la chaleur wt développée par le courant pendant le temps t de l'expérience.

LOIS DE JOULE. — 1° La résistance r de la spirale demeurant invariable, M. Joule a d'abord fait changer l'intensité, soit en changeant la force des couples, soit en introduisant des résis-

tances additionnelles, et il a trouvé que w est proportionnelle au carré de i,

$$w = \alpha i^2.$$

α ne dépend ni de la pile ni du circuit total, il ne varie qu'avec la résistance r de la spirale dont on va maintenant déterminer l'influence.

2° M. Joule intercala dans un même circuit plusieurs spirales successives qui plongeaient chacune dans un calorimètre distinct. Leurs résistances étaient r', r'', r''',...; l'expérience, conduite comme précédemment, permit de mesurer les quantités de chaleur w', w'', w''',..., et l'on trouva qu'elles satisfaisaient à la formule précédente avec des valeurs différentes du coefficient α. Ces valeurs furent proportionnelles aux résistances et égales à $\mathrm{K}r'$, $\mathrm{K}r''$, $\mathrm{K}r'''$,... :

$$w' = \mathrm{K}r'i^2, \quad w'' = \mathrm{K}r''i^2, \quad w''' = \mathrm{K}r'''i^2, \ldots,$$

et en faisant la somme

$$w' + w'' + w''' + \ldots = \mathrm{K}(r' + r'' + r''' + \ldots)i^2.$$

Donc, en général, la chaleur w développée dans une portion quelconque ou dans la totalité du circuit extérieur est proportionnelle à sa résistance r et s'exprime par

$$(1) \qquad w = \mathrm{K}ri^2.$$

3° Il fallait chercher ensuite si la chaleur qui est développée dans les piles suit la même loi que dans les conducteurs interpolaires. A cet effet, M. Joule s'occupa d'abord d'un seul couple; il mesura sa resistance spécifique r_1 et calcula la chaleur $w_1 = \mathrm{K}\,r_1\,i^2$ qu'il devrait produire en une minute d'après la loi précédente; puis il mesura par un calorimètre celle qui était engendrée en réalité, dans l'intérieur de ce couple, pendant la production du courant; il la trouva égale à w_1' et toujours plus grande que w_1. Il crut pouvoir expliquer cette différence en remarquant qu'il y a dans le couple deux causes de production de chaleur, l'une qui provient de l'oxydation du zinc aux dépens de l'eau, l'autre qui est due à la combinaison de l'oxyde avec l'acide sulfurique, et en supposant que la première est la seule dont il faille tenir compte, la seconde n'étant qu'un phénomène accessoire absolument sans relation

avec le courant. Mais des recherches plus récentes ont montré que cette distinction est sans fondement, et que la chaleur totale dégagée dans le couple suit la même loi que dans les conducteurs solides. Nous poserons donc

$$w_1 = w'_1 \quad \text{et} \quad w_1 = \mathrm{K} r_1 i^2.$$

Il est évident que, si la formule est vraie pour un couple, elle s'applique aussi à tous les éléments d'une pile quelconque.

4° M. Joule voulut enfin savoir si la loi qui régit la chaleur dans les conducteurs métalliques se réalise dans les liquides quand ils sont électrolysés. Il fit passer le courant par des électrodes de cuivre à travers un voltamètre qui contenait de l'eau acidulée dont la résistance était r; il trouva que la formule $w = \mathrm{A} r i^2$ était sensiblement justifiée. Mais, ayant voulu étudier le même phénomène avec des électrodes de platine, il reconnut que la chaleur réellement produite est toujours moindre que celle que l'on calcule par la formule $\mathrm{K} r i^2$. Cette anomalie a été expliquée par M. Ed. Becquerel. Après avoir vérifié la loi de Joule sur les métaux, M. Becquerel reconnut qu'elle s'applique exactement quand on électrolyse du sulfate de cuivre avec des électrodes de cuivre, parce que, si d'une part il y a dissolution du métal, et par suite absorption de chaleur au pôle positif, il se fait de l'autre un dépôt d'une égale quantité de cuivre et un dégagement d'une même quantité de chaleur au pôle négatif. Tout se passe donc comme s'il n'y avait point de décomposition, et la loi $w = \mathrm{K} r i^2$ s'applique à ce liquide comme à un solide.

Les choses sont tout autres quand le voltamètre étudié contient de l'eau et des électrodes de platine. Alors les gaz, en se dégageant, absorbent toute la chaleur qu'ils produisent quand ils se combinent; elle est proportionnelle à leur quantité, c'est-à-dire à l'intensité i et à un facteur constant E. Par conséquent, la chaleur trouvée dans le voltamètre doit être égale à $\mathrm{K} r i^2$, diminuée de $\mathrm{E} i$, c'est-à-dire de celle que les gaz absorbent en se dégageant. L'expérience a confirmé numériquement cette explication; on peut donc dire que la loi de Joule s'applique aux conducteurs solides et liquides, pourvu qu'on tienne compte des chaleurs absorbées par l'électrolysation. Il est probable qu'une correction analogue a lieu pour

les couples dans lesquels il y a des dégagements de gaz; mais aucune expérience n'a encore été tentée sur ce point.

Nous allons maintenant tirer quelques conséquences de la loi de Joule. On peut d'abord la mettre sous une autre forme.

Désignons par r la résistance extérieure, par r_1 celle de la pile qui engendre le courant, par $R = r + r_1$ la résistance totale. Les chaleurs développées pendant un temps t seront :

1° Dans le conducteur... $wt = Kri^2t$,

2° Dans la pile.......... $w_1t = Kr_1i^2t$,

3° Dans le circuit total... $Wt = K(r + r_1)i^2t = KRi^2t$.

it exprime la quantité d'électricité qui circule pendant le temps t; elle est mesurée par le poids d'hydrogène dégagé ou par le poids du zinc dissous divisé par 33; désignons-la généralement par e. D'un autre côté, i est égal à $\frac{A}{R}$, ou au quotient de la force électromotrice par la résistance totale. En remplaçant it par e et i par $\frac{A}{R}$, on obtient

1° $$wt = K\frac{r}{R}Ae,$$

2° $$w_1t = K\frac{r_1}{R}Ae,$$

3° $$Wt = KAe.$$

Conséquences. — I. Ces formules sont exactement celles que M. Riess a trouvées pour le cas des batteries électriques. Seulement A représentait la tension de l'électricité statique, et maintenant il exprime la force électromotrice; mais on sait, d'après Ohm, que cette tension et cette force sont identiques.

II. La quantité de chaleur développée, soit dans une portion quelconque du circuit, soit dans les couples, soit dans le circuit total, est toujours proportionnelle : 1° à la force électromotrice A de la pile; 2° à la quantité d'électricité e qui a été mise en circulation, laquelle se mesure par le nombre d'équivalents qui ont été mis en liberté par électrolysation, soit dans chaque couple, soit dans chaque voltamètre extérieur.

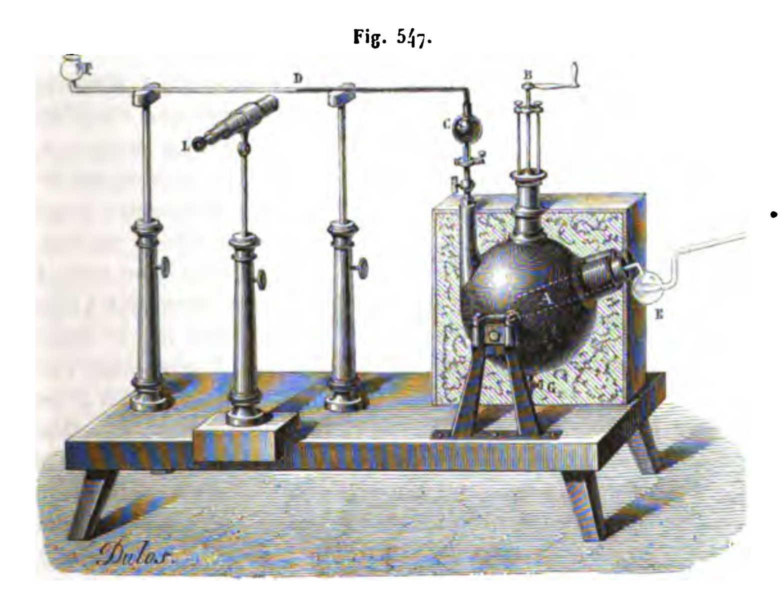
III. La quantité de chaleur qui est développée dans le circuit total $Wt = KAe$ ne dépend que de A et de e; elle ne

varie pas avec la résistance et reste la même, que cette résistance soit nulle ou infinie.

IV. Mais les formules précédentes montrent que cette chaleur totale KAe se propage entre le circuit extérieur et la pile proportionnellement à leurs résistances r et r_1, de sorte qu'elle est tout entière dans la pile si ce circuit est nul, et tout entière dans la résistance externe si elle est infinie.

EXPÉRIENCES DE M. FAVRE. — Les deux derniers énoncés ont été vérifiés avec autant d'exactitude que de succès par M. Favre, au moyen du calorimètre qui a été décrit tome II, page 484. Cet appareil (*fig.* 547) n'est rien qu'un thermomètre dont le

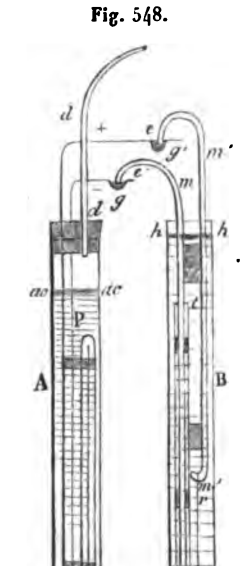
Fig. 547.



réservoir de fonte est très-gros, et dont la tige CD, qui est de verre, est très-fine, de façon qu'il est très-sensible. Toutes les fois qu'on cède au mercure qu'il contient une quantité de chaleur égale à une calorie, le sommet D s'avance dans la tige d'un nombre de divisions qui a été déterminé par des expériences préliminaires; et inversement, on peut conclure du mouvement de la colonne mercurielle la quantité de calories que l'appareil a gagnées.

Deux moufles en fer A pénètrent dans le réservoir. On introduit dans l'un un tube de verre A (*fig.* 548), qui contient un couple voltaïque P formé de zinc amalgamé et de cuivre platiné. La chaleur développée dans ce couple est cédée à l'appareil, qui la mesure : c'est $w_1 t$. En même temps, on recueille par un tube de verre *d* la quantité d'hydrogène dégagée : son poids *it* exprime la quantité *e* d'électricité produite.

Fig. 548.



On place dans le second moufle un tube B semblable au premier, et dans lequel est tendu un fil de platine très-fin *rr'*, qui est parcouru par le courant du couple et dont la résistance *r* diminue ou augmente suivant que son diamètre est plus ou moins grand. La chaleur wt dégagée dans ce fil *rr'* est également cédée au calorimètre, qui la mesure aussi.

On fait trois déterminations successives : 1° on place le deuxième tube B dans le calorimètre et le premier A à l'extérieur : alors on détermine wt; 2° on introduit le couple P dans l'appareil en laissant la résistance *r* au dehors : dans ce cas, c'est $w_1 t$ que l'on mesure; enfin 3° on plonge à la fois le couple P et le fil *rr'* dans les deux moufles, ce qui détermine Wt ou $wt + w_1 t$. Voici les résultats qui ont été trouvés en employant successivement des résistances *r* croissantes, lorsque le poids d'hydrogène dégagé était égal à 1 gramme, et la quantité *e* d'électricité égale à une unité.

	wt	$w_1 t$	Wt
Sans résistance................	0	18137	18137
1re résistance..................	6557	11690	18247
2e résistance...................	7746	10439	18185
3e résistance...................	9685	8381	18066

On voit donc, conformément aux prévisions de la théorie : 1° que Wt est constant et indépendant de la résistance R; 2° que wt augmente avec la résistance *r* du conducteur; 3° que wt et $w_1 t$ sont complémentaires.

Pendant que 1 gramme d'hydrogène se dégageait du couple P par le tube *d*, 33 grammes ou 1 équivalent de zinc se dissolvaient dans l'acide sulfurique étendu. Or MM. Favre et Silbermann avaient primitivement mesuré la chaleur que dégage cet équivalent de zinc quand on le fait dissoudre directement dans cet acide, et ils avaient trouvé 18444, nombre sensiblement égal à Wt : d'où il résulte que cette quantité totale de chaleur qui se dissémine dans toutes les parties du circuit, proportionnellement à la résistance de chacune d'elles, n'est rien autre que celle qui est produite par la quantité de zinc qui se dissout dans l'acide sulfurique, laquelle se transporte en partie dans le conducteur, et se dégage en partie dans le couple.

RELATION ENTRE LES CHALEURS DÉGAGÉES ET LES FORCES ÉLECTROMOTRICES. — La loi de Joule conduit à une dernière conséquence bien autrement importante, et qui paraît destinée à jeter un jour tout nouveau sur la production des courants. Considérons deux couples quelconques dont les forces électromotrices soient A et A', appelons Wt et $W't'$ les quantités totales de chaleur produites par ces couples quand ils ont dégagé une unité d'électricité, c'est-à-dire quand 1 équivalent de zinc a été dissous dans chacun d'eux; on a, en faisant $e = 1$,

$$Wt = KA, \quad W't' = KA', \quad \frac{Wt}{W't'} = \frac{A}{A'};$$

ce qui veut dire que les forces électromotrices sont proportionnelles aux quantités de chaleur dégagées par la dissolution de 1 équivalent de zinc dans les deux couples. Cette conséquence a été développée par M. J. Regnauld, comme il suit.

Dans un couple de Wollaston, quand 1 équivalent de zinc amalgamé se dissout, il dégage 53 258 calories; mais le dégagement de l'hydrogène réduit ce nombre à 18 796.

L'action est tout autre dans le couple de Daniell. Le même nombre de calories est dégagé par la dissolution du zinc, mais la réduction de 1 équivalent de cuivre qui se fait au pôle négatif absorbe 29 605 calories. La différence, ou la chaleur réelle développée, est 23 653 calories.

Enfin, dans le couple de Grove, il faut retrancher de la cha-



leur de sulfatation du zinc celle qui est absorbée par la réduction de l'acide azotique; elle serait 6885 calories si cet acide passait à l'état de AzO^4, et 13634 calories s'il devenait de l'acide azoteux AzO^3. La chaleur réelle se trouverait dans ces deux cas égale à 46373 calories ou à 39624 calories.

Les trois couples considérés dégagent donc des quantités de chaleur différentes qui croissent du premier au dernier aussi bien que leurs forces électromotrices. De plus, le rapport des forces électromotrices est sensiblement égal à celui des quantités de chaleur, comme la formule de Joule l'indique.

Les déterminations effectuées jusqu'à présent ne sont pas assez nombreuses pour que l'on puisse considérer la loi comme démontrée; mais toutes les conséquences qu'on en tire sont justifiées. Je citerai la suivante d'après M. Favre.

On a remarqué depuis longtemps qu'un seul élément de Wollaston ou de Daniell ne peut décomposer l'eau, tandis qu'un couple de Grove suffit pour le faire. Cela est évident : en effet, il faut 34462 calories pour décomposer 1 équivalent d'eau; par conséquent, il faut que la chaleur envoyée par la pile dans le conducteur, c'est-à-dire wt, soit au moins égale à cette quantité, et qu'ensuite il reste dans le couple une autre quantité de chaleur $w_1 t$. Il est donc nécessaire que la chaleur totale $Wt = wt + w_1 t$ dégagée par la dissolution de 1 équivalent de zinc dans le couple soit supérieure à 34462 calories. Or cette condition n'est réalisée ni dans l'élément de Wollaston, ni dans celui de Daniell; mais elle l'est dans un couple de Grove : c'est donc le seul qui puisse décomposer l'eau.

TRAVAIL PRODUIT PAR LES COURANTS. — Toutes les formules précédentes supposent que le courant ne produit aucune autre action que l'échauffement des conducteurs; mais s'il arrivait qu'il traversât un moteur électrique et produisît du travail, il faudrait évidemment que le circuit perdît une partie de sa chaleur. C'est en effet ce qui résulte des travaux de Joule et des expériences de M. Favre. Ce dernier, en attelant une pile de cinq couples à un moteur électrique plongé dans un calorimètre, trouva que la quantité totale de chaleur était KAe quand ce moteur ne fonctionnait pas, et qu'elle diminuait pour devenir égale à $KAe - C$ quand il effectuait un travail égal à T. Or

en divisant T par C, M. Favre obtint 444 kilogrammètres. C'est l'équivalent mécanique de la chaleur.

En résumé, quand un équivalent de zinc a été dissous dans chaque élément d'une pile, une quantité constante d'électricité, qui est égale à l'unité, a été mise en circulation, et en même temps un nombre constant de calories a été produit, qui constitue pour ainsi dire la provision de chaleur que la pile peut dépenser; cette chaleur est égale à KnA, si n est le nombre des éléments et A la force de chacun d'eux. Elle ne se dégage pas seulement dans les couples, mais elle se distribue dans toutes les parties du circuit, proportionnellement à la résistance de chacune d'elles. Si un électrolyte exige pour sa décomposition un certain nombre de calories a, il le prend à la chaleur totale KnA; et si le courant effectue un travail, celui-ci absorbe son équivalent de chaleur. Tout cela montre entre l'électricité, la chaleur, les actions chimiques et le travail mécanique une connexité étroite et des relations d'équivalence manifestes : il n'est pas douteux qu'on ne parvienne un jour à établir la dépendance de ces phénomènes au moyen d'une théorie qui les embrassera tous à la fois.

TEMPÉRATURE DU CIRCUIT. — Si l'on considère une portion quelconque du circuit dont la résistance soit r, elle recevra pendant l'unité de temps une quantité de chaleur égale à w; sa température s'élèvera de θ, et θ deviendra constant quand la chaleur perdue par rayonnement sera égale à w. Or cette chaleur perdue sera proportionnelle : 1° à la surface extérieure du fil ou à πdl; 2° à son excès de température θ, si l'on admet la loi de Newton; 3° à un coefficient α qui représente le pouvoir émissif et qui ne variera que fort peu pour les diverses valeurs que peut prendre θ. On aura donc

$$w = Kri^2 = \pi dl\alpha\theta,$$

et comme la résistance r est égale à $\frac{4l}{\pi d^2 c}$, et que l'intensité i est égale au quotient de la force électromotrice A par la résistance totale R, on a

$$K\frac{4l}{\pi d^2 c}\frac{A^2}{R^2} = \pi dl\alpha\theta,$$

d'où

$$\theta = \mathrm{M}\frac{1}{\alpha}\frac{1}{d^3}\frac{1}{c}\frac{\mathrm{A}^2}{\mathrm{R}^2}. \tag{3}$$

On tire de cette formule les conséquences suivantes :

1° Si le circuit extérieur est formé par une série de fils de mêmes diamètres et de conductibilités différentes, placés bout à bout, les valeurs de θ correspondant à chaque fil seront en raison inverse de sa conductibilité c. Si, par exemple, on fait passer le courant dans une chaîne de fils de platine et d'argent de diamètres égaux, les mailles de platine s'échaufferont plus que celles d'argent, les premières pourront rougir et les dernières rester obscures. C'est une expérience qui a été faite par Children.

2° θ est en raison inverse de d^3. Conséquemment, si une chaîne semblable à la précédente est interposée dans le circuit, et si elle est composée de fils de platine alternativement gros et fins, ceux-ci deviendront rouges et ceux-là resteront obscurs.

3° Lorsqu'on placera successivement dans le circuit des fils de platine et des fils d'argent de même diamètre et de même longueur, R sera plus grand, mais c sera plus petit pour le platine. Il pourra arriver que $\mathrm{R}^2 c$ soit plus grand, et par suite que le platine s'échauffe moins que l'argent : c'est le contraire de ce qui arrive quand les deux fils sont à la fois placés dans le même circuit, à la suite l'un de l'autre.

4° La formule (3) montre que θ est indépendant de la longueur du fil considéré; mais cette indépendance n'est qu'apparente, car plus ce fil sera long, plus la résistance totale R sera grande, et moins l'échauffement sera considérable, ce qui est conforme à l'observation.

5° θ est en raison inverse du carré de la résistance totale R, et par là θ dépend de la pile que l'on emploie. Si on augmente la dimension des couples sans changer leur nombre, la résistance R diminuera sans que la force électromotrice A change, et les effets calorifiques seront plus intenses. C'est ce qui a été constaté par tous les observateurs.

6° Enfin puisque θ est inversement proportionnel au pou-

voir émissif α, toutes les circonstances qui favorisent le refroidissement diminuent la température du fil : cela explique une expérience curieuse de M. Grove. Après avoir fait rougir dans l'air un fil de platine, avec le courant d'une pile, il le plongea dans de l'hydrogène; et il le vit redevenir obscur : c'est qu'en effet l'hydrogène est de tous les gaz celui dont le pouvoir refroidissant est le plus grand.

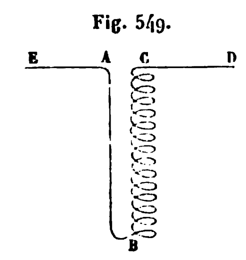
7° Les phénomènes ne sont cependant pas aussi simples que nous venons de le dire en faisant cette discussion. On sait en effet que la conductibilité des métaux diminue quand leur température augmente. Conséquemment, le premier effet du courant est d'échauffer le fil; mais la réaction de cet échauffement fait diminuer c, qui devient $c(1 - m\theta)$, et augmenter la résistance R qui devient R', parce que chacune des parties qui la composent s'échauffe; l'équation (3) devient donc

$$\theta = M \frac{1}{\alpha} \frac{1}{d^3} \frac{1}{c} \frac{A^2}{R'^2} \frac{1}{(1 - m\theta)};$$

ce qui ne permet de calculer la température finale que si l'on connaît la nouvelle valeur de la résistance totale, laquelle dépend de l'échauffement inégal des conducteurs.

8° Ce changement produit par la température dans la conductibilité c des fils et dans la résistance R du circuit total explique une fort singulière expérience que l'on doit à Davy. Prenons un fil de platine homogène, composé d'une portion verticale ABC (*fig.* 549) et de deux parties très-courtes CD et AE, puis faisons-le traverser par un courant d'une intensité suffisante pour l'échauffer tout entier jusqu'au rouge sombre. Plongeons ensuite la partie ABC dans de la glace, elle se refroidira jusqu'à zéro, mais AE et CD se réchaufferont jusqu'au rouge blanc. Cela tient à ce qu'en refroidissant ABC on diminue sa résistance partielle et par suite celle du circuit total R; alors θ augmente dans toutes les autres parties du courant. L'inverse a lieu, et CD et AE se refroidissent, si on échauffe la spirale par une lampe à alcool.

Fig. 549.

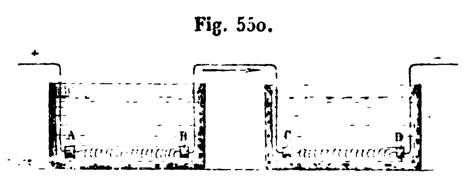


9° La formule $W = Kri^2$ nous montre que la quantité de chaleur W développée par un courant d'intensité constante i dans un fil quelconque, pendant l'unité de temps, augmentera avec la température de ce fil, puisque r croîtra : cette conséquence a été justifiée par les expériences de MM. Romney, Robinson et Grove.

Le premier fit passer un courant d'intensité i à travers un fil de platine qui était contenu dans un tube plein d'air au milieu d'un calorimètre. Ce fil s'échauffa jusqu'à 1500 degrés Fahrenheit, et développa en un temps donné 5,5 calories. La résistance totale du circuit était alors égale à 257,6. Ensuite on plongea le fil sans intermédiaire dans l'eau du calorimètre, il ne s'échauffa que très-peu et l'on vit augmenter l'intensité du courant, parce que la résistance R avait diminué; elle n'était plus que 89. Mais on ajouta au circuit un fil additionnel qui ramena l'intensité et la résistance R à leur valeur primitive, et l'on mesura la chaleur produite dans le fil r : elle était réduite à 2,97 calories.

M. Grove scella deux fils de platine identiques dans deux tubes de verre qu'il remplit, l'un d'oxygène, l'autre d'hydrogène, et qu'il plongea dans deux calorimètres identiques (*fig.* 550), puis il fit passer un courant dans les deux fils à la fois. Ainsi que nous l'avons expliqué, le premier AB s'échauffa dans l'oxygène plus que le second CD dans l'hydrogène, et comme sa résistance devint plus grande, il échauffa l'eau davantage.

Fig. 550.



TEMPÉRATURES AUX SOUDURES D'UN CIRCUIT. — Outre les échauffements que le passage d'un courant détermine dans toute l'étendue d'un conducteur homogène, il y a des variations de température secondaires aux points de suture des conducteurs différents, quand ils sont placés à la suite les uns des autres. Ces phénomènes ont été découverts par Peltier.

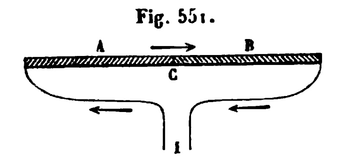


Fig. 551.

On sait qu'en échauffant la soudure C d'une règle composée d'antimoine A et de bismuth B (*fig.* 551), et en fermant le circuit par un conducteur P, on obtient un courant qui traverse la soudure du bismuth à l'antimoine et parcourt le circuit dans un sens contraire aux flèches.

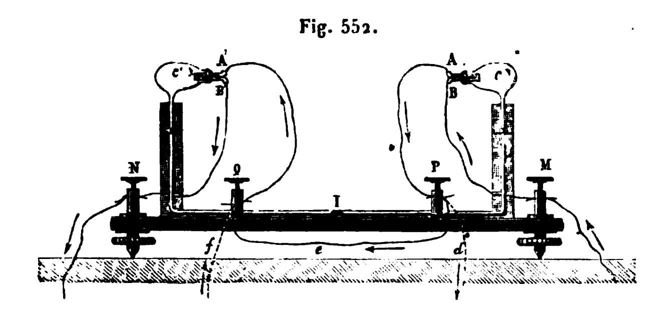
Supposons maintenant que tout le circuit étant à la température ambiante on y fasse passer au moyen d'un couple P un courant inverse du précédent et dirigé suivant les flèches de la figure, il réchauffera la soudure C.

Inversement, en refroidissant la soudure C, on déterminera un courant $\overrightarrow{ACB}$, et en faisant passer un courant opposé $\overleftarrow{ACB}$ dans cette soudure, elle se refroidira, pourvu toutefois que ce courant soit faible.

En général, quels que soient les deux métaux A et B, les variations de température d'une soudure C produisent un courant *direct*, elles sont reproduites par un courant *inverse*; elles sont causes du courant direct dans le premier cas, et effets du courant inverse dans le second. Cette loi est due à M. Frankenheim.

Pour démontrer ces actions particulières, Peltier employa d'abord un thermomètre de Leslie (*fig.* 552). Il introduisait

Fig. 552.

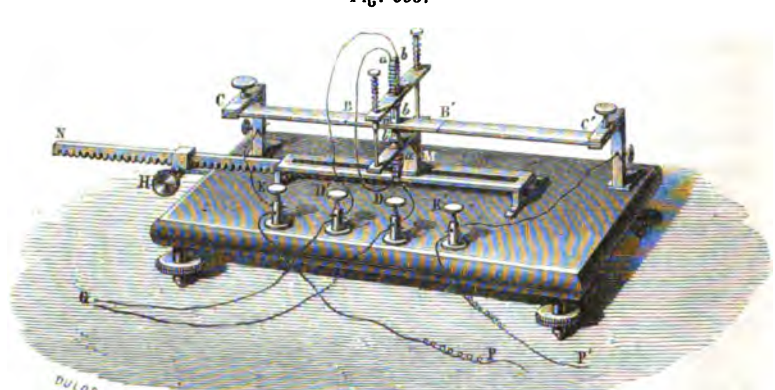


dans les deux boules C, C′ deux couples de bismuth et d'antimoine BA, A′B′ disposés inversement dans un circuit à travers lequel il faisait passer un courant de M en N; ce courant allait du bismuth B à l'antimoine A dans la première boule C, qu'il refroi-

dissait, et de l'antimoine A' au bismuth B' dans la seconde C', qu'il échauffait. Les deux actions s'ajoutaient pour faire marcher l'index *i*. On peut diriger le courant dans un seul des deux couples : si c'est le second A'B', il s'échauffe toujours ; si c'est le premier AB, il se refroidit quand le courant est très-faible et finit par s'échauffer, mais toujours moins que A'B', quand le courant qui le traverse prend une intensité progressivement croissante.

Peltier confirma ces conclusions par l'appareil suivant (*fig.* 553). CC' est une règle horizontale composée de trois par-

Fig. 553.



ties, deux extrêmes CB et B'C' de cuivre, l'autre moyenne BB' de bismuth. On fait passer un courant dans la direction

$$\mathrm{PE}\ \underset{\longrightarrow}{\mathrm{CB\,B'C'}}\ \mathrm{E'P'}.$$

Il est inverse dans la soudure B et il doit la réchauffer; il est direct dans B' et il doit refroidir ce point.

On constate ces changements de température au moyen d'un thermomètre spécial que Peltier a nommé la *pince thermo-électrique;* elle est portée sur un curseur M qui glisse dans une coulisse et qu'on fait avancer ou reculer par une crémaillère N au moyen d'un pignon H; elle est constituée par deux éléments thermo-électriques, l'un inférieur *a'b'* qui presse sur la règle CC' en la soulevant, et l'autre *aa*, *bb* placé

au-dessus de cette même règle sur laquelle il est toujours appliqué en face de *a' b'* par des ressorts à boudin. Supposons que les deux mâchoires s'appuient sur une section de la règle qui soit échauffée, elles s'échaufferont aussi; un courant se produira dans l'élément supérieur, il passera de GD' à *bb*, traversera la soudure *ba* et reviendra de *a* en *b'* dans le couple inférieur. De *b'* à *a'* il se formera un autre courant qui s'ajoutera au premier, et tous deux reviendront de *a'* en D et en G. Si donc il y a en G un galvanomètre, il se déviera par l'effet de ces deux courants dont le sens est DGD'. C'est ce qu'on trouve quand la pince est placée sur la soudure B. Mais quand elle presse la soudure B', on observe une déviation contraire qui prouve que B' est refroidi si le courant qui traverse CC' est faible; quand ce courant augmente peu à peu d'intensité, la déviation devient nulle et change de sens, ce qui montre que la soudure finit par s'échauffer; mais on reconnaît qu'elle est toujours moins chaude que B.

Pour se débarrasser du réchauffement que le courant produit dans toutes les sections du conducteur CC', M. Lenz a employé de gros prismes de bismuth et d'antimoine; il creusait dans la soudure une cavité assez grande pour contenir le réservoir d'un thermomètre sensible, et qu'il achevait de remplir avec de la limaille : la température baissait de 4 degrés avec un courant direct dont l'intensité était convenablement réglée. Quand on versait dans la cavité de l'eau à zéro, elle se congelait, et la glace formée prenait la température de — 4 degrés.

On a cherché suivant quelles lois varie la température des soudures. MM. Frankenheim d'une part, et de Quintus Icilius de l'autre, sont arrivés par des procédés différents aux mêmes résultats : nous donnerons une idée de la méthode employée par M. de Quintus Icilius. Il faisait communiquer une pile thermo-électrique de 30 éléments avec un galvanomètre et, par l'intermédiaire d'un commutateur, avec un couple faible. Il dirigeait le courant de ce couple dans la pile thermo-électrique de l'antimoine au bismuth à travers toutes les soudures paires, et du bismuth à l'antimoine dans les soudures impaires; les premières s'échauffaient, les secondes se refroidissaient, et l'équilibre étant atteint, il faisait fonctionner le commutateur qui supprimait le courant et laissait la pile thermo-électrique en

communication avec le galvanomètre. Au premier moment ce galvanomètre éprouvait une déviation proportionnelle à la différence de température des soudures de rang pair et impair; il la mesura, en prenant des précautions que je me dispense d'indiquer.

Il reconnut ainsi que la différence des températures des soudures est proportionnelle à l'intensité i du courant qui a traversé la pile, tandis que la chaleur développée dans la masse d'un conducteur homogène est, comme on le sait, proportionnelle à i^2. Il résulte de là que si cette intensité augmente, la température s'élève plus dans les parties homogènes du circuit qu'elle ne diminue aux soudures refroidies, et que celles-ci finissent par s'échauffer tout en restant moins chaudes que la masse : cela est conforme à l'observation.

LUMIÈRE ÉLECTRIQUE.

ARC VOLTAIQUE. — Les rhéophores opposés d'une pile, ayant en général peu de tension, ne donnent point d'étincelles quand on les rapproche; mais ils en produisent toujours une, à la vérité très-petite, quand, après les avoir réunis, on vient à les séparer. Si alors on les maintient à une petite distance et que l'énergie de la pile soit considérable, l'étincelle se transforme en une lumière continue que l'on nomme l'*arc voltaïque* et qui se montre avec un grand éclat entre deux électrodes de charbon.

Ayant disposé une pile de 2000 éléments qui avait une surface totale de 824 000 centimètres carrés, Davy fit communiquer les deux pôles avec deux tiges de charbon de 3 centimètres de longueur et de 4 millimètres de diamètre, séparées par une distance de $0^{mm},5$; il vit alors une lumière éblouissante et continue jaillir sans bruit au point de séparation et se continuer indéfiniment. Il écarta progressivement les charbons l'un de l'autre jusqu'à 10 à 11 centimètres, et la même lumière s'allongea dans l'intervalle en prenant la forme d'un arc convexe vers le haut, conservant un éclat comparable à celui du soleil et développant une chaleur intense qui faisait rougir les charbons jusqu'au milieu de leur longueur.

LONGUEUR DE L'ARC. — L'arc voltaïque ne commence à se pro-

duire que si les charbons sont amenés presque au contact; mais une fois qu'il est allumé, on peut les écarter jusqu'à une distance maximum après laquelle il s'éteint.

Cette distance est plus grande dans le vide que dans l'air. Elle atteignit 18 centimètres au lieu de 11 avec la pile de Davy dans un œuf électrique où la pression était réduite à 6 millimètres. Elle augmente avec l'étendue des couples employés, mais surtout avec leur nombre, c'est-à-dire avec la tension des pôles; dans les expériences de Despretz, elle était égale à 162 millimètres avec 600 éléments de Bunsen, disposés en une seule série linéaire, et à 112 millimètres seulement quand ils formaient 24 piles distinctes et parallèles, de 25 couples chacune, réunies par leurs pôles de même nom.

L'arc se produit entre deux métaux quelconques, avec un éclat et une longueur d'autant plus grands que ces métaux sont moins tenaces et plus faciles à volatiliser; il se développe également entre une tige de charbon et un métal, par exemple l'argent, et dans ce cas, suivant MM. Fizeau et Foucault, les conditions changent avec le sens du courant. Si celui-ci marche de l'argent au charbon, il produit aisément une lumière continue et un transport abondant de l'argent vers le charbon; s'il change de direction, il passe moins aisément, l'arc s'éteint et ne se rallume que difficilement. Despretz cite cette autre particularité singulière, qu'entre deux charbons verticaux la longueur-limite est plus grande quand le pôle positif est en haut que lorsqu'il est en bas : la différence peut varier de 74 à 56 millimètres.

PHÉNOMÈNES CALORIFIQUES. — La chaleur de l'arc est une des plus intenses que l'on puisse produire : le platine y fond comme la cire dans une bougie. Despretz a montré que les corps les plus réfractaires peuvent s'y liquéfier et même s'y volatiliser; que les cônes de charbon se ramollissent, se courbent, se soudent et se réduisent en vapeur, et qu'après l'action, ils sont devenus mous et traçants. D'après M. Jacquelain, le diamant se comporte comme tous les charbons, c'est-à-dire qu'il perd sa transparence et ses propriétés précieuses pour passer à l'état de graphite.

Les deux pôles ne prennent pas la même température : le

positif s'échauffe plus que le négatif. Il suffit pour le démontrer de placer, comme le fit M. Gassiot, deux rhéophores de cuivre en croix : le positif rougit et le négatif reste obscur; ou bien, comme M. Tyrtow, de faire arriver le courant sur un bain de mercure par une pointe métallique : elle rougit; mais elle reste sombre et le mercure se volatilise quand on change la direction du courant. Enfin, si les deux rhéophores, au lieu d'être identiques, sont formés de deux substances inégalement conductrices, c'est celle qui l'est le plus qui s'échauffe en général le moins.

PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT. — Quand l'arc se produit dans l'air, les deux tiges de charbon diminuent de volume, parce qu'elles brûlent toutes deux; mais dans le vide cette combustion ne se fait pas, et l'on voit la pointe positive se creuser et diminuer de poids pendant que la négative augmente de volume et s'allonge : il y a donc un transport de matière du pôle positif vers le pôle négatif.

Ce transport se remarque quelle que soit la substance qui termine les deux rhéophores; c'est probablement parce qu'il est plus aisé avec les métaux peu tenaces, que l'arc se forme mieux entre eux, et c'est aussi pour cette raison que cet arc est plus beau quand le courant va de l'argent au charbon que s'il marche du charbon à l'argent.

Les expériences de Van Breda ont montré ce phénomène sous son véritable jour. Ayant établi l'arc entre deux métaux différents, il a vu que tous les deux sont entraînés à la fois, le positif dans la direction du courant, le négatif dans le sens opposé et quelquefois en quantités égales. Matteucci a confirmé l'exactitude de ces faits, bien que l'entraînement lui ait toujours paru plus abondant dans le sens du courant, ce qu'il attribue avec raison à la plus haute température du pôle positif. Il y a donc, en général, un double transport des substances à travers l'arc; cela doit avoir lieu même quand les rhéophores sont identiques, et, dans ce cas, l'expérience n'accuse que la différence entre les qualités de matière entraînées dans les deux sens.

Ces conclusions sont confirmées par des études toutes différentes, que nous allons indiquer et que nous compléterons

en optique. Quand on examine le spectre de l'arc voltaïque, on le trouve composé des mêmes couleurs que celui des rayons solaires, qui s'étalent d'une manière continue, mais au milieu desquelles se détachent avec un éclat très-vif des raies brillantes, dont le nombre et la disposition varient avec la nature des pointes des rhéophores. Or si ces pointes sont constituées par deux métaux différents, les raies observées sont formées par la superposition de celles qui caractérisent chacun de ces métaux : donc ils sont tous les deux volatilisés et entraînés dans l'espace que l'arc illumine.

CONSTITUTION DE L'ARC. — Nous pouvons maintenant donner une théorie plausible de l'arc voltaïque. Les pointes étant d'abord très-rapprochées, le courant franchit l'intervalle résistant qui les sépare et y entraîne tout d'abord des molécules matérielles. Alors elles constituent une chaîne mobile de particules conductrices, qui transmet le courant comme le ferait une substance continue; mais à cause de la résistance que cette chaîne oppose, elle s'échauffe suivant les lois de Joule, jusqu'à émettre une vive lumière. Une fois qu'elle est constituée, elle augmente la conductibilité de l'intervalle qui sépare les pointes; alors on peut les écarter progressivement sans que le courant cesse de passer, d'entraîner avec lui des particules matérielles et de les échauffer jusqu'à les rendre lumineuses. Mais si l'on dépasse une certaine distance, le transport s'arrête et tout s'éteint. Dans ce cas, on ne peut rétablir le courant qu'en rétablissant la chaîne des particules entraînées. Cela peut se faire en rapprochant les pointes, ou bien, comme l'a vu Daniell, en faisant jaillir entre elles l'étincelle d'une machine électrique, qui fait recommencer le double transport de la matière des électrodes.

Cette théorie est justifiée par les expériences suivantes que l'on doit à Matteucci :

1° Si on place en deux points de l'arc, l'un situé près de la pointe positive, l'autre voisin du rhéophore négatif, les deux extrémités d'un circuit formé par un galvanomètre prolongé par deux fils de platine, on obtient dans ce circuit un courant dérivé d'autant plus fort que ses extrémités sont plus éloignées l'une de l'autre. Les choses se passent donc absolument comme si l'arc était un conducteur liquide.

2° On intercale dans le circuit extérieur d'une pile énergique deux pointes entre lesquelles se développe l'arc voltaïque, et un voltamètre qui mesure l'intensité du courant par la quantité des gaz dégagés dans un temps constant. Ces quantités furent égales à 57, 44, 38 centimètres cubes, lorsque la longueur de l'arc était 2, 3, 4 millimètres. De là il faut conclure que l'arc oppose une résistance assez faible comparativement à celle du circuit total, puisqu'en doublant sa longueur on affaiblit peu l'intensité.

3° Pour apprécier comment varie cette résistance avec la nature des métaux entraînés, Matteucci mesura les quantités de gaz dégagées dans le voltamètre quand l'arc était produit entre ces métaux, d'abord en contact, ensuite écartés de 3 millimètres. Voici les résultats :

Pointes en contact		46cc
Pointes de	Cuivre	23
	Laiton	26
	Fer	27
	Charbon	29
	Étain	45

On voit que la diminution d'intensité, et par conséquent la résistance de l'arc, est variable avec la nature des métaux, et qu'elle est presque nulle avec l'étain. L'arc se conduit donc comme un conducteur, et l'on pourrait mesurer son coefficient de conductibilité comme on le fait pour une substance quelconque. Cette recherche, qui serait très-intéressante, n'a pas été tentée. Tous les phénomènes que l'arc voltaïque nous montrera dans la suite confirmeront cette idée, qu'il n'est rien autre chose qu'un courant traversant un conducteur.

ÉCLAT DE L'ARC. — MM. Fizeau et Foucault ont comparé les éclats lumineux de l'arc et du soleil en comparant leur puissance photographique. Ils isolaient deux cônes de rayons ayant le même angle et partant, l'un d'un point du soleil, l'autre d'un point de l'arc situé vers le pôle positif qui est le plus brillant. Ces cônes contenaient des quantités de lumière proportionnelles à l'éclat des deux sources; on les concentrait au moyen de lentilles et on les faisait agir sur une plaque daguerrienne

jusqu'à produire deux impressions identiques. Cela exigeait des temps différents qu'on mesurait et qui sont en raison inverse des deux pouvoirs chimiques. En admettant que les éclats lumineux soient proportionnels à ces pouvoirs, ce qui peut être considéré comme approximativement vrai, on voit que le rapport des éclats de l'arc et du soleil est inversement proportionnel aux temps nécessaires pour obtenir des images égales. Ce rapport fut trouvé égal à 0,38 avec trois séries réunies de 46 couples de Bunsen, fonctionnant depuis une heure. Il augmente très-peu avec le nombre des éléments, quand ils sont disposés en série linéaire; mais il devient beaucoup plus grand quand on agrandit la surface des couples. C'est le contraire de ce qui arrive quand on considère la longueur de l'arc.

INTENSITÉ LUMINEUSE DE L'ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE. — Jusqu'à présent nous n'avons point mesuré l'intensité de la lumière donnée par l'étincelle électrique. Sur ce sujet, nous dirons quelques mots d'un travail considérable qui a été exécuté par Masson.

Le photomètre qu'il a imaginé repose sur le principe suivant. Qu'on suppose un disque de carton décomposé en secteurs égaux alternativement noirs et blancs, et tournant avec une vitesse de 200 ou 250 tours par seconde, il paraîtra uniformément éclairé.

Si I est l'éclat qu'auraient les secteurs blancs, étant éclairés par une lampe constante, $\frac{I}{2}$ est celui du disque tournant, puisque sa moitié seulement renvoie de la lumière. Supposons maintenant qu'on produise une étincelle électrique en avant de ce disque, chaque secteur blanc renverra une portion I' de la lumière qu'elle lui envoie et les secteurs noirs ne renverront rien; l'éclat des secteurs blancs sera donc pendant un temps très-court $I' + \frac{I}{2}$, et celui des secteurs noirs restera $\frac{I}{2}$; alors on les distinguera les uns des autres, à moins que le rapport de $I' + \frac{I}{2}$ à $\frac{I}{2}$ ou $1 + \frac{2I'}{I}$ ne soit tellement voisin de l'unité, que l'œil ne saisisse plus de différence. On éloigne peu à peu l'étincelle jusqu'à ce que les secteurs cessent d'être distin-

gués au moment où elle éclate, et quand cela a lieu, $\frac{2I'}{I} = K$ est une quantité constante pour un même œil dans les mêmes conditions; si l'on connaît I, on a proportionnellement I'.

L'appareil était disposé avec beaucoup de soin, les expériences ont été très-nombreuses, et elles ont conduit pour l'intensité L de la lumière de l'étincelle fournie par un condensateur, à la formule

$$L = \frac{K'}{\varepsilon}\frac{d^2 s}{R},$$

ε, s étant l'épaisseur et la surface du condensateur, d la distance d'explosion de l'étincelle, et R la résistance du circuit.

M. Riess a trouvé que cette distance d est proportionnelle à la tension électrique $\frac{e}{s}$, par conséquent

$$L = \frac{K'}{\varepsilon}\frac{1}{R}\frac{e^2}{s},$$

formule tout à fait analogue à celle qui donne la quantité de chaleur développée dans une portion du circuit, ou

$$w = K\frac{r}{R}\frac{e^2}{s}.$$

La différence est que $\frac{K'}{\varepsilon}$ remplace Kr. Or l'expérience a prouvé que K' varie avec les métaux entre lesquels jaillit l'étincelle, ce qui tient à ce que l'espace qu'elle franchit renferme des particules métalliques arrachées aux métaux, et que sa conductibilité varie avec leur nature. Le coefficient K' change donc avec cette conductibilité elle-même, et si on admet qu'il est proportionnel à la résistance r, les deux formules se confondent et peuvent être considérées comme démontrant l'identité des lois de la chaleur et de la lumière, produites par des condensateurs également épais.

SOIXANTE-DIXIÈME LEÇON.

ACTIONS MÉCANIQUES RÉCIPROQUES DES COURANTS.

Appareil général. — Action des courants parallèles, — des courants angulaires, — des courants quelconques, — des courants sinueux. — Changement du signe de la force avec le sens du courant.

Loi élémentaire. — Établissement hypothétique de la formule. — Détermination des constantes n et k.

Propriétés d'un courant rectiligne indéfini. — Action d'un courant indéfini sur un courant rectiligne fini. — Composante parallèle. — Composante perpendiculaire. — Courants croisés. — Courants perpendiculaires. — Courants parallèles. — Direction d'un courant fermé autour d'un axe vertical, — autour d'un axe horizontal. — Courants astatiques. — Rotation d'un courant horizontal.

Action de la terre. — Elle se réduit à celle d'un courant rectiligne indéfini.

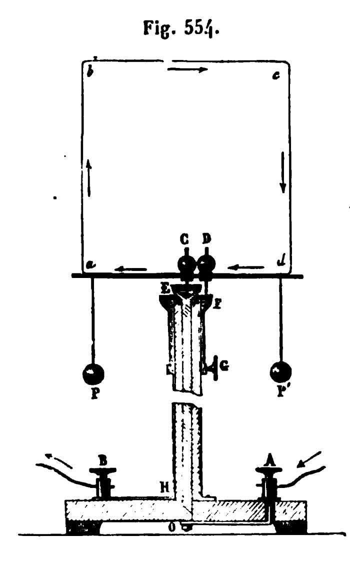
L'expérience d'OErsted ayant fait voir qu'un courant agit mécaniquement sur l'aiguille aimantée révélait entre l'électricité et le magnétisme une relation qu'on n'avait point jusque-là soupçonnée, et qui parut à Ampère être assez intime pour lui faire soupçonner que les causes de ces deux genres de phénomènes, jusqu'alors considérées comme indépendantes, pourraient bien être les mêmes; mais pour que cette intuition fût légitime, il fallait de toute nécessité que deux courants quelconques exerçassent des actions mécaniques réciproques, et Ampère fut conduit ainsi à rechercher si en réalité ces actions existent. L'expérience confirma les vues de cet illustre physicien. Il détermina les lois des attractions et des répulsions de deux éléments de courant, et il parvint ensuite à composer des conducteurs de forme telle, qu'étant traversés par un courant, ils possèdent toutes les propriétés des aimants dont ils expliquent rationnellement la constitution. C'est ainsi qu'Ampère interpréta le magnétisme par l'électricité, dans une théorie qui est une des plus fécondes de la physique. Nous sui-

vrons dans l'exposition de ces phénomènes la méthode analytique qui a guidé l'inventeur; nous commencerons par étudier dans leurs détails les actions mécaniques de deux courants, et nous arriverons ensuite et comme conséquence à la théorie des aimants.

Pour constater ces actions mécaniques, il fallait faire agir un courant fixe sur un autre courant mobile. Ampère avait imaginé dans ce but des appareils généraux qui ont été souvent modifiés depuis. Ceux que nous emploierons ont été disposés par M. Obelliane, conservateur du cabinet de l'École Polytechnique. Décrivons d'abord le support des courants mobiles (*fig.* 554).

Sur une base de bois sont fixées deux poupées A et B. La première reçoit le courant et l'amène par une colonne métallique OE dans un godet de fer E, qui contient du mercure. Tout autour de cette colonne, et séparée d'elle par un tube de verre, est une enveloppe métallique H, qui est en communication avec la poupée B, et le long de laquelle glisse une deuxième enveloppe de cuivre GF qui se fixe à la hauteur qu'on veut par une vis G et qui se termine au sommet F par une coupe annulaire de fer pleine de mercure. On voit que le godet E et la coupe F sont toujours en communication avec les deux pôles de la pile, et que si on les réunit par des conducteurs de forme quelconque, ceux-ci fermeront le circuit et seront traversés par le courant de E en F. Il ne nous reste plus qu'à nous occuper de ces conducteurs.

Fig. 554.



Leur forme est très-variable suivant les cas; mais ils sont toujours supportés par une tige de bois *ad* équilibrée par des contre-poids P et P'. Une de leurs extrémités est formée par une

aiguille d'acier C, par laquelle ils s'appuient dans le godet E, l'autre par une deuxième aiguille semblable D qui plonge dans le mercure de F, mais sans toucher le fond de la coupe. Dès lors, tout le système est mobile autour de l'axe vertical passant par C et peut se tenir en équilibre dans tous les azimuts possibles.

Si ce conducteur mobile *abcd* est un rectangle ou un cercle, on reconnaîtra d'abord qu'il s'oriente de lui-même sous l'action de la terre. Il se place de telle sorte que son plan soit perpendiculaire au méridien magnétique, et que le courant traverse la branche *da* de l'est à l'ouest. Cette action sera étudiée dans la suite; mais, comme elle est toujours très-faible, nous pouvons la négliger; elle ne masquera pas les attractions ou les répulsions beaucoup plus énergiques qui seront exercées sur *abcd* par des conducteurs fixes que nous placerons dans le voisinage et dont nous allons nous occuper.

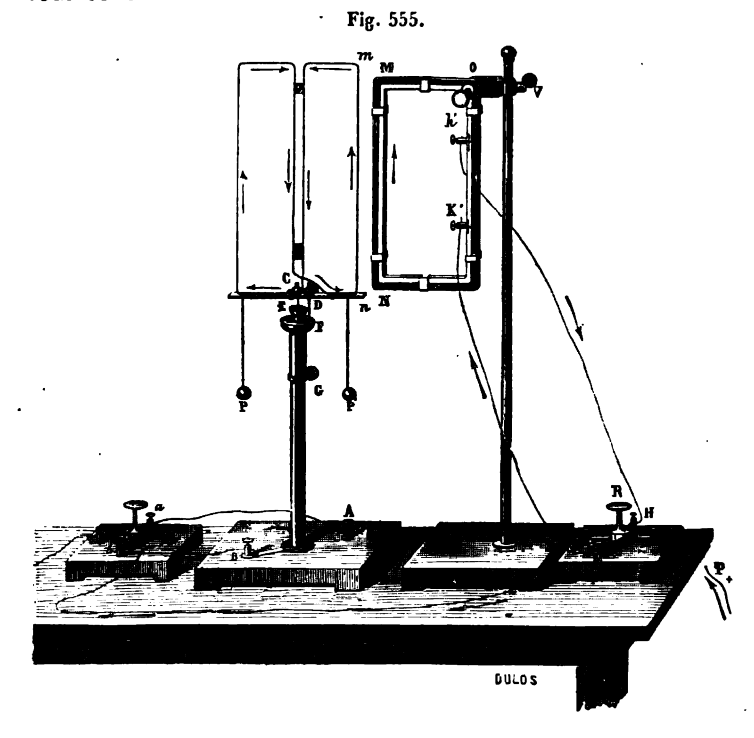
La forme et la position de ces conducteurs sont variables, suivant les expériences que l'on a en vue; le plus souvent (*fig.* 555) ils sont constitués par un fil de cuivre terminé aux poupées *h'* et *k'* et faisant plusieurs tours sur un rectangle OMN*k' h'*. Celui-ci est soutenu, à une hauteur qu'on fait varier à volonté, sur une colonne autour de laquelle il peut tourner pour se placer dans tous les azimuts possibles. Ses côtés MN et MQ peuvent être dirigés verticalement ou horizontalement par le jeu d'une articulation O.

Pour la facilité des expériences, les supports des courants mobile et fixe sont reliés à deux commutateurs, comme on le voit dans la *fig.* 555. Le courant arrive par P dans le premier commutateur R qui l'envoie dans le cadre *k'*NM*h'*, suivant une direction qu'on fait changer en tournant le bouton R. Il revient ensuite en H, et de là dans le deuxième commutateur *ab* qui le dirige vers le conducteur mobile C*nm*D, dans un sens ou dans l'autre, suivant la position qu'on donne à ce commutateur; enfin il revient au pôle négatif. On voit que c'est le courant d'une même pile qui traverse les parties fixes et mobiles dans des directions qu'on est maître de changer et de fixer à volonté. Cinq éléments de Bunsen suffisent pour faire toutes les expériences.

Nous allons d'abord constater l'existence des actions réci-

proques exercées par deux courants voisins, et déterminer leur sens.

Fig. 555.

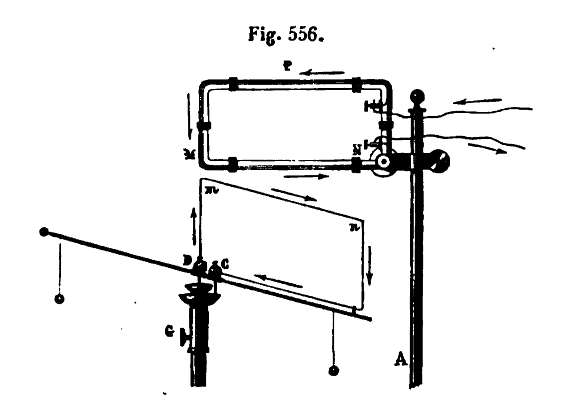


I. **COURANTS PARALLÈLES.** — L'expérience étant disposée comme nous venons de le dire (*fig.* 555), on trouve que les parties MN et *mn* se rapprochent ou s'éloignent, si le courant les traverse dans la même direction ou dans deux directions contraires. Or ces parties, étant plus voisines que toutes les autres, doivent exercer entre elles une action prépondérante qui détermine le sens du mouvement. On peut dès lors dire que « deux courants parallèles s'attirent ou se repoussent, s'ils vont dans le même sens ou dans des sens contraires. »

II. **COURANTS ANGULAIRES.** — Mettons en présence deux courants rectangulaires PMN et D*mn*C (*fig.* 556), ayant deux côtés verticaux M et D*m* situés sur l'axe de rotation, et deux autres côtés horizontaux MN et *mn* placés dans un même plan

horizontal, faisant un angle quelconque, et qui, à cause de leur rapprochement, exerceront encore une action prédominante :

Fig. 556.



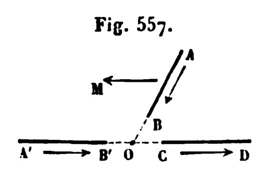
nous trouverons que « MN et *mn* s'attirent si tous deux vont en s'éloignant ou en se rapprochant du sommet de l'angle qu'ils forment, et se repoussent quand l'un s'éloigne et que l'autre s'approche de ce même sommet. » L'équilibre aura lieu quand les deux courants seront devenus parallèles en direction et de même sens.

III. **COURANTS QUELCONQUES.** — Sans rien changer aux conditions de l'expérience précédente, élevons le cadre MNP en le faisant glisser parallèlement à lui-même le long de la colonne qui le porte ; les deux courants MN et *mn* ne seront plus dans le même plan ; ils se trouveront dans une position quelconque, auront pour perpendiculaire commune l'axe D*m*M, et l'un d'eux *mn* sera mobile autour de cette ligne. On reconnaît dans ce cas qu'ils s'attirent ou se repoussent comme s'ils étaient dans le même plan, et que la distance M*m* fût nulle : donc « deux courants quelconques agissent comme deux courants angulaires et comme si leur perpendiculaire commune était le sommet de leur angle. »

IV. **PORTIONS D'UN MÊME COURANT RECTILIGNE.** — Quand un courant mobile AB va en s'approchant du sommet O de l'angle qu'il forme avec le courant fixe CD, et que celui-ci s'éloigne de O (*fig.* 557), AB est repoussé ; il tourne autour de O, et vient

se placer dans la position d'équilibre A'B', située dans le prolongement de CD; alors A'B' et CD sont deux portions d'un même courant rectiligne. On peut conclure de là que la force qui agit sur AB a une composante M parallèle à CD; il est probable que celle-ci n'est pas nulle entre les deux portions A'B' et CD d'un même courant, et qu'elle tendrait à les éloigner si elles étaient mobiles. Ampère a vérifié cette induction au moyen de l'appareil suivant (*fig.* 558).

Fig. 557.



Une auge de bois est divisée par une lame verticale de verre en deux compartiments remplis de mercure et communiquant avec les pôles d'une pile par les poupées Q et P. Un

Fig. 558.



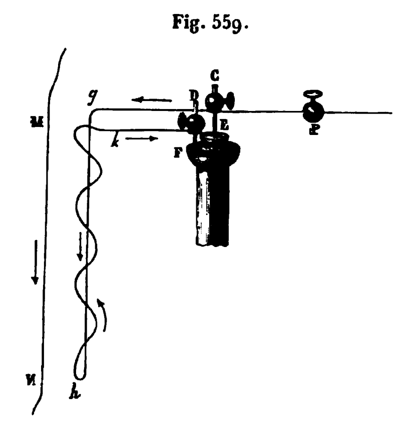


petit conducteur de cuivre BEC, verni dans toute sa longueur, à l'exception de ses extrémités B et C, nage sur le mercure des deux compartiments qu'il réunit par un arc E passant en forme de pont par-dessus la cloison : le courant suit la route ABECD. L'expérience montre que les deux portions fixes AB et CD de ce courant repoussent et font reculer le conducteur mobile qui les prolonge.

V. **Courants sinueux.** — Plaçons sur le support des courants mobiles (*fig.* 559) le conducteur C*ghk*D, qui offre une branche descendante rectiligne *gh* et une partie remontante *hk* laquelle est sinueuse, dont la figure est absolument quelconque, mais qui s'éloigne très-peu de *gh*; puis opposons à ce système un courant fixe MN : il n'y aura aucune action. D'où on conclut que le courant sinueux inverse *hk* détruit l'effet du courant rectiligne *gh*, et par conséquent « que l'on pourra toujours remplacer un courant rectiligne par un courant sinueux quel-

conque, de même sens, pourvu qu'il s'écarte très-peu du premier. »

Fig. 559.



VI. **EFFET D'UN CHANGEMENT DE SENS.**—Toutes les expériences montrent que si l'on change le sens de l'un des deux courants, on ne fait rien que changer le signe de l'action qu'ils exercent entre eux.

LOI ÉLÉMENTAIRE.

Ces expériences suffisent pour prouver que des courants voisins exercent entre eux des actions mécaniques; mais elles ne font que montrer l'effet résultant de forces complexes dont elles ne mesurent ni l'intensité, ni la direction, ni les points d'application. Il est évident que si l'on connaissait l'action élémentaire réciproque de deux éléments de courant situés d'une manière quelconque, on pourrait décomposer deux courants finis, quelles que soient leur forme et leur situation respectives, en leurs éléments, exprimer les forces qui agissent entre ceux-ci, et les composer en une résultante et un couple uniques. Nous devons donc commencer par chercher la loi de cette action élémentaire, ce que nous allons faire en nous appuyant sur les principes suivants :

1° Deux éléments de courants AB et A'B', situés sur une même ligne droite, agissent suivant cette ligne par raison de symétrie (*fig.* 560).

2° Deux éléments de courants AB, A'B', perpendiculaires à

la ligne qui joint leurs milieux, agissent également suivant cette ligne, par la même raison de symétrie (*fig.* 560).

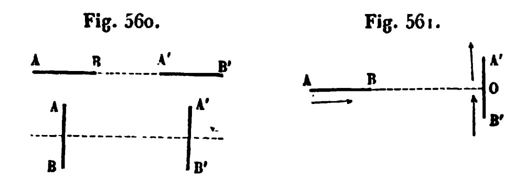


Fig. 560. Fig. 561.

3° Il n'y a pas d'action entre deux éléments AB, A'B' situés dans un même plan, et dont l'un AB est perpendiculaire sur le milieu de l'autre (*fig.* 561).

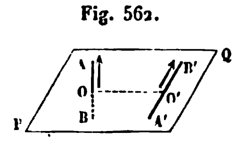
D'abord il n'y aura pas d'action suivant BO, car s'il y en avait une, et qu'elle fût attractive, elle devrait devenir répulsive si le sens de A'B' changeait. Mais ce changement de sens de A'B' n'apporte aucune variation dans sa position relativement à AB, donc la force ne peut changer, donc elle est nulle.

Examinons, en second lieu, s'il peut y avoir entre AB et A'B' une action directrice. Les deux moitiés de A'B' agissent sur AB comme deux courants angulaires, B'O est attirée, OA' est repoussée et toutes deux tendent à tourner autour de O et à se placer parallèlement à AB suivant un couple. Mais le bras de levier de ce couple étant infiniment petit, son moment est nul. En résumé, il n'y a ni force motrice, ni force directrice entre les deux éléments.

4° Lorsque deux éléments AB et A'B' (*fig.* 562) ont une perpendiculaire commune OO', et que chacun d'eux est normal au plan passant par l'autre et par OO', leur action réciproque est nulle.

En effet, cette action ne pourra pas être dirigée suivant OO', car si l'on changeait le sens du courant A'B', le signe de l'action devrait être changé, et de répulsive elle deviendrait attractive ou inversement. Mais la seule modification apportée au courant A'B' par cette inversion serait qu'après avoir marché vers la gauche de AB, il se dirigerait ensuite vers sa droite : il faudrait donc que la droite et la gauche de AB eussent des propriétés différentes, c'est-à-dire que

Fig. 562.



ce courant fût dissymétrique autour de son axe, ce qui ne peut être. Il est donc impossible qu'il y ait une action attractive ou répulsive entre les deux éléments.

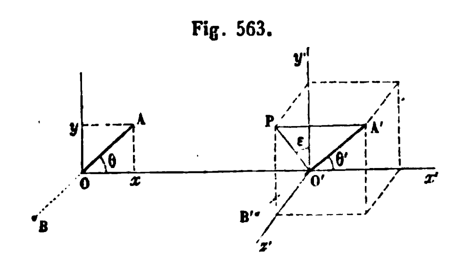
Reste à savoir s'il y a une action directrice : il y en a une en effet, car les courants considérés ont une perpendiculaire commune OO′, et les deux moitiés de A′B′ tendent à tourner autour de cette ligne pour se placer parallèlement à AB. Mais le bras de levier étant infiniment petit, le moment du couple est nul.

5° Un courant $\underrightarrow{O'A'}$ (*fig.* 563) peut se remplacer par ses projections sur trois axes rectangulaires.

En effet, on peut substituer à $\underrightarrow{O'A'}$ le courant sinueux très-voisin O′z′PA′, allant de O′ à A′. Ce dernier se compose de trois parties, l'une O′z′, et les deux autres z′P et PA′ qui peuvent être remplacées par les projections O′y′ et O′x′, puisqu'elles leur sont parallèles et égales en longueur, et qu'elles n'en sont éloignées que de quantités infiniment petites. En définitive $\underrightarrow{O'A'}$ se trouve remplacé par ses projections $\underrightarrow{O'x'}$, $\underrightarrow{O'y'}$, $\underrightarrow{O'z'}$.

Ces principes admis, cherchons l'action d'un élément de courant BA $= ds$ sur un autre élément B′A′ $= ds'$. Soit θ l'angle

Fig. 563.



que le premier fait avec OO′x′; cet angle sera égal à zéro si le courant va de O en x, à 90 degrés s'il marche de O en y et à 180° + AOx s'il est dirigé suivant OB. Soient θ' l'angle, compté de la même manière, de O′A′ avec O′x', r la distance des deux points O, O′, et ε l'angle des deux plans AOx, A′O′x'. Nous pourrons remplacer OA et O′A′ par leurs projections x, y;

x', y', z', et nous aurons à considérer l'action des deux éléments x et y sur chacun des trois autres x', y', z'.

y n'aura d'effet ni sur x', ni sur z', d'après les troisième et quatrième principes; mais il attirera y' si la direction des deux courants est la même, puisque tous deux sont parallèles.

D'après le troisième principe, l'action de x sera nulle sur y' et z'; elle sera répulsive ou attractive sur x', si le sens de x et de x' est le même ou inverse, puisque x et x' sont deux portions d'un même courant rectiligne.

En définitive, il n'y aura à exprimer que l'action de y sur y', et de x sur x', c'est-à-dire

de $\qquad y = ds \sin\theta \quad$ sur $\quad y' = ds' \sin\theta' \cos\varepsilon$,

et de $\qquad x = ds \cos\theta \quad$ sur $\quad x' = ds' \cos\theta'$.

Si θ et θ' sont plus petits que 90 degrés, la première sera attractive et la deuxième répulsive.

Nous admettrons avec Ampère que ces deux actions sont proportionnelles aux intensités i et i' des deux courants, aux longueurs de leurs projections y, y', x, x', et à deux fonctions inconnues de leurs distances qui seront $+f(r)$ pour la première action et $-\mathrm{F}(r)$ pour la seconde. On aura donc

$$\mathrm{F} = ii'\,ds\,ds'[\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon f(r) - \cos\theta\cos\theta'\mathrm{F}(r)].$$

Il ne reste plus qu'à déterminer $f(r)$ et $\mathrm{F}(r)$. Pour cela, on s'adresse à l'expérience. On imagine des systèmes de deux courants de forme et de position déterminées; on intègre la formule précédente, et on trouve une expression de la résultante, qui est fonction de $\mathrm{F}(r)$ et de $f(r)$. D'autre part, l'expérience donne la loi de cette résultante; on identifie le résultat du calcul et celui de l'observation, et on a une équation de condition pour trouver $\mathrm{F}(r)$ et $f(r)$. Si donc on traite la question dans deux cas particuliers, on obtient deux équations de condition qui peuvent suffire pour déterminer ces fonctions inconnues.

Ampère avait supposé tout d'abord que les deux forces attractive ou répulsive précédentes sont en raison inverse d'une certaine puissance de la distance r. Cela n'est point évident *à priori*. Mais Demontferrand ayant prouvé que cela est exact,

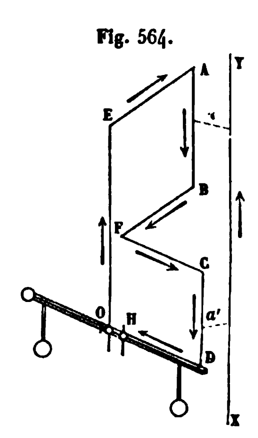
nous accepterons l'hypothèse d'Ampère, afin de simplifier les calculs, et nous remplacerons $f(r)$ par $\frac{1}{r^n}$, et $F(r)$ par $\frac{k}{r^n}$: ce qui réduira la valeur de F à

$$(1) \qquad F = \frac{ii'dsds'}{r^n}(\sin\theta \sin\theta' \cos\varepsilon - k\cos\theta\cos\theta').$$

Il reste à déterminer n et k.

DÉTERMINATION DES CONSTANTES. — I. On place sur le support des courants mobiles un système de deux rectangles FEAB, FCDH (*fig.* 564) faisant entre eux un angle quelconque, dont les hauteurs sont différentes et les bases égales : ils prennent sous l'action de la terre une position d'équilibre fixe. Puis on dispose entre les deux branches AB et CD un courant vertical indéfini XY de sens opposé, qui les repousse toutes deux, et l'on parvient aisément à les maintenir dans leur position première en plaçant le courant indéfini à des distances convenables a et a' de chacune d'elles. On mesure ces distances, et l'on trouve qu'elles sont proportionnelles aux longueurs l et l' de AB et de CD.

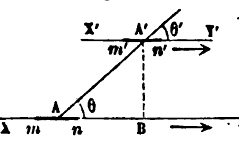
Fig. 564.



$$\frac{l}{l'} = \frac{a}{a'}.$$

Appliquons maintenant le calcul à ce cas particulier. Soient (*fig.* 565) deux courants parallèles, l'un indéfini XY, l'autre fini X'Y', dont la distance A'B est a. Si nous examinons en particulier deux éléments mn et $m'n'$, nous voyons que $\theta = \theta'$ et que $\varepsilon = 0$. La formule devient

Fig. 565.



$$F = \frac{ii'dsds'}{r^n}(\sin^2\theta - k\cos^2\theta);$$

la distance r ou AA′ est

$$r = \frac{A'B}{\sin\theta} = \frac{a}{\sin\theta}.$$

Si nous comptons s à partir de B,

$$s = AB = a\cot\theta, \qquad ds = -a\frac{d\theta}{\sin^2\theta},$$

et en remplaçant s et r,

$$F = -\frac{ii'ds'}{a^{n-1}}\sin^{n-2}\theta(\sin^2\theta - k\cos^2\theta)\,d\theta.$$

F peut se partager en deux composantes, l'une parallèle à XY qu'il est inutile de considérer, l'autre $F\sin\theta$ perpendiculaire aux deux courants, qui produira leur attraction et qui est

$$F\sin\theta = -\frac{ii'ds'}{a^{n-1}}[\sin^{n-1}\theta(\sin^2\theta - k\cos^2\theta)]\,d\theta.$$

En intégrant cette expression d'abord entre $\theta_1 = 0°$ et $\theta_2 = 180°$, et ensuite entre $s' = 0$ et $s' = l$, on trouvera la force attractive totale Ψ de XY sur X′Y′. Comme la parenthèse est indépendante de a, son intégrale sera constante et peut se représenter par $-$ A : on aura donc

$$\Psi = A\,ii'\frac{l}{a^{n-1}}.$$

Donc pour que les attractions ou les répulsions de deux courants finis de longueur l, l', sur un courant parallèle indéfini placé entre eux à des distances a et a' soient égales, il faut que

$$\frac{l}{l'} = \frac{a^{n-1}}{a'^{n-1}}.$$

D'un autre côté, l'expérience a montré que l'on devait avoir la relation

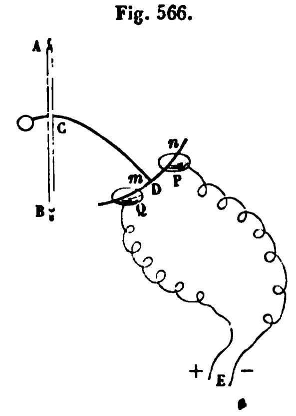
$$\frac{l}{l'} = \frac{a}{a'}.$$

Il faut donc que n soit égal à 2. Dès lors la formule de la loi élémentaire devient

$$(2) \qquad F = \frac{ii'ds\,ds'}{r^2}(\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon - k\cos\theta\cos\theta').$$

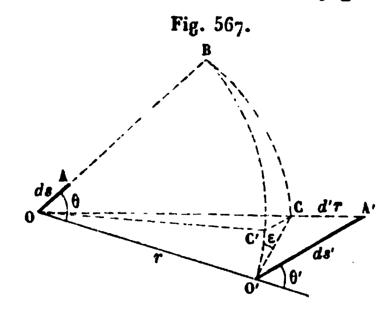
II. Il nous reste à déterminer k par l'application de la même méthode à un deuxième cas d'équilibre. Nous choisirons le suivant (*fig.* 566). On fixe à un axe vertical mobile AB, par une tige isolante CD, un fil horizontal de cuivre mn, dont les extrémités affleurent sur deux globules de mercure P et Q disposés dans deux petites auges. Le courant d'une pile arrive en Q, traverse mn et revient par P au pôle négatif. mn se trouve alors soumis à l'action d'un courant fermé EQPE, dont la forme est quelconque, et l'expérience prouve que mn ne se déplace jamais. Par conséquent, il faut que la composante tangentielle de toutes les actions exercées sur un élément mn par tous les éléments d'un circuit fermé, soit nulle. Exprimons cette condition par le calcul, et il en résultera une deuxième équation de condition qui nous permettra de calculer k. Commençons par transformer la formule (2).

Fig. 566.



Soient $OA = ds$, $O'A' = ds'$, $OO' = r$ (*fig.* 567). Autour du

Fig. 567.



centre O décrivons une sphère avec le rayon r, elle coupera la ligne OA en B, O A′ en C; prenons $BC' = BC$. Alors l'angle $CO'C' = \varepsilon$, $CA'O' = \theta'$, et $CC'O' = O'CA' = 90°$. Il s'ensuit que

$$CA' = ds' \cos\theta', \quad \text{et} \quad C'O' = CO' \cos\varepsilon = ds' \sin\theta' \cos\varepsilon.$$

Or,

$$CA' = d'r, \quad \text{et} \quad C'O' = BO' - BC = r(BOO' - BOC) = -\, r d'\theta,$$

en désignant par d' une différentielle prise par rapport à s', de sorte que $d'r = \frac{dr}{ds'}ds'$. Donc

$$ds'\cos\theta' = d'r, \quad \text{et} \quad ds'\sin\theta'\cos\varepsilon = -rd'\theta.$$

Par conséquent

$$F = \frac{ii'ds}{r^2}(-r\sin\theta d'\theta - k\cos\theta d'r),$$

ou bien, en laissant de côté le facteur $ii'ds$,

$$F = \frac{1}{r}d'\cos\theta + k\cos\theta d'\left(\frac{1}{r}\right).$$

La composante tangentielle est, d'après cela,

$$F\cos\theta = \frac{1}{2r}d'(\cos^2\theta) + k\cos^2\theta d'\left(\frac{1}{r}\right).$$

En intégrant par parties,

$$\int F\cos\theta = \frac{\cos^2\theta}{2r} + \left(k - \frac{1}{2}\right)\int\cos^2\theta d'\left(\frac{1}{r}\right).$$

Ceci est la composante tangentielle de l'action du circuit sur ds, composante dont la valeur est zéro, d'après l'observation.

L'intégrale devant être prise d'une valeur de θ à la même, puisque le circuit est fermé, le premier terme sera nécessairement nul, et pour que le second le soit dans tous les cas possibles, il faut que $k - \frac{1}{2}$ soit nul, ou que $k = \frac{1}{2}$; la formule définitive qui exprime l'action de deux éléments de courants sera donc

$$(\alpha) \qquad F = \frac{ii'dsds'}{r^2}\left(\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon - \frac{1}{2}\cos\theta\cos\theta'\right),$$

ou bien, sous une autre forme, en désignant par ω l'angle que forme ds avec ds',

$$(\beta) \qquad F = \frac{ii'dsds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right).$$

Une fois que cette expression de l'action réciproque de deux

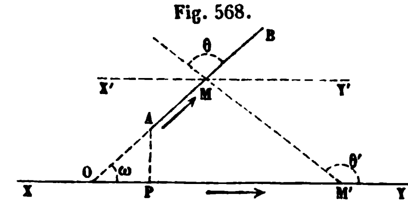
éléments est connue, celle que deux courants de forme et de position déterminées exercent l'un sur l'autre peut être trouvée par le calcul, sans autres difficultés que celles du calcul lui-même.

On exprime, en effet, l'action de deux éléments quelconques, on la décompose en trois composantes parallèles aux axes coordonnés, et en les intégrant, on obtient les trois composantes de l'action totale qui se réduit toujours à un couple et à une force uniques. Pour donner une idée des calculs que l'on a à effectuer, nous allons étudier en détail le plus simple et le plus important de tous les cas que l'on peut se proposer, celui d'un courant indéfini agissant sur un courant fini situé dans le même plan.

PROPRIÉTÉS D'UN COURANT INDÉFINI.

ACTION SUR UN COURANT FINI. — Soient XY (*fig.* 568) le courant indéfini, AB un courant fini faisant un angle ω avec le premier. Supposons que OY et AB aillent en s'éloignant du sommet O; considérons les éléments M et M', et comptons les valeurs de s et de s' à partir de O, de façon que $OM = s$, et que $OM' = s'$: nous aurons

Fig. 568.



$$\theta' = \theta + \omega, \quad \frac{s'}{s} = \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \omega)};$$

et en différentiant cette dernière expression par rapport à s'

$$ds' = s\,\frac{\sin(\theta + \omega)\cos\theta - \sin\theta\cos(\theta + \omega)}{\sin^2(\theta + \omega)}\,d\theta,$$

$$ds' = s\,\frac{\sin\omega}{\sin^2(\theta + \omega)}\,d\theta.$$

D'un autre côté, dans le triangle MOM',

$$\frac{MM'}{OM} = \frac{r}{s} = \frac{\sin\omega}{\sin(\theta + \omega)}.$$

En remplaçant θ', ds' et r^2 dans l'équation (β), et observant que $2\cos\theta\cos(\theta+\omega) = \cos\omega + \cos(2\theta+\omega)$, il vient

$$F = \frac{ii'ds}{4s\sin\omega}\left[\cos\omega - 3\cos(2\theta+\omega)\right]d\theta.$$

Cette force qui agit suivant MM' se décompose en deux autres, l'une $F\cos\theta$ qui est dirigée suivant AB, l'autre $F\sin\theta$ perpendiculaire à cette ligne; nous les calculerons séparément.

COMPOSANTE PARALLÈLE. — Sa valeur est

$$F\cos\theta = \frac{ii'}{4\sin\omega}\,\frac{ds}{s}\left[\cos\omega\cos\theta - 3\cos\theta\cos(2\theta+\omega)\right]d\theta.$$

$F\cos\theta$ se compose d'un coefficient constant $\frac{ii'}{\sin\omega}$ et de deux facteurs variables qui s'intègrent séparément, l'un $\frac{ds}{s}$ dépendant de s, l'autre compris dans la parenthèse, ne contenant que θ. Le premier donne

$$\int\frac{ds}{s} = 1s,$$

intégrale qui doit être prise entre les limites $s = OA$ et $s = OB$: ce qui fait

$$1OB - 1OA = 1\frac{OB}{OA}.$$

La parenthèse qui dépend de θ peut s'écrire

$$\cos\omega\cos\theta - \frac{3}{2}\left[\cos(\theta+\omega) + \cos(3\theta+\omega)\right].$$

L'intégrale générale est

$$\cos\omega\sin\theta - \frac{3}{2}\sin(\theta+\omega) - \frac{1}{2}\sin(3\theta+\omega).$$

Elle devient pour $\theta = \theta_1 = 180° - \omega$, ce qui correspond à un point infiniment éloigné du côté de Y,

$$\cos\omega\sin\omega - \frac{1}{2}\sin 2\omega = 0.$$

Pour $\theta = \theta_2 = 0^\circ$, c'est-à-dire pour le point O, on a

$$-\frac{3}{2}\sin\omega - \frac{1}{2}\sin\omega = -2\sin\omega.$$

Enfin si $\theta = \theta_3 = -\omega$, ce qui a lieu pour un point infiniment éloigné du côté de X, on trouve encore une valeur nulle.

I. Si on prend l'intégrale entre $\theta_1 = 180^\circ - \omega$ et $\theta_2 = 0$, c'est-à-dire dans l'angle BOY,

$$\varphi = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \mathrm{F}\cos\theta = \frac{ii'}{\sin\omega}\,\mathrm{l}\,\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}\,\frac{1}{2}\sin\omega = \frac{ii'}{2}\,\mathrm{l}\,\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}.$$

Cela veut dire que si les deux courants vont en s'éloignant tous deux du point G, il existe une force agissant suivant la ligne OB dans un sens qu'il faut déterminer. Pour cela, nous remarquerons qu'elle est indépendante de l'angle ω, quand les limites OB et OA demeurent les mêmes, c'est-à-dire quand le courant AB est assujetti à tourner autour du point O; or si $\omega = 0$, AB est confondu avec OY, et l'expérience a prouvé (page 198) qu'il est repoussé par lui vers le point O. Donc, il sera toujours sollicité par la même force dirigée de B en A vers O, quel que soit l'angle ω. Cette force resterait la même si les deux courants changeaient de sens, c'est-à-dire allaient tous deux en s'approchant de O; elle changerait de signe si l'un des courants marchait vers O, et que l'autre s'en éloignât.

II. En prenant l'intégrale entre $\theta_2 = 0$ et $\theta_3 = -\omega$, ou dans l'angle XOB, on trouve

$$\varphi' = \int_{\theta_2}^{\theta_3} \mathrm{F}\cos\theta = -\frac{ii'}{\sin\omega}\,\mathrm{l}\,\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}\,\frac{1}{2}\sin\varpi = -\frac{ii'}{2}\,\mathrm{l}\,\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}.$$

Il y a donc une force φ' indépendante de ω, égale et contraire à φ, qui tend à éloigner le courant AB du point O. Par conséquent, si AB est sur le prolongement de XO, de manière à faire partie du même courant, il sera repoussé, comme l'expérience l'a prouvé.

III. Enfin si nous prenons l'intégrale entre $\theta_1 = 180^\circ - \omega$ et $\theta_3 = -\omega$, c'est-à-dire si nous considérons l'action du courant XY indéfini dans les deux sens, l'intégrale est nulle et il n'y a point de force dirigée suivant AB.

COMPOSANTE PERPENDICULAIRE. — Considérons maintenant la composante perpendiculaire à AB ou $F\sin\theta$:

$$F\sin\theta = \frac{ii}{4\sin\omega}\,\frac{ds}{s}\left[\cos\omega\sin\theta - 3\sin\theta\cos(2\theta+\omega)\right]d\theta;$$

$\frac{ds}{s}$ s'intègre comme dans le cas précédent. La parenthèse peut s'écrire

$$\cos\omega\sin\theta - \frac{3}{2}\left[\sin(3\theta+\omega) - \sin(\theta+\omega)\right];$$

ce qui donne pour intégrale générale

$$-\cos\omega\cos\theta + \frac{1}{2}\cos(3\theta+\omega) - \frac{3}{2}\cos(\theta+\omega).$$

Pour $\theta = \theta_1 = 180° - \omega$, on a

$$+\cos^2\omega - \frac{1}{2}\cos 2\omega + \frac{3}{2} = 2.$$

Pour $\theta = \theta_2 = 0°$,

$$-\cos\omega + \frac{1}{2}\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\omega = -2\cos\omega;$$

enfin pour $\theta = \theta_3 = -\omega$,

$$-\cos^2\omega + \frac{1}{2}\cos 2\omega - \frac{3}{2} = -2.$$

I. L'intégrale étant prise entre $\theta_1 = 180° - \omega$ et $\theta_2 = 0$, c'est-à-dire dans l'angle BOY, il vient

$$\psi = \int_{\theta_2}^{\theta_1} F\sin\theta = \frac{ii'}{\sin\omega}\,l\,\frac{OB}{OA}\,\frac{1}{2}(1+\cos\omega) = \frac{ii'}{2}\,l\,\frac{OB}{OA}\cot\frac{\omega}{2}.$$

Par consequent, quand les deux courants vont en s'éloignant du sommet O de l'angle qu'ils forment, outre la force φ qui tend à faire glisser AB dans sa direction, il en existe une autre ψ normale à AB, dont le sens n'est point déterminé par l'intégration, mais peut être fixé par l'expérience; or nous avons vu que cette force tend à diminuer l'angle BOY. Lorsque AB est assujetti à tourner en O, ψ est proportionnelle à $\cot\frac{\omega}{2}$; elle est nulle si l'angle $\omega = 180°$, elle augmente quand ω

décroît, elle devient infinie quand $\omega = 0$ et que les courants sont confondus. L'équilibre aura lieu quand AB sera appliqué sur OX ou sur OY; il sera instable dans le premier cas, et stable dans le second. La même chose aurait lieu si les deux courants s'approchaient du sommet O.

II. Si l'on prend l'intégrale entre $\theta_2 = 0$ et $\theta_3 = -\omega$, c'est-à-dire dans l'angle XOB où l'un des courants s'approche et l'autre s'éloigne du sommet,

$$\psi' = \int_{\theta_3}^{\theta_2} F \sin\theta = \frac{ii'}{\sin\omega}\, l\frac{OB}{OA}\, \frac{1}{2}(1 - \cos\omega)$$
$$= \frac{ii'}{2}\, l\frac{OB}{OA} \cot\frac{180^\circ - \omega}{2},$$

ψ' est une force qui est de même sens que ψ, qui tend à augmenter l'angle $180^\circ - \omega$ des deux courants, et qui est encore proportionnelle à la cotangente de la moitié de cet angle. Elle est infinie et l'équilibre est instable quand $\omega = 180^\circ$, elle devient nulle et l'équilibre est stable, si $\omega = 0$. Cela est conforme à l'expérience.

III. Enfin, lorsque l'intégrale est prise entre les limites $\theta_1 = 180 - \omega$ et $\theta_3 = -\omega$, les deux valeurs des intégrales s'ajoutent, et l'on obtient

$$\psi + \psi' = R = \int_{\theta_3}^{\theta_1} F \sin\theta = \frac{ii'}{\sin\omega}\, l\frac{OB}{OA}.$$

Les deux forces normales concourent pour appliquer OB sur OY; alors les deux courants coïncident et adhèrent avec une force qui devient infinie.

Résultante. — Puisque le courant OY fait naître sur AB deux composantes, l'une φ dirigée de B en A, l'autre ψ agissant suivant la perpendiculaire NR, et appliquée en un point déterminé N (*fig.* 569, page suivante), la résultante M fera avec NA un angle α, dont la tangente sera

$$\tan\alpha = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{\frac{ii'}{2}\, l\frac{OB}{OA} \cot\frac{\omega}{2}}{\frac{ii'}{2}\, l\frac{OB}{OA}} = \cot\frac{\omega}{2}.$$

La résultante M sera donc perpendiculaire à la bissectrice OM de l'angle ω, son intensité sera

$$M = \sqrt{\varphi^2 + \psi^2} = \frac{ii'}{2} \, l \frac{OB}{OA} \sqrt{1 + \cot^2 \frac{\omega}{2}} = \frac{ii'}{2} \, l \frac{OB}{OA} \frac{1}{\sin \frac{\omega}{2}};$$

de même la portion XO du courant indéfini exerce sur AB une force résultante M' perpendiculaire à la bissectrice OC de l'angle XOB, et dont l'intensité se déduit de la précédente, en changeant ω en $180° - \omega$:

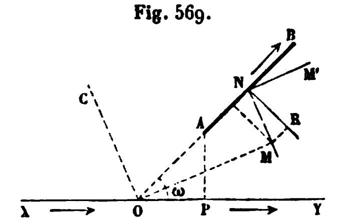


Fig. 569.

$$M' = \frac{ii'}{2} \, l \frac{OB}{OA} \frac{1}{\cos \frac{\omega}{2}}.$$

M et M' sont perpendiculaires entre elles; et si l'on considère l'action totale du courant XY indéfini dans les deux sens, elle sera dirigée suivant NR et égale à $\psi + \psi'$ ou à R :

$$R = \frac{ii'}{2} \, l \frac{OB}{OA} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\omega}{2}} + \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega}{2}}} = ii' \, l \frac{OB}{OA} \frac{1}{\sin \omega}.$$

En désignant par h la perpendiculaire AP, et par l la longueur AB,

$$l \frac{OB}{OA} = l \left(\frac{\frac{h}{\sin \omega} + l}{\frac{h}{\sin \omega}} \right) = l \left(1 + \frac{l \sin \omega}{h} \right)$$

$$= \frac{l \sin \omega}{h} - \frac{1}{2} \frac{l^2 \sin^2 \omega}{h^2} + \ldots,$$

donc

$$(\gamma) \qquad R = ii' \left(\frac{l}{h} - \frac{1}{2} \frac{l^2 \sin \omega}{h^2} + \ldots \right).$$

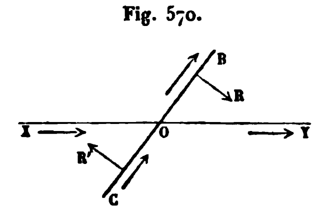
Par conséquent l'action d'un courant XY, indéfini dans les deux sens, sur un courant fini AB situé dans son plan et de direc-

tion quelconque, se réduit à une force unique R perpendiculaire à AB. Elle est infinie si h est nulle, et quand l est assez petit par rapport à la distance h pour qu'on puisse se contenter du premier terme du développement, R est indépendant de l'angle ω, proportionnel à l et en raison inverse de la simple distance.

Ces formules conduisent aux conséquences suivantes :

1° **COURANTS CROISÉS.** — Lorsqu'un courant fini CB mobile autour de O (*fig.* 570) coupe le courant indéfini XY, la partie OB éprouve de la part de XY une action représentée par une force infinie R perpendiculaire à sa direction et qui tend à diminuer l'angle BOY. Il en est de même de la partie OC, qui est soumise à une force R′ agissant dans l'angle COX. Ces deux actions concourent pour appliquer BC sur XY, dans un sens tel que les deux courants soient confondus en direction.

Fig. 570.



Si les deux courants n'étaient pas dans le même plan et qu'ils eussent une perpendiculaire commune projetée en O, l'expérience prouve que BC est encore soumis à un couple qui tend à le placer parallèlement à XY. C'est aussi ce qui résulte du calcul.

2° **COURANTS PERPENDICULAIRES.** — Quand le courant fini BB′ (*fig.* 571) est perpendiculaire à XY, dans le même plan que lui, situé tout entier au-dessus, et s'éloignant de XY, il est sollicité par une force unique R parallèle à $\underset{\rightarrow}{XY}$, et dont l'intensité est exprimée par la formule (γ) en y remplaçant ω par 90 degrés,

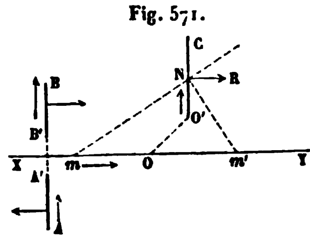
$$R = ii'\left(\frac{l}{h} - \frac{1}{2}\frac{l^2}{h^2} + \ldots\right),$$

et si BB′ a une longueur l très-petite par rapport à h,

$$R = \frac{ii'l}{h}.$$

La force est en raison inverse de la simple distance h.

Fig. 571.



Si l'on considère un deuxième courant AA′ égal à BB′, placé à la même distance au-dessous et s'approchant de XY, il éprouvera un effet égal et opposé. D'où il résulte qu'un courant AB coupé en deux parties égales par XY et assujetti à se mouvoir parallèlement à cette ligne sera astatique.

L'action de XY sur un courant vertical et fini O′C, situé dans un plan quelconque se réduit encore à une force $\underset{\rightarrow}{\text{NR}}$ parallèle à XY (*fig.* 517) : car deux éléments m et m' pris à droite et à gauche, et à égale distance de la perpendiculaire commune OO′, développent sur N des forces répulsive et attractive égales entre elles, agissant dans le plan Nmm', et dont la résultante NR est évidemment horizontale. D'où il suit que CO′ marchera de X vers Y s'il est au-dessus de OO′, en sens opposé s'il est au-dessous, et qu'il est astatique, si, étant assujetti à rester parallèle à lui-même, il est divisé en deux parties égales par OO′.

3° **COURANTS PARALLÈLES.** — Si un courant fini X′Y′ est parallèle à XY, l'action se réduit encore à une force R qui est perpendiculaire à XY (*fig.* 565), attractive si les deux courants vont dans le même sens, et répulsive dans le cas contraire. Pour en trouver la valeur, il faut faire $\omega = 0$ dans la formule (γ) :

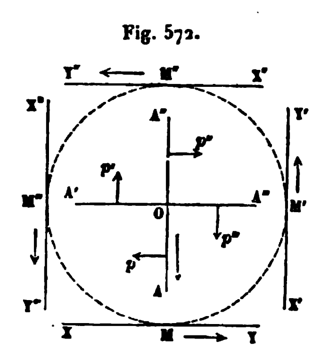
$$R = ii'\frac{l}{h}.$$

Par conséquent, cette force est proportionnelle à la longueur du courant fini, quelle que soit cette longueur, et en raison inverse de sa distance à XY.

4° **ROTATION D'UN COURANT HORIZONTAL.** — Sous l'influence de XY (*fig.* 572), un courant $\underset{\rightarrow}{\text{OA}}$ horizontal et mobile autour d'un axe vertical O prendra un mouvement de rotation continue. En effet, s'il est d'abord placé en OA, il sera sollicité par la

force normale p qui l'amènera en OA'. Arrivé dans cette direction, il continuera d'être soumis à une force encore perpendiculaire à lui-même, et puisque OA' et XY marchent en sens opposé, elle agira suivant p' et transportera le courant en OA''. Là il éprouvera une action dirigée suivant p'', et quand il sera en OA''', il sera attiré par p'''. Dans ces quatre situations du courant ainsi que dans ses positions intermédiaires, la force est toujours normale au courant mobile, et son intensité est donnée par la formule (γ)

Fig. 572.

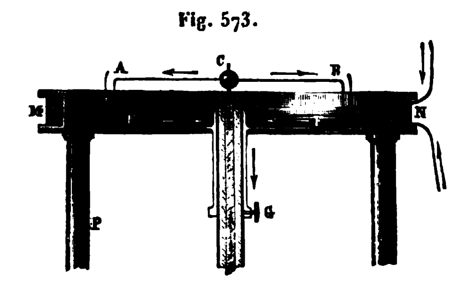


$$R = ii'\left(\frac{l}{h} - \frac{l^2 \sin\omega}{h^2} + \ldots\right),$$

dans laquelle h exprime la distance OM, et l la longueur OA; si h est grande et l petite, R et son moment de rotation sont indépendants de ω. Dans le cas général, l'intensité et le point d'application de R sur OA changent avec ω, et par conséquent aussi le moment de rotation; mais la force agit toujours dans le même sens pour continuer la rotation.

Le même effet serait produit si le courant XY prenait les positions X'Y', X''Y'', X'''Y''', ou bien si on le remplaçait par l'enveloppe de toutes les positions successives qu'il peut prendre, c'est-à-dire par le cercle MM'M''M'''. C'est en effet avec un courant circulaire que nous ferons l'expérience (*fig.* 573).

Fig. 573.



Le support du courant mobile ne diffère de celui de la *fig.* 554, que par la cuvette extérieure qui est remplacée par une large coupe de fer EF remplie de mercure. L'équipage mobile est composé de deux fils horizontaux CA, CB, recourbés verticalement en A et B, et que le courant traverse en s'éloignant ou en se rapprochant de C; enfin le conducteur fixe est un fil de cuivre faisant un nombre considérable de tours sur un cadre circulaire extérieur MN.

Il est évident que les actions exercées sur les branches verticales AE, BF se font équilibre. Tout se réduit donc à l'effet du courant circulaire sur CA et CB, et l'on voit se produire le mouvement de rotation continue, dans le sens indiqué par la théorie.

On pourrait maintenant se proposer de déterminer par le calcul l'action de XY sur des courants mobiles de forme quelconque, mais ces questions deviennent beaucoup plus complexes; nous nous contenterons de traiter quelques exemples simples qui rentrent dans les cas précédents.

5° **COURANT FERMÉ, MOBILE AUTOUR D'UN AXE VERTICAL.** — Considérons un courant rectangulaire *abcd* (*fig.* 574), mobile autour d'un axe vertical OO'; les parties *bc* et *da* étant par rapport à XY dans le cas de la *fig.* 570, seront sollicitées chacune par un couple et tendront à se placer parallèlement à XY. Si XY est très-rapproché, l'action sur *bc* l'emportera; si XY est à l'infini, les deux couples seront égaux et se détruiront.

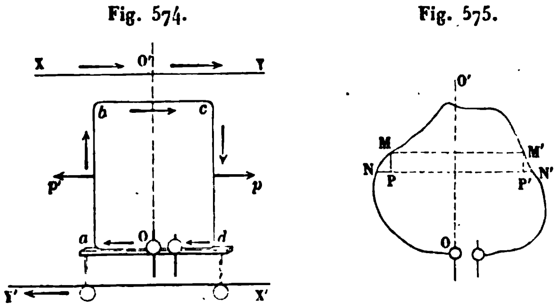
cd et *ab* étant perpendiculaires au plan horizontal qui passe par XY (comme O'C dans la *fig.* 571), seront sollicitées par des forces horizontales opposées *p*, *p'*, qui formeront un couple, lequel tendra à placer le rectangle parallèlement à XY.

Si la distance à XY est infinie, les effets de *bc* et de *ad* se détruisant, ce couple agira seul; son moment sera proportionnel aux longueurs *ab* et *cd*, et au bras de levier *bc*; il pourra se représenter par la surface du rectangle. Quand XY sera très-rapproché, il faudra ajouter au couple précédent la différence de ceux qui sont produits sur *bc* et *ad*: cette différence sera de même signe que ce couple.

La même position d'équilibre serait atteinte si XY était remplacé par un autre courant X'Y' situé en sens opposé au-des-

sous du rectangle. On peut donc dire que celui-ci se placera parallèlement à XY ou à X'Y', et que le sens du courant dans la branche horizontale, la plus voisine du conducteur indéfini, sera le même que dans celui-ci.

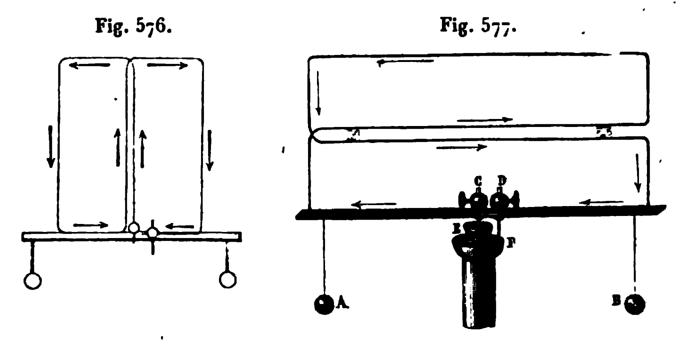
Fig. 574. Fig. 575.



Si on fait la même expérience avec un courant fermé de forme quelconque (*fig.* 575), on pourra le décomposer en tranches par des plans parallèles et remplacer ses éléments MN, M'N' par leurs projections horizontale et verticale. Quand XY sera à l'infini, son effet sur les parties horizontales sera nul et se réduira sur les éléments verticaux à une infinité de couples proportionnels à la surface des rectangles tels que MNM'N', ou à un couple unique proportionnel à la surface totale du courant mobile.

6° **CONDUCTEURS ASTATIQUES.** — Il est facile d'imaginer des conducteurs sur lesquels XY n'exerce aucune action directrice :

Fig. 576. Fig. 577.



tel est AB dans la *fig.* 571 ; tels sont aussi les deux (*fig.* 576

et 577), qui se composent de rectangles égaux traversés en sens inverse par le même courant.

7° **Courant fermé, mobile autour d'un axe horizontal.** — Soit un conducteur rectangulaire fermé DCFE (*fig.* 578), mobile autour de l'axe AB par lequel le courant entre et sort, et

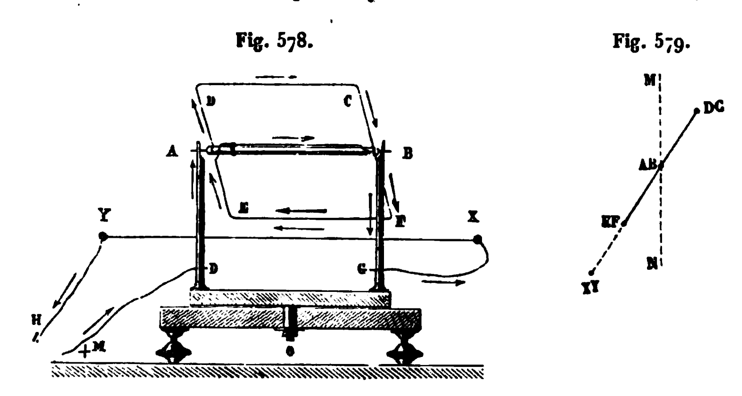


Fig. 578. Fig. 579.

soumis à l'action d'un autre courant indéfini XY, qui est parallèle à AB. Les branches DE, CF sont sollicitées par des forces égales et contraires, parallèles à XY et à l'axe AB, et qui sont sans action; mais les parties EF et DC sont soumises à deux autres forces attractive et répulsive, égales entre elles si XY est à l'infini et constituant un couple qui placera le rectangle dans le plan ABXY. Cette position d'équilibre est représentée *fig.* 579, qui indique une coupe de l'appareil perpendiculairement à AB.

ACTION DE LA TERRE SUR LES COURANTS.

Reprenons l'expérience de la rotation d'un courant horizontal (*fig.* 573); mais supprimons le conducteur circulaire MN de façon que l'équipage mobile ne soit soumis à l'influence d'aucun courant voisin; nous le verrons néanmoins tourner, moins rapidement il est vrai que précédemment, mais dans un sens qui est déterminé. Si le centre C (*fig.* 580), c'est-à-dire le lieu de l'observation, est situé dans l'hémisphère boréal, la rotation se fait dans le sens des flèches A et A″; s'il est placé

dans l'hémisphère austral en C_1, le mouvement a lieu dans la direction des flèches A_1, A''_1. Tout se passe comme s'il y avait dans l'équateur magnétique un courant indéfini allant de E en O, de l'est à l'ouest.

Fig. 580.

Cette conclusion se confirme par les deux expériences suivantes :

Le conducteur *abcd* (*fig.* 574), suspendu autour d'un axe vertical, se dirige dans le plan perpendiculaire au méridien magnétique, et le courant marche dans *da* de l'est à l'ouest, absolument comme il le ferait si l'on avait placé au-dessous de lui un courant X'Y' allant de l'est à l'ouest.

Enfin, si l'on fait tourner l'appareil de la *fig.* 578 autour du bouton O, de manière à placer l'axe AB perpendiculaire au méridien magnétique, et si on supprime le conducteur indéfini XY, on voit le rectangle DCFE s'incliner à l'horizon, prendre une position fixe, et se diriger de telle sorte que la partie inférieure EF pointe vers le sud, et soit traversée par le courant de l'est à l'ouest. Il faut donc que le courant terrestre XY soit au sud des lieux que nous occupons dans l'hémisphère boréal. La même expérience faite dans l'hémisphère austral prouve que le courant terrestre est situé au nord de la station.

Tout ceci démontre donc que le globe terrestre agit en tous ses points comme s'il était traversé par un courant indéfini perpendiculaire au méridien magnétique et situé du côté de l'équateur.

Nous reviendrons bientôt sur cette hypothèse pour la développer, et nous montrerons que le courant terrestre n'est point rectiligne, mais qu'il circule dans l'équateur magnétique de l'est à l'ouest.

SOIXANTE ET ONZIÈME LEÇON.

DES ACTIONS MÉCANIQUES RÉCIPROQUES ENTRE LES COURANTS ET LES AIMANTS.

Solénoïdes. — 1° Un solénoïde peut remplacer un aimant dans l'expérience d'Œrsted. — 2° Il est dirigé par la terre comme un aimant. — 3° Deux solénoïdes s'attirent ou se repoussent comme deux aimants. — 4° En coupant un solénoïde en deux, on obtient deux solénoïdes opposés par des pôles contraires. — 5° Un solénoïde et un aimant s'attirent ou se repoussent comme deux aimants.

Action d'un solénoïde sur un élément de courant; — sur un courant angulaire indéfini. — Expérience de Biot et Savart. — Action d'un courant indéfini vertical ou horizontal sur une aiguille diversement suspendue.

Rotation des courants par l'action d'un aimant ou inversement. — Identité des solénoïdes et des aimants.

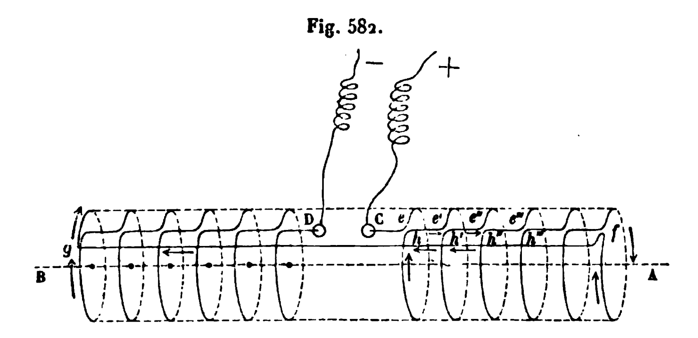
Solénoïdes. — Que l'on conçoive (*fig.* 581) une file de conducteurs circulaires égaux, infiniment petits, infiniment rapprochés, perpendiculaires à la ligne droite ou courbe AB qui joint leurs centres, et traversés par des courants parallèles; on aura ce qu'Ampère nomme un *solénoïde*.

Fig. 581.

On peut trouver par le calcul les propriétés d'un pareil assemblage. A la vérité, on ne peut le réaliser pratiquement; mais il est possible de construire des appareils qui en offrent sensiblement toutes les propriétés. On peut, sur un cylindre dont l'axe est AB, disposer un conducteur de la manière suivante (*fig.* 582): de C en *e* il est parallèle à l'axe, puis il se replie sur un cercle presque fermé jusqu'au point *h* très-voisin de *e*; ensuite il se continue suivant *he'*, parcourt un deuxième cercle parallèle au premier, et ainsi de suite jusqu'à l'extrémité A.

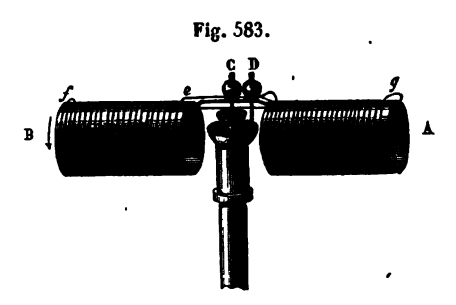
Alors il revient de f en g en une ligne droite qui détruit l'effet de toutes les parties rectilignes Ce, ee', $e'e''$,..., et,

Fig. 582.



arrivé en g, il se replie de nouveau en une série de droites et de cercles qui le ramènent en D. Par conséquent, cet appareil se réduit à une suite de cercles perpendiculaires à l'axe AB. Mais il est facile de voir que si l'on se contente de former avec le fil conducteur une hélice passant par les points e, e', e'', les spires pourront sensiblement être remplacées par des cercles parallèles et par des droites ee', $e'e''$,..., et que l'appareil total agira comme le précédent; enfin si les tours sont très-rapprochés et que la longueur totale du cylindre soit très-grande par rapport à son diamètre, il offrira sensiblement les propriétés du solénoïde d'Ampère. On pourra faire arriver le courant par deux poupées C et D, et

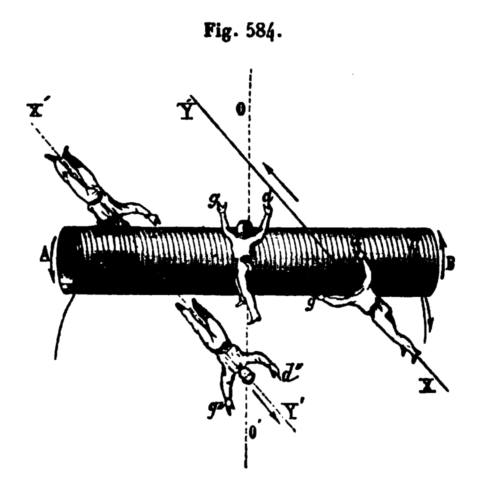
Fig. 583.



tenir le solénoïde à la main ou le suspendre sur le support des courants mobiles par deux pointes d'acier (*fig.* 583). Étudions d'abord par l'observation les propriétés de ces hélices.

1° *Un solénoïde peut remplacer un aimant dans l'expérience d'OErsted* (*fig.* 584). Soit XY un courant indéfini et AB

Fig. 584.



un solénoïde placé au-dessous de XY et mobile autour d'un axe vertical OO', chaque cercle qui le compose se placera dans un plan vertical parallèle à XY; par conséquent, l'axe AB se disposera perpendiculairement à cette ligne. De plus, le sens des courants sera le même dans XY et dans les parties de chaque cercle les plus rapprochées de lui, comme l'indique la figure. Si donc on transportait le courant indéfini au-dessous du solénoïde en X'Y', l'équilibre persisterait.

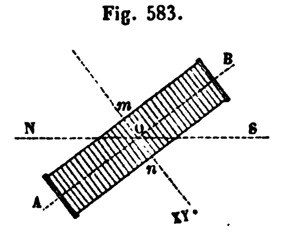
Nous savons que si l'expérience est faite avec un aimant, le pôle austral se place à la gauche du courant XY : par analogie, nous appellerons *pôle austral* du solénoïde l'extrémité A qui se tourne vers la gauche *g'*, et *pôle boréal* la partie B qui se dirige vers la droite *d'*. Pour reconnaître ces pôles sans amphibologie, figurons en *gd* dans le solénoïde la poupée imaginée par Ampère : « Si elle regarde l'axe AB, le pôle austral sera à sa gauche *g*, et le pôle boréal à sa droite *d*. »

2° *Un solénoïde se dirige comme un aimant sous l'influence de la terre.* Nous avons en effet démontré dans la Leçon précédente que la terre agit comme un courant indéfini XY, qui serait perpendiculaire au méridien magnétique et marcherait de

l'est à l'ouest; le pôle austral d'un solénoïde mobile autour d'un axe vertical se placera à la gauche de ce courant, c'est-à-dire du côté du nord, le pôle boréal à sa droite, c'est-à-dire vers le midi, et l'axe du solénoïde prendra la direction de l'aiguille de déclinaison.

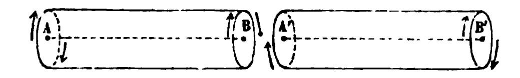
Si le solénoïde est mobile autour d'un axe horizontal O, perpendiculaire au méridien magnétique (*fig.* 585), que l'est soit en arrière et l'ouest en avant du tableau, le sud sera vers la droite en S, et le nord N vers la gauche; le courant terrestre sera en XY; sa droite et sa gauche seront vers S et N, s'il regarde le point O; le solénoïde devra se placer de telle sorte que chacun des courants circulaires qui le composent soit parallèle au plan *mn*XY, et qu'ils aillent dans la partie inférieure *n* de l'est à l'ouest. Le pôle austral sera en A au-dessous de l'horizon, et le boréal en B au-dessus. L'expérience prouve en outre que l'axe AB est parallèle à l'aiguille d'inclinaison.

Fig. 583.



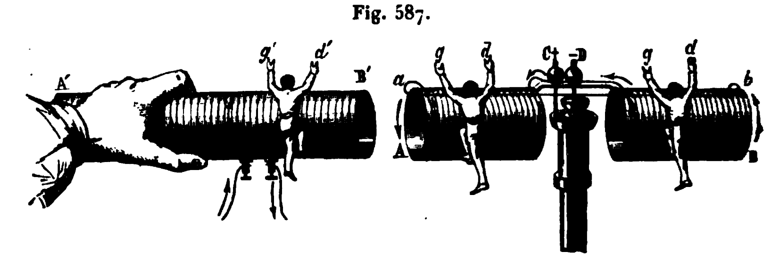
3° *Les pôles de deux solénoïdes se repoussent ou s'attirent comme ceux de deux aimants.* Pour faire l'expérience, nous présenterons au solénoïde AB placé sur le support des courants mobiles (*fig.* 586), un autre solénoïde A'B' que nous tiendrons à la main. Si les axes des deux appareils sont confondus, et que les pôles de nom contraire B et A' soient approchés l'un de l'autre, les courants circulaires des deux solénoïdes seront parallèles et par conséquent s'attireront; si au contraire on retourne le solénoïde A'B', de manière à placer B' vis-à-vis de B, les parties antérieures des courants qui sont figurées par des lignes pleines, se placeront derrière le tableau, celles qui étaient postérieures et représentées en lignes ponctuées se mettront en avant, les cercles seront parcourus par des cou-


Fig. 586.



rants de sens opposés et se repousseront. L'expérience prouve plus encore, c'est qu'on peut donner aux axes des deux solénoïdes des positions relatives quelconques, et que toujours les pôles de nom contraire s'attirent, et ceux de même nom se repoussent (*fig.* 587).

Fig. 587.



4° Les deux solénoïdes AB, A′B′ (*fig.* 586), qui ont le même axe et sont composés de courants parallèles, peuvent être considérés d'abord comme n'en faisant qu'un seul. Si l'on vient ensuite à les séparer en deux, on développe aux deux parties B et A′ des pôles opposés. On voit donc qu'*en coupant un solénoïde en deux parties, chacune d'elles devient un solénoïde unique,* absolument comme en brisant un aimant on en obtient deux.

5° Jusqu'à présent ces propriétés pouvaient être plus ou moins prévues par les lois connues des actions des courants; en voici une autre plus inattendue : *Deux pôles, l'un d'un aimant, l'autre d'un solénoïde, s'attirent ou se repoussent comme ceux de deux aimants ou de deux solénoïdes.* C'est ce qu'on montrera aisément en présentant un aimant à l'une ou à l'autre des extrémités B ou A d'un solénoïde mobile (*fig.* 587).

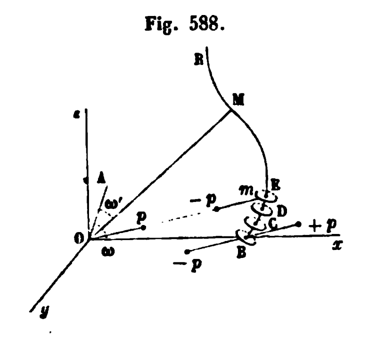
On voit donc en résumé : 1° qu'un solénoïde a deux pôles; 2° qu'il se dirige comme le fait une aiguille de déclinaison ou d'inclinaison; 3° que les pôles de même nom ou de noms contraires repoussent ou attirent ceux d'un aimant ou d'un autre solénoïde; 4° que ces pôles sont sollicités par un courant indéfini comme ceux d'une aiguille aimantée. Par conséquent, tout solénoïde se conduit dans tous les cas possibles comme s'il était un véritable aimant.

Cependant, avant de nous prononcer sur l'identité de ces deux sortes d'appareils, il faut aller plus loin : il faut démontrer

que non-seulement les actions qu'ils exercent sont de même sens, mais encore qu'elles s'expriment par les mêmes lois mathématiques. Voici la marche que nous suivrons pour le prouver. Puisque nous connaissons la loi élémentaire de la force exercée entre deux éléments, et qu'un solénoïde est un assemblage géométriquement défini de courants, nous pourrons calculer l'action totale qu'il produit sur un autre courant voisin dont la forme et la position seront connues. Ce calcul nous conduira à des lois nécessairement exactes, puisqu'elles seront des conséquences mathématiques de la formule élémentaire qui est démontrée. Cela fait, nous chercherons à vérifier ces lois par l'expérience, mais en remplaçant le solénoïde par un aimant; et s'il y a accord entre le calcul fait pour celui-là et l'expérience exécutée avec celui-ci, il faudra conclure que le solénoïde est un aimant.

ACTION D'UN SOLÉNOIDE SUR UN ÉLÉMENT DE COURANT. — Soit (*fig.* 588) un solénoïde indéfini BCDE... MR, et un élément de courant OA $= ds$; voici comment se fait le calcul, dont nous ne donnerons pas les détails. On exprime l'action de l'élément OA sur un élément quelconque du cercle B; on la décompose suivant les trois axes x, y, z, et l'on intègre ces trois composantes pour le cercle entier. On répète le même calcul pour le cercle C, puis pour D,..., et l'on cherche la résultante générale de toutes ces forces. Or, comme toutes les actions élémentaires étaient appliquées en O, la résultante passera aussi par ce point, et l'on trouve que, dans tous les cas, elle est représentée en intensité par

Fig. 588.



$$\varphi = \frac{\mu i \sin \omega}{r^2} ds,$$

μ étant une constante qui dépend du solénoïde, c'est-à-dire de la distance et de la grandeur des cercles qui le composent et

de l'intensité des courants qui le traversent, r la distance de l'élément OA à l'extrémité B, et ω l'angle que forme OB avec le courant OA. De plus, cette force est perpendiculaire au plan AOB, et si l'observateur qui personnifie le courant regarde B, elle agit de manière à transporter OA vers la droite lorsque B est un pôle austral, et vers la gauche si B est boréal.

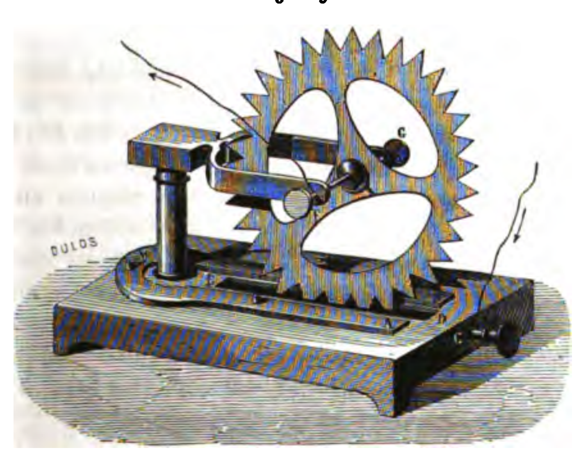
Toutes les forces qui agissent entre les éléments de courants en présence sont réciproques. Par exemple, si un élément m attire OA, en vertu d'une force p, OA, à son tour, exerce une action $-p$ sur m. Or la force $-p$ peut se transporter en B et se remplacer par un couple $(-p, +p)$ et une force $(-p\mathrm{B})$; en faisant la même chose pour tous les éléments du solénoïde, on aura : 1° un couple résultant unique : or on démontre qu'il est nul; 2° une force appliquée en B, qui sera évidemment égale et contraire à celle qui agit sur l'élément OA; par conséquent elle sera égale à $\frac{\mu i \sin\omega ds}{r^2}$, elle agira perpendiculairement au plan AOB, elle transportera à la gauche du courant le pôle B s'il est austral, et à la droite s'il est boréal. Quand le courant est fixe et l'aimant mobile, c'est celui-ci qui se déplace; c'est au contraire le courant qui se meut si l'aimant est fixe; mais si tous les deux sont invariablement liés entre eux, le système ne se déplace pas, car chaque action élémentaire telle que p et $-p$ est détruite, et les forces résultantes le sont elles-mêmes : ce que l'on pouvait prévoir par une extension du principe de l'action et de la réaction.

Ce résultat s'applique à tout solénoïde indéfini, quelles que soient la forme de son axe et son orientation; s'il était terminé en M, il aurait en ce point un pôle inverse de B. En effet, un solénoïde fini BM peut être considéré comme la somme de deux autres, indéfinis tous les deux, le premier BMR que nous venons de considérer, le deuxième MR traversé par des courants contraires et confondu avec le précédent dans la partie indéfinie MR qu'il annule. Par conséquent, l'effet de OA sur un solénoïde fini BM se réduira à deux forces, appliquées en B et en M, perpendiculaires aux plans AOB, AOM, ayant des directions opposées, puisque les deux solénoïdes superposés ont des sens contraires, et qui seront exprimées en intensité par $\frac{\mu i \sin\omega ds}{r^2}$,

$\frac{\mu i \sin \omega' ds}{r'^2}$, en appelant ω' l'angle AOM et r' la distance OM. Telle est la loi élémentaire de l'action de OA sur le solénoïde fini MB; elle est indépendante de la forme et de la longueur de l'axe, et se réduit à l'effet des deux pôles.

Avant d'aller plus loin, nous pouvons montrer par une expérience élégante de M. Barlow que les pôles d'un aimant exercent sur des courants de petite longueur une action dirigée dans le sens que nous venons d'indiquer. Une roue dentée en cuivre, évidée pour être plus légère, est mobile autour d'un axe GF (*fig.* 589). Les dents dont le contour est garni viennent, quand elle tourne, lécher la surface d'un bain de mercure

Fig. 589.



dans une auge ED. Un courant électrique qui arrive au mercure par la poupée C, remonte verticalement par les dents de la roue du contour vers le centre, et retourne par l'axe au pôle négatif. Enfin un aimant AMB, qui est fixé sur la base de l'appareil, présente ses deux pôles A et B aux deux faces de la roue.

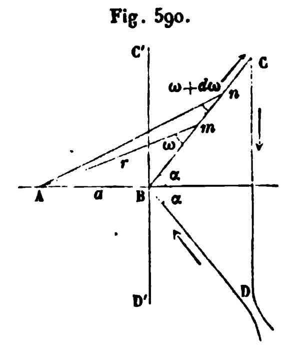
L'observateur placé dans le courant mobile sera vertical, il aura les pieds sur la pointe des dents, la tête vers l'axe FG, et s'il regarde le pôle boréal B, il sera sollicité par une force dirigée vers sa gauche de D en E. S'il se retourne de manière à

regarder le pôle A, il sera chassé vers sa droite : ce sera encore de D en E, car sa droite a changé de position pendant qu'il s'est retourné. Par conséquent, la roue qui conduit le courant devra se mouvoir de D vers E, et comme c'est en effet ce que montre l'expérience, on peut conclure que l'action des pôles d'un aimant sur un élément de courant a réellement la direction que le calcul indique pour un solénoïde. Mais pour déterminer l'intensité de cette action, il faut s'adresser à des phénomènes plus précis.

La formule que nous venons d'écrire, et qui exprime l'action d'un solénoïde sur un élément de courant, va évidemment permettre de déterminer par des intégrations convenables l'effet exercé par ce solénoïde sur un courant quelconque dont la forme et la position seront connues. Nous allons l'appliquer au cas d'un courant angulaire indéfini.

ACTION D'UN SOLÉNOIDE SUR UN COURANT ANGULAIRE INDÉFINI. — Soit un courant indéfini DBC (*fig.* 590), composé de deux branches rectilignes DB, BC, faisant entre elles un angle 2α dont la bissectrice est AB; plaçons en A le pôle austral d'un solénoïde à une distance $AB = a$. Il est clair que tous les éléments tels que mn produiront sur A des forces perpendiculaires au plan CBD, agissant vers leur gauche, qui s'ajouteront et seront égales à $\frac{\mu i \sin\omega}{r^2} ds$. Nous allons calculer leur résultante.

Fig. 590.



Comptons s et ω à partir de B, nous aurons dans le triangle Amn

$$\frac{mn}{Am} = \frac{ds}{r} = \frac{\sin nAm}{\sin AnB} = \frac{\sin(-d\omega)}{\sin(\omega + d\omega)} = \frac{-d\omega}{\sin\omega}.$$

Dans le triangle ABm,

$$\frac{a}{r} = \frac{\sin\omega}{\sin\alpha}, \qquad \frac{1}{r} = \frac{\sin\omega}{a\sin\alpha};$$

et en remplaçant $\frac{ds}{r}$ et $\frac{1}{r}$ dans l'expression de l'action élé-

mentaire,

$$\varphi = -\frac{\mu i \sin\omega}{a \sin\alpha} d\omega,$$

dont l'intégrale générale est

$$\frac{\mu i \cos\omega}{a \sin\alpha}.$$

Il faut prendre cette intégrale entre $\omega = o$ et $\omega = \alpha$ pour avoir l'action du courant CB, et doubler le résultat pour obtenir celle de DBC, ce qui donne

$$(1) \qquad F = \frac{2\mu i}{a} \frac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2\mu i}{a} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}.$$

Si $\frac{\alpha}{2}$ est égal à 90 degrés, le courant DBC se change en D'BC', il devient rectiligne et vertical :

$$(2) \qquad F_1 = \frac{2\mu i}{a}.$$

Tant qu'il ne s'agit que d'un pôle de solénoïde A, les formules (1) et (2) n'ont pas besoin d'être vérifiées, puisqu'elles sont des conséquences mathématiques de la loi élémentaire de deux courants. Mais ce que nous nous sommes proposé de faire, c'est de prouver qu'un pôle de solénoïde peut se remplacer par celui d'un aimant; nous allons donc chercher par l'expérience si l'action du courant DBC sur le pôle A d'un aimant est représentée en réalité par $\frac{2\mu i}{a} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$. Les mesures ont été faites par Biot et Savart de la manière suivante.

Le conducteur DBC était fixé sur un cadre très-grand; il marchait de D en B et en C, revenait en D et ensuite se repliait plusieurs fois sur lui-même. Son action sur A était proportionnelle au nombre des circonvolutions et se réduisait sensiblement à celle de la partie DBC. Son plan était perpendiculaire au méridien magnétique. Un aimant très-court était suspendu en A par un fil de soie au centre d'un ballon qui empêchait les agitations de l'air, et l'on mesurait la distance a du fil de suspension au point B. L'aimant se dirigeait et se maintenait perpendiculairement au cadre à la fois par la force directrice de la

terre et par l'action du courant; mais quand on le dérangeait de sa position d'équilibre en approchant un aimant extérieur, il y revenait par une suite d'oscillations dont on mesurait la durée au moyen d'un compteur à secondes.

Soit f l'action directrice de la terre. Sous son influence seule l'aiguille fait n oscillations en un temps T et l'on a, d'après une formule connue,

$$T = n\pi\sqrt{\frac{MK^2}{f}}, \quad f = \frac{n^2\pi^2 MK^2}{T^2}.$$

Soit F la force directrice du courant quand la distance AB est a. Sous l'influence réunie de F et de f, on avait N oscillations dans le même temps T,

$$F + f = \frac{N^2\pi^2 MK^2}{T^2},$$

et par suite

$$F = (N^2 - n^2)\frac{\pi^2 MK^2}{T^2}.$$

On obtenait de même, quand la distance était a',

$$F' = (N'^2 - n^2)\frac{\pi^2 MK^2}{T^2},$$

et enfin

$$\frac{F'}{F} = \frac{N'^2 - n^2}{N^2 - n^2}.$$

Comme l'intensité du courant variait pendant la durée des expériences, on exécutait alternativement et après des intervalles de temps égaux plusieurs mesures successives de F et de F', ce qui donnait les valeurs que nous désignerons par F_1, F'_1, F_2, F'_2,..., et on comparait F'_1 à $\frac{F_1 + F_2}{2}$, $\frac{F'_1 + F'_2}{2}$ à F_2, etc. On trouva ainsi que le rapport des forces directrices du courant sur l'aimant est en raison inverse des distances a et a'.

On changea ensuite l'angle α, et l'expérience prouva de même que F est proportionnelle à tang $\frac{\alpha}{2}$; en résumé cette force peut s'exprimer par

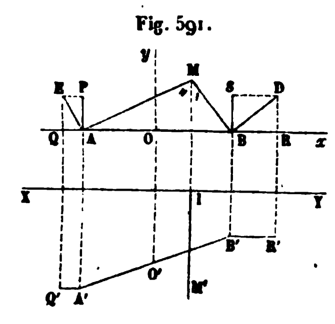
$$F = \frac{A}{a}\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Par conséquent, un courant angulaire indéfini agit sur un

aimant suivant la même loi mathématique que sur un solénoïde. Avant de tirer des conséquences de cette conclusion si capitale, nous allons la confirmer par de nouvelles épreuves, et montrer qu'elle prévoit et qu'elle explique l'action d'un courant rectiligne indéfini sur un aimant, quels que soient leur position et le mode de suspension de celui-ci. Dans ce cas α est égal à 90 degrés, et la formule devient $F_1 = \frac{2\mu i}{a}$, ou, en négligeant le facteur constant, $F_1 = \frac{1}{a}$.

1° **CAS DE L'EXPÉRIENCE D'ŒRSTED.** — Soient AB, A'B' (*fig.* 591) les projections d'une aiguille horizontale suspendue sur un pivot vertical OO'; M, IM' représentent le courant indéfini horizontal. Il est clair que ce courant développe deux forces, la première AE, A'Q' appliquée en A, A' et dirigée vers la gauche, la seconde BD, B'R' agissant en B, B' vers la droite, toutes deux dans des plans verticaux. Elles se décomposent en forces verticales AP et BS qui n'agissent point pour diriger le solénoïde, et en forces horizontales, l'une AQ, A'Q', l'autre BR, B'R', qui tendent à le placer dans un plan vertical perpendiculaire à celui du courant, le pôle austral étant à gauche et le pôle boréal à droite : c'est le résultat de l'expérience d'OErsted.

Fig. 591.



2° **CAS OU L'AIGUILLE EST SUSPENDUE SUR UN LIQUIDE.** — Il est évident que les composantes AQ A'Q', BR B'R' ne sont point égales, qu'elles se réduisent à un couple et à une force unique, et que si l'aiguille est soutenue sur un liquide, elle tendra d'abord à tourner de manière à ce que A'B' devienne perpendiculaire à IM', et ensuite à glisser dans le sens de sa longueur. Supposons que A'B' soit tout d'abord placée perpendiculairement au courant IM', le couple sera nul, et c'est l'excès de BR sur AQ qui fera mouvoir l'aiguille. Nous allons le calculer. Soient x et y les coordonnées de M, et $2l$ la longueur

de l'aiguille,

$$BR = f = BD \cos M' = \frac{1}{MB}\frac{y}{MB} = \frac{y}{y^2 + (l - x)^2},$$

$$AQ = f' = AE \cos M'' = \frac{1}{MA}\frac{y}{MA} = \frac{y}{y^2 + (l + x)^2},$$

$$f - f' = \frac{4lxy}{[y^2 + (l - x)^2][y^2 + (l + x)^2]}.$$

Cette force sera nulle si $y = 0$, c'est-à-dire si le courant touche l'aiguille, ce qui est évident, puisque alors les forces AE et BD sont verticales; elle sera nulle encore si $x = 0$, c'est-à-dire lorsque le courant est sur la verticale du point milieu O. L'équilibre est stable quand BR et AQ s'éloignent de O, car si l'on déplace le courant et qu'on le mette en M dans l'angle yOx, la composante BR est plus grande que AQ, et elle entraîne l'aiguille de B vers R, de manière à la ramener à sa position d'équilibre en plaçant le point O sur la verticale MI; mais si le courant change de direction, BR et AQ sont toutes deux dirigées vers O, et BR étant plus grand que AQ, le point O s'éloigne de MI, et l'aiguille est chassée de R vers B.

3° **CAS D'UN COURANT VERTICAL ET D'UNE AIGUILLE HORIZONTALE.** — Soient encore AB et A'B' (*fig.* 592) les deux projections de l'aiguille horizontale soutenue sur un pivot OO', MI et M' celles d'un courant vertical. Les plans menés par ce courant et les deux pôles seront verticaux, et leurs traces seront M'A', M'B'. Les deux actions du courant seront égales à $\frac{1}{M'B'}$ et à $\frac{1}{M'A'}$; elles seront horizontales et se projetteront en grandeur réelle en B'D et A'C. Nous pourrons les décomposer en deux autres parallèles et perpendiculaires à l'aiguille.

Fig. 592.

Les deux forces A'Q et B'S se calculeront comme précédemment; elles tendraient à faire glisser l'aiguille dans le sens de sa longueur si elle nageait sur un liquide. Les deux autres B'R

et A'P agiront pour la faire tourner autour du point O', si elle est soutenue sur un pivot; comme elles sont appliquées à des bras de leviers égaux, le moment résultant sera proportionnel à leur différence. On a, en désignant par x et y les coordonnées de M',

$$\mathrm{B'R} = f = \frac{1}{\overline{\mathrm{M'B'}}} \cos \mathrm{RB'D} = \frac{1}{\mathrm{M'B'}}\frac{l-x}{\mathrm{M'B'}} = \frac{l-x}{y^2+(l-x)^2},$$

$$\mathrm{A'P} = f' = \frac{1}{\overline{\mathrm{M'A'}}} \cos \mathrm{CA'P} = \frac{1}{\mathrm{M'A'}}\frac{l+x}{\mathrm{M'A'}} = \frac{l+x}{y^2+(l+x)^2},$$

$$f'-f = \frac{1}{\overline{\mathrm{M'B'}}^2}\frac{1}{\overline{\mathrm{M'A'}}^2}(x^2+y^2-l^2)\,2x.$$

Quand M' est placé sur $O'y$, $x=0$, l'action est nulle et il y a équilibre; quand il est sur le cercle $x^2+y^2-l^2=0$ décrit du point O' comme centre avec O'A' pour rayon, l'action est encore nulle; mais dans l'intérieur de ce cercle elle est négative, ce qui veut dire que le point B' est attiré, et que O'B' vient s'appliquer sur le courant. Si M' est à l'extérieur, $x^2+y^2-l^2$ étant positif, A' est attiré jusqu'à ce que l'axe $O'y$ vienne se confondre avec O'M', alors x est devenu égal à zéro, $f'-f$ est nul et l'aiguille est en équilibre; elle est perpendiculaire à O'M', elle tourne son pôle austral à la gauche, son pôle boréal à la droite du courant. L'expérience a été faite par Pouillet; elle justifie tous ces résultats, et par conséquent elle prouve que l'action du courant est en raison inverse de sa distance aux pôles, comme la formule $F_1 = \frac{2\mu i}{a}$ l'indique.

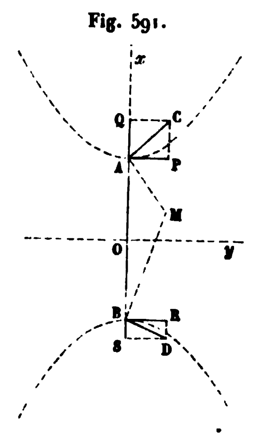
4° **CAS D'UN COURANT HORIZONTAL ET D'UNE AIGUILLE VERTICALE.** — Supposons que le courant soit horizontal et se projette en M, et que l'aiguille AB soit suspendue à un fil de soie Ax (*fig.* 593). Les deux forces sont AC et BD perpendiculaires à AM et à BM; elles se décomposent comme précédemment, et leurs composantes normales AP et BR s'ajoutant pour déplacer l'aiguille, on a

$$\mathrm{AP} = \frac{l-x}{y^2+(l-x)^2}, \quad \mathrm{BR} = \frac{l+x}{y^2+(l+x)^2},$$

$$\mathrm{AP}+\mathrm{BR} = \frac{2l}{\overline{\mathrm{AM}}^2.\overline{\mathrm{BM}}^2}(y^2-x^2+l^2).$$

$y^2 - x^2 + l^2 = 0$ est l'équation d'une hyperbole passant par A et B. L'action sera donc nulle si le courant M est sur le contour de cette courbe, elle sera négative et l'aiguille sera repoussée s'il est dans l'intérieur de l'une ou de l'autre branche, elle sera positive et l'aiguille attirée s'il est en dehors des deux branches. Quand on change le sens du courant, le signe de ces actions change aussi. Ampère a vérifié toutes ces conséquences du calcul.

Fig. 591.



Il est important de préciser la conclusion générale que l'on peut tirer de ces diverses expériences.

Nous connaissons la formule qui exprime l'action réciproque de deux éléments de courant : nous pouvons donc avec le seul secours du calcul déterminer l'effet résultant de deux courants quelconques de forme et de position déterminées : c'est ainsi que nous avons calculé l'action d'un solénoïde sur un élément de courant, et ensuite celle de ce solénoïde sur un courant indéfini angulaire ou rectiligne.

Il est impossible de suivre la même marche pour découvrir les forces qui s'exerçent entre les aimants et les courants. Puisque nous ne connaissons aucune relation théorique entre le magnétisme et l'électricité, et que nous ignorons en quoi consiste un élément magnétique, nous ne pouvons déterminer l'action de cet élément magnétique sur un élément de courant, et tant que cette action nous sera inconnue, il nous sera impossible de calculer les forces résultantes qui agissent entre un aimant de forme et de position quelconques, et un courant déterminé placé dans son voisinage.

Mais, d'une part, nous avons trouvé par le calcul qu'un courant angulaire indéfini exerce sur le pôle d'un *solénoïde* situé dans son plan une force perpendiculaire à ce plan et exprimée par $\frac{2\mu i}{a} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$, et d'un autre côté l'expérience de Biot et Savart nous a montré que l'action du même courant sur le pôle d'un *aimant* est exprimée par la même formule.

Dans ces conditions, un aimant est donc identique à un solénoïde.

Ampère a été plus loin : trouvant que l'action résultante d'un pôle d'*aimant* ou de *solénoïde* sur un courant indéfini est identique, il a conclu que l'action de ces mêmes pôles sur un *élément* de courant est aussi identique, c'est-à-dire qu'elle est perpendiculaire au plan passant par l'élément et le pôle, et exprimée par la formule $\frac{\mu i \sin\omega ds}{r^2}$, qu'il s'agisse d'un solénoïde ou d'un aimant.

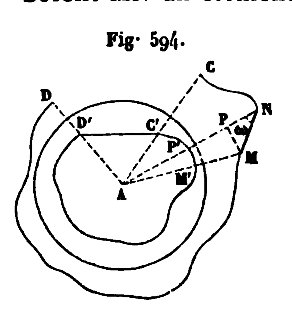
Ce raisonnement se réduit à ceci : puisque l'intégrale définie $\frac{2\mu i}{a}\tang\frac{\alpha}{2}$ représente à la fois l'action d'un courant indéfini sur un pôle d'aimant ou sur un pôle de solénoïde, les expressions différentielles qui expriment l'effet d'un élément de courant sur chacun de ces pôles sont aussi les mêmes.

Il est évident que cette conclusion n'est pas légitime ; mais si l'on répète pour des cas très-nombreux le même mode de raisonnement, et si l'on trouve toujours que l'intégrale définie trouvée théoriquement pour le solénoïde s'applique expérimentalement à l'aimant, alors il sera exact de dire que l'expression différentielle $\frac{\mu i \sin\omega ds}{r^2}$ s'applique aussi aux deux appareils. C'est dans ce but que nous allons étudier encore le problème qui suit.

ROTATION DES COURANTS PAR L'ACTION DES SOLÉNOIDES OU DES AIMANTS.

Soient MN un élément de courant, et A le pôle d'un solénoïde (*fig.* 594). L'action exercée sur MN est une force F perpendiculaire à AMN et égale à $\frac{\mu i \sin\omega ds}{r^2}$, ou, en négligeant le facteur μi, à $\frac{\sin\omega ds}{r^2}$. Si l'on abaisse MP perpendiculaire sur AN, $MP = ds\sin\omega$, et si l'on décrit du point A comme centre une sphère de rayon égal à

Fig. 594.



l'unité, elle sera coupée par le plan AMN suivant l'arc M'P' égal à $\frac{\mathrm{MP}}{r}$, ou à $\frac{\sin\omega\, ds}{r}$. Donc

$$\varphi = \frac{\mathrm{M'P'}}{r};$$

enfin le moment de rotation de l'élément MN, autour du point A, sera

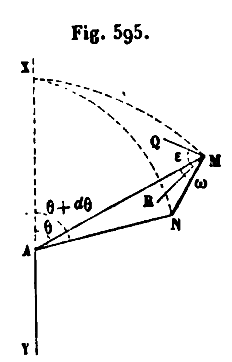
$$\varphi r = \mathrm{M'P'}.$$

Ce moment est donc perpendiculaire au plan AM'P', et représenté en grandeur par M'P'. La même chose ayant lieu pour tous les éléments d'une portion quelconque CMD de courant, le moment du couple résultant sera lui-même, d'après un théorème connu, représenté en grandeur par la diagonale D'C', et perpendiculaire au plan AC'D'.

Il résulte de là que si le courant CMD est fermé, C'D' est nul et le couple résultant est égal à zéro, c'est-à-dire que l'action d'un pôle A de solénoïde sur ce courant fermé se réduit à une force unique passant par le point A.

Calculons maintenant, quand le courant n'est pas fermé, la valeur du moment de rotation autour d'un axe XY, passant par le pôle A (*fig.* 593). L'action est dirigée, suivant la normale MQ, au plan AMN; elle se décompose en deux forces, l'une dans le plan XAM, qui est sans action, l'autre MR normale à ce plan, et qui produit la rotation. Si nous désignons par ε l'angle QMR, qui est celui des deux plans XAM et MAN, nous avons

Fig. 595.



$$\mathrm{MR} = \frac{\mu i \sin\omega\, ds}{r^2}\cos\varepsilon.$$

Pour avoir le moment de rotation m, il faut multiplier MR par la perpendiculaire abaissée de M sur XY, laquelle est égale à $r\sin\theta$:

$$m = \frac{\mu i ds}{r}\sin\omega\sin\theta\cos\varepsilon.$$

Dans l'angle trièdre dont le sommet est en A et la base en XMN; on a

$$\cos XAN = \cos XAM \cos MAN + \sin XAM \sin MAN \cos \varepsilon,$$
$$\cos(\theta + d\theta) = \cos\theta \cos MAN + \sin\theta \sin MAN \cos\varepsilon.$$

L'angle MAN étant infiniment petit, son cosinus est égal à l'unité, et son sinus se trouve comme il suit :

$$\frac{\sin MAN}{\sin ANM} = \frac{\sin MAN}{\sin(\omega + d\omega)} = \frac{ds}{r}, \quad \sin MAN = \frac{ds \sin\omega}{r};$$

en remplaçant le cosinus et le sinus de MAN par leurs valeurs dans l'équation précédente, il vient

$$-\sin\theta\, d\theta = \frac{ds}{r} \sin\omega \sin\theta \cos\varepsilon,$$

et en comparant cette valeur avec celle du moment de rotation,

$$m = -\mu i \sin\theta\, d\theta.$$

Si l'on intègre entre les limites θ_1 et θ_2 d'un courant quelconque, le moment total P sera

$$P = \mu i (\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

Lorsque l'axe XY passera à la fois par les deux pôles du solénoïde, il faudra retrancher les deux moments de rotation

$$P - P' = \mu i (\cos\theta_1 - \cos\theta_2 - \cos\theta'_1 + \cos\theta'_2),$$

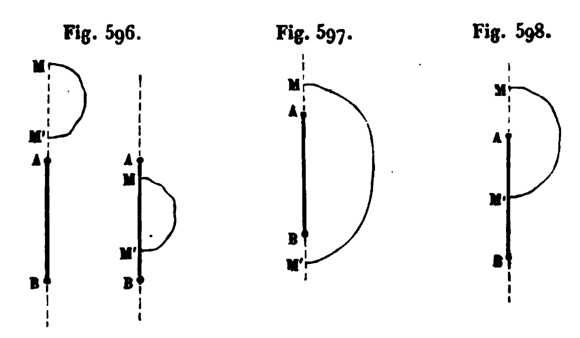
expression qui est nulle si le courant est fermé, car alors $\theta_1 = \theta_2$, et $\theta'_1 = \theta'_2$.

Tous les courants sont nécessairement fermés, mais on peut faire en sorte qu'une de leurs parties seulement soit mobile autour de l'axe d'un solénoïde, et le moment de rotation de celle-ci peut n'être point nul. Nous allons examiner le cas où elle est terminée en deux points M et M' situés sur l'axe AB (*fig.* 596, 597 et 598).

1° M et M' peuvent être placés tous deux au-dessus des pôles A et B, ou tous deux entre ces pôles; dans ce cas, $\theta_1 = \theta_2$, $\theta'_1 = \theta'_2$, et P — P' est nul (*fig.* 596).

2° M peut être au-dessus, M' au-dessous des deux pôles

(*fig.* 597); dans ce cas, $\theta_1=\theta'_1=0$, $\theta_2=\theta'_2=\pi$, et $P-P'$ est encore nul.



3° Mais si l'un des pôles, A, est compris entre M et M' et que l'autre, B, soit au-dessous de M et de M' (*fig.* 598), on a

$$\theta_1=0,\quad \theta_2=\pi,\quad \theta'_1=\theta'_2=0,$$

et, par suite,

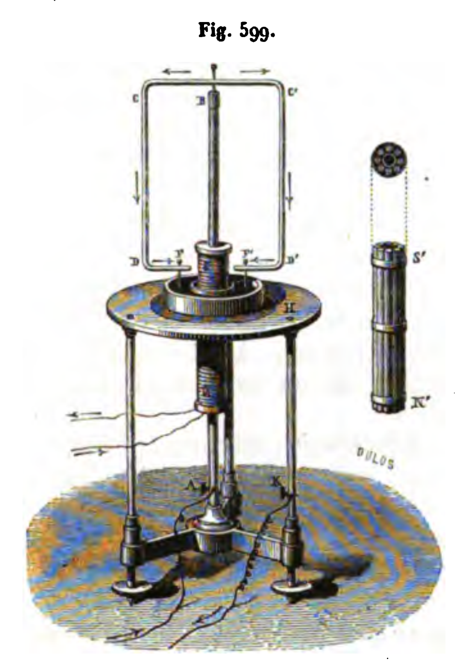
$$P-P'=2\mu i.$$

Le courant tournera autour de l'axe AB, et le moment de rotation ne dépendra ni de la position du courant mobile, ni de son étendue.

Pour réaliser les conditions de ce calcul, j'ai fait disposer l'appareil suivant (*fig.* 599). AB est une colonne de cuivre isolee sur une base en ivoire, et par laquelle le courant arrive dans une coupe B; il descend ensuite le long de deux branches mobiles BCD, BC'D', formées par un tube d'aluminium, et il vient par deux pointes F et F', très-voisines l'une de l'autre, dans un godet annulaire de fer plein de mercure; de là il est ramené par les supports jusqu'en K, et enfin jusqu'à la pile. On voit que les parties mobiles du courant sont limitées à un point B situé sur l'axe et aux deux pointes F et F' très-voisines de cet axe, et qu'on peut, sans erreur possible, considérer comme étant confondues avec lui. Un solénoïde NS, enroulé sur un cylindre creux, peut glisser le long de la ligne AB; si on le soulève de manière à placer ses deux pôles entre les limites B et F du courant, ou qu'on l'abaisse jusqu'à les mettre tous deux au-dessous de F et de F', on ne voit aucun mouvement dans le conducteur mobile; mais celui-ci se met à tourner avec une

grande rapidité, quand le pôle S est au-dessus des deux pointes F et F′, et que le second pôle N est au-dessous.

Fig. 599.



L'important n'est pas de faire voir qu'un solénoïde se conduit suivant les prévisions du calcul, c'est de montrer qu'un aimant les réalise toutes et de la même manière. A cet effet, on enlève le solénoïde NS, et on le remplace par un faisceau magnétique N′S′, disposé sur un cylindre creux du même calibre que l'axe AB, et on reconnaît que le mouvement du conducteur se produit ou s'arrête quand l'aimant occupe les positions qu'il fallait donner au solénoïde pour le produire ou l'arrêter; et puisque, dans ce second exemple, l'intégrale définie qui exprime le moment de rotation est la même pour l'aimant et le solénoïde, il devient légitime d'admettre que l'action élémentaire que ces deux appareils exercent sur un élément de courant est aussi la même. Voici de nouvelles expériences qui confirment la précédente, ainsi que la conclusion que j'en viens de tirer.

ROTATION DES AIMANTS PAR LES COURANTS. — Puisque le moment de rotation d'un courant fermé autour de l'axe d'un solénoïde est nul, le moment de réaction qui tendrait à faire tourner ce solénoïde autour de ce même axe est lui-même également nul. On peut en conclure que si l'on décompose le courant en deux parties quelconques, toutes deux feront naître des couples égaux et contraires, et si l'on parvient à détruire l'effet de l'un deux, celui de l'autre sera de faire tourner le solénoïde.

Or il est de l'essence des forces réciproques de se détruire quand les parties entre lesquelles elles s'exercent sont solidaires. Si donc une portion du courant traverse le solénoïde lui-même, elle ne lui donnera aucun mouvement, et toutes les autres parties de ce même courant détermineront un moment de rotation égal et contraire à celui qu'elles éprouveraient elles-mêmes si elles étaient mobiles, et que le solénoïde fût fixe.

Nous venons de voir que tout courant terminé sur l'axe XY en deux points M, M', l'un entre les deux pôles, l'autre au-dessus (*fig.* 598), est sollicité par un couple indépendant de sa forme et égal à $2\mu i$; par conséquent, si l'on dirige le courant d'une pile à travers le solénoïde, en le faisant entrer par le point M et sortir par M', il déterminera un moment de rotation égal à $-2\mu i$, et par l'expérience devra réussir si l'on remplace le solénoïde par un aimant.

Fig. 600.

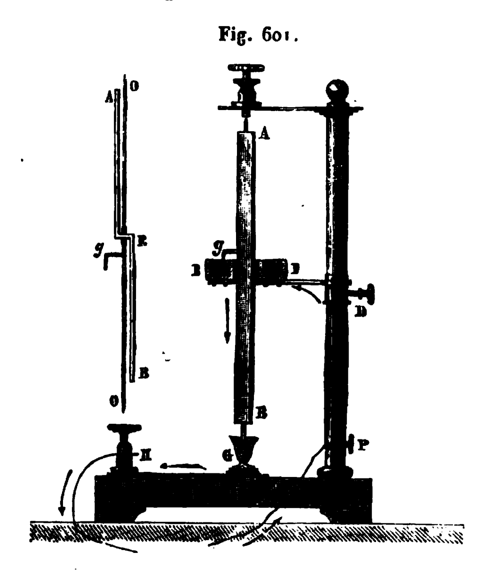


Ampère a réalisé ces conditions en plongeant dans l'axe d'une éprouvette pleine de mercure un aimant AB (*fig.* 600), lesté en B par un poids de platine qui le prolonge, et terminé en A par un godet dans lequel on verse une goutte de mercure. Le courant arrive en A par une vis pointue qu'on règle convenablement; il descend d'abord de E jusqu'à la surface du bain en D, et dans cette portion de son parcours il n'influe pas sur

l'aimant; il s'échappe ensuite en rayonnant vers les bords de l'éprouvette, où il rencontre un anneau métallique HH en communication avec le pôle négatif. Tout se passe donc comme si l'aimant était sollicité par un courant non fermé, terminé en deux points de l'axe, l'un E au-dessus des pôles, l'autre D placé entre les deux.

On peut employer encore un appareil plus commode, construit par M. Breton (*fig.* 601). L'aimant peut tourner autour

Fig. 601.



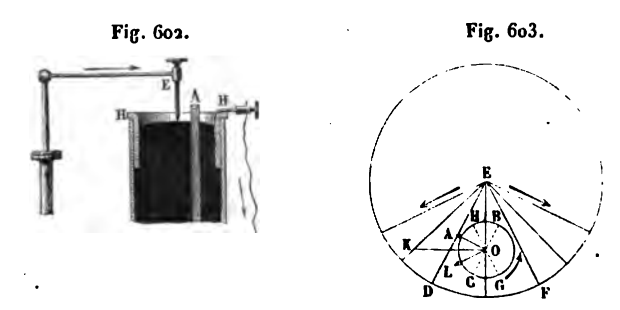
de deux pointes A et B; le courant monte par une colonne PD, et arrive dans un vase annulaire EF, qui est rempli de mercure; il pénètre, par un crochet g, dans l'aimant qu'il suit jusqu'au godet G, et il retourne au pôle négatif par H. Sauf la différence de construction, cet appareil est identique à celui d'Ampère.

ROTATION D'UN AIMANT PARALLÈLEMENT A SON AXE. — L'action résultante totale d'un courant sur un solénoïde se réduit nécessairement à un couple et à une force. Or nous venons de voir que le moment de rotation est nul, si le courant est fermé et l'aimant mobile autour de son axe AB: cela veut dire que le couple est dans un plan passant par AB, et que la force est appliquée en un point de cette ligne. Par conséquent, si l'ai-

mant était mobile autour d'un axe parallèle à AB, mais non confondu avec cette ligne, le couple serait encore détruit; mais la force agirait, et comme elle changerait nécessairement de direction avec la position du solénoïde, elle pourrait lui imprimer un mouvement de rotation.

C'est ce qu'on vérifie avec un aimant dans l'appareil de la *fig.* 600, en faisant arriver le courant par la pointe E, abaissée jusqu'au niveau du mercure, et en plaçant l'aimant excentriquement en A (*fig.* 602), il se met à tourner.

Fig. 602. Fig. 603.



Pour expliquer plus complétement cette expérience, représentons (*fig.* 603) une coupe horizontale de l'appareil, menée par la surface du mercure. La pointe est projetée en E, le centre du solénoïde est en O; les courants qui le composent sont en $\underrightarrow{\mathrm{CGBH}}$, ceux qui arrivent par la pointe se dirigent en rayonnant du centre E vers la circonférence DF, et ce sont ceux qui passent le plus près du solénoïde qui exercent une action prédominante et déterminent le sens de l'effet produit. Or $\underrightarrow{\mathrm{BAC}}$ est attiré, et $\underrightarrow{\mathrm{CGB}}$ est repoussé par $\underrightarrow{\mathrm{ED}}$; mais la première action est plus grande que la seconde, et leur différence agit suivant OA perpendiculaire à ED. Un courant $\underrightarrow{\mathrm{EF}}$, symétrique de OD, fera naître une autre force OL perpendiculaire à sa direction et égale à OA, et la résultante de OA et de OL sera OK qui est perpendiculaire à la ligne EO, et qui fait décrire à l'aimant une spirale dont le sens change avec la nature du pôle et le sens des courants dans le mercure.

On peut produire un mouvement de rotation par la même

cause, en remplaçant dans l'appareil de M. Breton l'aimant tournant par l'aimant excentrique et courbé AEB (*fig.* 601). Les deux pôles sont placés des deux côtés de l'axe, parce que les forces qui les sollicitent sont de signe contraire.

En résumé, puisque dans tous les cas qui ont été traités il a été possible de vérifier avec un aimant toutes les propriétés que le calcul avait indiquées pour un solénoïde de même longueur et d'intensité convenable, on peut admettre :

1° Que l'action d'un pôle d'aimant sur un élément de courant est la même que celle d'un pôle de solénoïde, c'est-à-dire qu'elle est normale au plan passant par l'élément et le pôle, et égale en intensité à $\frac{\mu i \sin\omega\, ds}{r^2}$, ω étant l'angle de l'élément et de la droite qui le joint au pôle;

2° Que l'effet exercé par un aimant sur un système de courants quelconques pourra se calculer en intégrant la formule élémentaire $\frac{\mu i \sin\omega\, ds}{r^2}$, et qu'il sera toujours le même que celui d'un solénoïde équivalent.

Mais il faut aller plus loin, et montrer que non-seulement dans leurs relations avec les courants, mais encore dans leurs relations réciproques, les aimants peuvent être remplacés par des solénoïdes.

Il est évident d'abord « qu'un aimant AB agira sur un solénoïde A'B', comme le ferait un solénoïde équivalent », car son action se réduit à la résultante des forces que ses pôles exercent sur chaque élément de A'B', et elles sont les mêmes que celles qui sont produites par les pôles du solénoïde qui lui est équivalent. Il ne reste donc qu'à calculer l'action de deux solénoïdes entre eux.

Ampère a démontré que si SS', *dd'* représentent les surfaces et les distances des cercles élémentaires dans les deux solénoïdes et *i*, *i'* les intensités de leurs courants, il y a entre deux quelconques de leurs pôles une force qui est attractive ou répulsive, s'ils sont de nom contraire ou de même nom, qui est en raison inverse du carré de leur distance *r*, et exprimée par

$$F = \mu \frac{Si}{d} \frac{S'i'}{d'} \frac{1}{r^2}.$$

C'est précisément l'action qui serait exercée entre deux pôles de deux aimants qui auraient des intensités magnétiques équivalentes.

Donc un aimant a toutes les propriétés d'un solénoïde confondu avec lui et équivalent en intensité, soit quand il agit sur un courant, soit quand il est mis en présence d'un système quelconque d'autres aimants.

Après avoir démontré cette identité absolue des propriétés que nous offrent les solénoïdes et les aimants, Ampère fut naturellement conduit à expliquer par la même théorie le magnétisme et l'électricité. Deux hypothèses également possibles se présentaient à lui : il pouvait ou bien admettre l'existence d'un fluide magnétique et en faire dériver les courants électriques, ou bien conserver l'hypothèse des courants et supposer qu'ils existent dans le fer aimanté où ils constituent des solénoïdes moléculaires. C'est le sujet qui nous reste à traiter dans la Leçon suivante.

SOIXANTE-DOUZIÈME LEÇON.

MAGNÉTISME ET DIAMAGNÉTISME.

Théorie du magnétisme. — Constitution des aimants. — Aimantation par les courants. — Magnétisme terrestre.
Diamagnétisme. — Polarité diamagnétique. — Influence du milieu ambiant. — Influence de la structure. — Mesure des pouvoirs magnétiques. — Résultats numériques.

THÉORIE DU MAGNÉTISME.

Nous avons exposé et discuté la théorie des fluides électriques et magnétiques. Imaginés pour satisfaire au besoin d'expliquer, ils ont cette commodité de rattacher les faits par une relation hypothétique à une cause possible. Mais par cela même que c'est notre imagination qui les a inventés, en leur donnant gratuitement des propriétés qui traduisent les lois observées, ils n'ont pas d'existence démontrée, et nous pouvons y renoncer sans aucun scrupule, si nous venons à découvrir ou leur insuffisance ou leur inutilité. Or leur insuffisance a été reconnue quand Œrsted a découvert l'action d'un courant sur un aimant, que rien ne faisait soupçonner, et l'inutilité des fluides magnétiques est devenue manifeste quand Ampère eut prouvé qu'on peut reproduire toutes les propriétés des aimants avec des courants enroulés en hélice : cela conduisait naturellement à penser que les aimants sont des solénoïdes réels constitués par des courants intestins.

CONSTITUTION DES AIMANTS. — D'après ces idées, Ampère abandonne absolument l'hypothèse du fluide magnétique; mais il la remplace par une autre. Il suppose que dans un barreau aimanté (*fig.* 605) les molécules peuvent être groupées en files AB, *ab*, *a'b'* sensiblement parallèles à l'axe; qu'elles sont entourées par des courants circulaires de même sens, dont les plans sont perpendiculaires aux lignes AB, *ab*,..., et qu'elles

constituent ainsi un faisceau de solénoïdes élémentaires agissant comme un solénoïde résultant unique.

Si l'aimant avait une grande longueur et un petit diamètre, tous ces courants seraient perpendiculaires à l'axe AB; mais en général leurs réactions mutuelles s'opposent à ce qu'ils le soient rigoureusement. Ils le seront sur l'axe AB (*fig.* 604),

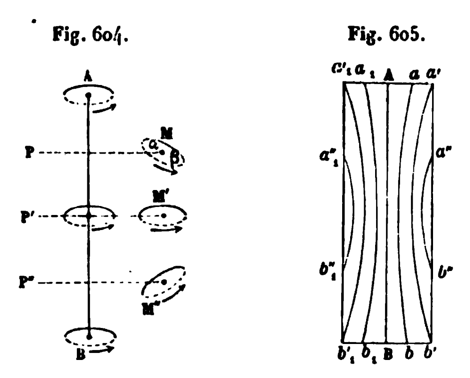


Fig. 604. Fig. 605.

à cause de la symétrie; mais celui qui entoure une molécule quelconque M sera dans des conditions différentes : il sera repoussé par ceux qui sont à droite ou à gauche, parce qu'il marche dans un sens contraire au leur dans les parties les plus voisines. Supposons que M soit à la droite de l'axe et dans la partie supérieure de l'aimant, il est évident que la partie α sera repoussée par tous les courants qui sont à la droite de M, et β par ceux qui sont à la gauche. Ces deux actions seront dirigées de bas en haut, parce qu'il y a plus de courants au-dessous qu'au-dessus de PM, et la première sera plus grande que la seconde, parce qu'il y en a aussi un plus grand nombre du côté de l'axe que du côté opposé. Donc la partie α se relèvera, d'autant plus que M sera plus loin de l'axe AB et de la section moyenne P'M' de l'aimant; elle n'éprouvera aucune action pour un point M' situé sur P'M', et elle s'abaissera si on considère M'' au-dessous de P'M'.

Il suit de là que si on mène les lignes ab, $a_1 b_1$,... assujetties à être normales aux plans de ces divers courants, elles seront les axes d'autant de solénoïdes juxtaposés (*fig.* 605); elles seront courbes et tourneront vers l'axe leur convexité, qui sera d'au-

tant plus prononcée qu'elles s'approcheront davantage des bords et que l'aimant sera plus gros et moins long. Or les pôles de tous les solénoïdes étant aux extrémités mêmes de ces courbes, ceux de l'aimant seront les deux points d'application des résultantes des forces que les solénoïdes exerceront, et il est clair qu'ils seront placés à une certaine distance des extrémités, distance d'autant plus grande que l'aimant sera plus gros, ce qui est conforme à l'observation. Les pôles particuliers a, a',... constituent la distribution du magnétisme sur l'aimant.

AIMANTATION. — Il ne suffisait point d'expliquer la constitution d'aimants tout formés, il fallait encore concevoir comment ils naissent pendant l'aimantation. Ampère a supposé que les molécules du fer, de l'acier, et en général des corps magnétiques, sont entourées, même dans leur état naturel, par des courants préexistants, dont les plans sont absolument quelconques, et qui détruisent réciproquement leurs effets, parce qu'il y a toujours dans une même direction le même nombre de courants inverses. Mais si on place dans le voisinage un aimant tout formé, c'est-à-dire un faisceau de solénoïdes parallèles, ceux-ci attireront ou repousseront les courants élémentaires du fer ou de l'acier suivant les lois connues de l'électrodynamique, ils les dirigeront tous dans un même sens et dans des plans parallèles, et par conséquent ils les disposeront en un faisceau de solénoïdes juxtaposés, ce qui constituera un aimant.

Prenons comme exemple le cas simple représenté (*fig.* 586), où un aimant AB serait en présence d'un fer doux A′B′. Les courants moléculaires préexistants dans ce dernier deviendront parallèles à ceux de l'aimant, A′B′ s'aimantera et prendra en A′ un pôle de nom contraire à celui de l'aimant avec lequel il est en contact.

En résumé, l'aimantation n'est rien autre chose qu'un phénomène d'orientation des courants moléculaires par l'action mécanique qu'exercent sur eux les courants extérieurs. Si cela est, ce que l'on nomme la force coercitive s'expliquerait par la facilité plus ou moins grande avec laquelle les courants moléculaires pourraient changer leur direction première. Dans

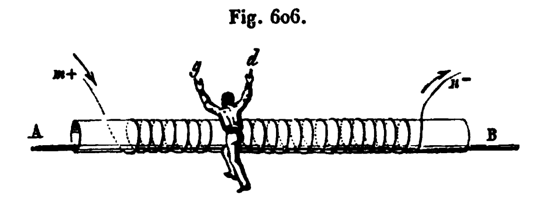
le fer doux, ils seraient extrêmement mobiles, et leur déplacement se ferait instantanément et sans résistance, sous l'influence des moindres actions extérieures : dans l'acier, au contraire, ils seraient presque fixes et résisteraient énergiquement à toute force directrice. D'où il suit que le fer s'aimanterait et se désaimanterait au voisinage d'un aimant même faible, et que l'acier ne pourrait prendre ou perdre du magnétisme que par des causes plus énergiques et plus longtemps continuées.

En fait de systèmes destinés à résumer toute une classe de faits nombreux, il faut toujours arriver à supposer une cause. Cette nécessité est commune à la théorie des deux fluides et à celle d'Ampère; mais celle-ci a sur celle-là une supériorité incontestable de simplicité, de généralité et de fécondité : de simplicité, car une fois qu'on a admis l'existence de courants moléculaires tout formés, mobiles dans le fer et fixes dans l'acier, l'aimantation et toutes les propriétés des aimants sont des conséquences qu'on peut calculer; de généralité, puisqu'on substitue aux deux fluides spéciaux du magnétisme et de l'électricité une seule cause, qui est le courant électrique; et enfin de fécondité, car on prévoit, outre les phénomènes magnétiques et électromagnétiques, un mode nouveau et plus rationnel d'aimantation.

AIMANTATION PAR LES COURANTS. — En effet, si l'aimantation n'est produite que par l'orientation dans des directions parallèles des courants moléculaires du fer sous l'influence de courants extérieurs, on pourra la déterminer non plus seulement en faisant agir sur un barreau un aimant tout formé, mais en faisant agir des courants quelconques. Arago fut le premier à déduire et à vérifier cette conséquence de la théorie d'Ampère. Il plongea un fil de cuivre traversé par le courant d'une pile dans de la limaille de fer : il vit celle-ci s'attacher au conducteur, et chaque parcelle se placer en croix avec lui ; puis il disposa le même courant dans le voisinage d'une aiguille d'acier et perpendiculairement à sa direction, et elle s'aimanta de telle sorte que le pôle austral était à gauche, comme dans l'expérience d'Œrsted. Il continua ces recherches conjointement avec Ampère, et tous deux arrivèrent aux résultats suivants.

Formons une spirale ou un solénoïde avec un courant replié sur un tube de verre (*fig.* 606), figurons le sens de ce courant

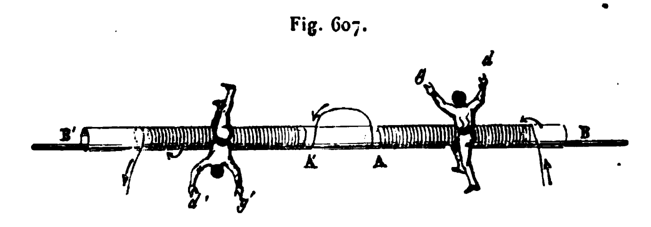
Fig. 606.



par la poupée *gd*, et plaçons une aiguille d'acier dans l'intérieur; aussitôt que le courant passera dans le conducteur, il dirigera parallèlement à lui-même tous les courants moléculaires du barreau, qui alors prendra deux pôles, l'un austral à gauche, en A, l'autre boréal à droite, en B.

La formation des points conséquents se prévoit, s'obtient et s'explique avec autant de netteté; il suffit, pour en développer un, de disposer sur un tube de verre deux hélices juxtaposées formées avec le même fil dans des sens contraires (*fig.* 607) :

Fig. 607.



la droite du courant est dans chacune d'elles en *d* et *d'* vers les extrémités B et B', où se forment deux pôles boréaux, et la gauche est située en *g* et *g'* vers l'espace moyen AA', où l'on voit se former un double pôle austral, c'est-à-dire un point conséquent. On en obtiendrait autant qu'on le voudrait aux lieux de juxtaposition d'un nombre quelconque d'hélices successives, dont les sens seraient alternativement opposés.

Ce qui est le plus remarquable dans ces expériences, c'est que l'aimantation se fait instantanément; elle présente d'ailleurs des circonstances différentes, suivant qu'on opère sur l'acier ou sur le fer.

Si le courant est intense, un barreau d'acier trempé prend

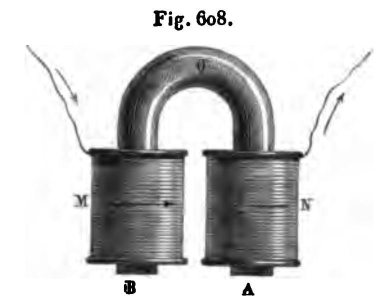
une intensité magnétique extrêmement grande, qui persiste ensuite en diminuant peu à peu jusqu'à la saturation permanente.

M. Elias de Harlem, avec le concours de M. Logeman, a découvert une méthode pratique pour obtenir par ce procédé des aimants permanents beaucoup plus forts que ceux qu'on prépare par l'aimantation ordinaire. On croit savoir qu'il fait agir des courants sur un acier particulier et très-fortement trempé; mais on ignore les détails de l'opération, qu'il tient secrète par un motif qu'on ne peut s'empêcher de regretter. L'École Polytechnique a acquis l'un de ces aimants, du poids de 75 kilogrammes, et qui en porte 150.

Quand on emploie du fer doux, il perd son aimantation aussi rapidement qu'il l'a gagnée, aussitôt que le courant cesse d'agir. C'est ce qu'on peut démontrer par un appareil ingénieux : la *sirène électrique* de Froment. Elle se compose d'un morceau de fer doux entouré par un conducteur hélicoïdal, et devant lequel est un contact mobile qu'un ressort tient éloigné, mais qui peut venir toucher le fer quand celui-ci est aimanté. Le courant passe toutes les fois que ce contact est éloigné, alors il est attiré; mais son mouvement ouvre le circuit, aussitôt le fer doux se désaimante; alors le ressort agissant sur le contact le ramène à sa position première et ferme de nouveau le circuit. Il en résulte un mouvement de va-et-vient assez rapide pour produire un son dont l'acuité augmente avec la rapidité des oscillations, et on fait varier celle-ci en diminuant l'étendue de la course du contact.

Lorsque le courant persiste dans l'hélice magnétisante, l'aimantation persiste également dans le fer doux et produit ainsi des électro-aimants temporaires extrêmement intenses. Pour les obtenir, on choisit le fer le plus doux qu'on puisse rencontrer, on le recourbe en fer à cheval AOB (*fig.* 608), et l'on entoure ses deux extrémités de deux bobines de fils enroulés M et N, à travers

Fig. 608.



lesquelles on fait passer le courant. Si le noyau de fer était rectiligne, les deux bobines devraient être deux portions d'un même solénoïde; mais en le recourbant en fer à cheval, le sens du courant devient contraire dans M et dans N; le pôle austral est en A à la gauche de la flèche N, et le pôle boréal en B à la droite de M. On peut suspendre cet appareil à une potence et lui présenter un contact de fer doux; celui-ci adhère aux pôles A et B, et il faut plusieurs centaines de kilogrammes pour le séparer.

L'intensité du magnétisme que peut prendre un barreau de fer doux dépend de l'intensité du courant, du nombre des spires de l'hélice et enfin de la longueur et du diamètre du fer. Ce que l'on sait de positif sur ce sujet est dû à M. Muller.

La longueur du cylindre, quand elle dépasse une certaine limite, n'a point d'influence sensible. Si l'on représente par I l'intensité du courant, par n le nombre des tours, par d le diamètre du fer, par m le moment magnétique de l'aimant formé, et par A une constante qui varie avec le métal qu'on emploie, on a la formule empirique

$$nI = Ad^{\frac{3}{2}} \operatorname{tang} \frac{m}{0,00005\, d^2},$$

ou

$$\frac{m}{0,00005\, d^2} = \operatorname{arc\,tang} \frac{nI}{Ad^{\frac{3}{2}}}.$$

Supposons d'abord que l'intensité ne soit pas très-grande, l'arc peut être pris comme égal à sa tangente, ce qui donne

$$m = 0,00005\, d^2 \frac{nI}{Ad^{\frac{3}{2}}} = DnI\sqrt{d}.$$

Le moment magnétique est proportionnel à la racine carrée du diamètre d, à l'intensité I et au nombre des tours n. Cette loi avait été énoncée comme étant générale par MM. Lenz et Jacobi; elle est assez exacte pour qu'on puisse l'admettre dans la plupart des cas.

Mais quand l'intensité croît jusqu'à l'infini, la tangente $\frac{nI}{Ad^{\frac{3}{2}}}$ devient infinie, et l'arc qui lui correspond égal à 90 de-

grés; donc

$$m = Bd^2;$$

ce qui prouve que l'électro-aimant atteint une limite de saturation proportionnelle au carré de son diamètre.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — On a démontré (tome I, pages 507 et suivantes) que la terre dirige l'aiguille d'inclinaison et de déclinaison, comme le ferait un aimant gros et court, dont l'axe serait perpendiculaire à l'équateur magnétique. D'autre part, on a fait voir dans la 70e Leçon que l'action du globe sur des courants mobiles s'explique en supposant qu'il existe dans les régions de l'équateur un courant marchant de l'est vers l'ouest. Comme cette action se produit dans tous les lieux du globe, il faut que ce courant soit fermé et enveloppe la terre d'un grand cercle. Ces deux conclusions sont tout à fait concordantes, car le courant circulaire constitue un solénoïde gros et court, ou un aimant dont le pôle austral est vers la gauche d'un observateur qui aurait les pieds à l'est et la tête à l'ouest, et qui regarderait le centre du globe, c'est-à-dire vers le sud, et dont le pôle boréal serait à droite ou dans la direction du nord. On peut donc expliquer tous les effets produits sur une aiguille aimantée et sur un courant mobile, en admettant dans le noyau terrestre, soit un aimant central, soit un courant; il n'y a qu'à se demander quelle est celle des deux hypothèses qui est la plus probable.

Toutes les fois qu'on creuse un puits dans l'écorce terrestre, on reconnaît que la température s'élève, dans nos climats, de 1 degré environ par 30 mètres. Si l'on admet que cette progression se continue indéfiniment, on trouve qu'à la profondeur de 12 lieues, la température serait celle de la fusion du fer. A la vérité, rien ne prouve que l'accroissement de température se continue jusqu'au centre; il est même probable qu'il s'arrête à une limite déterminée; mais les idées cosmogoniques et géologiques, aussi bien que les phénomènes volcaniques, démontrent qu'à cette limite la température est assez élevée pour tenir en fusion les matières les plus réfractaires. Or on sait que le magnétisme du fer ne persiste point à la température rouge : par suite, il faut renoncer à l'hypothèse d'un aimant central. Si d'ailleurs il existait, il ne pourrait se déplacer, et

les variations séculaires, annuelles et diurnes seraient difficilement explicables.

Mais tandis que la constitution du globe exclut l'hypothèse d'un aimant central, les phénomènes qui se passent dans son intérieur et à sa surface font prévoir l'existence de courants. Toutes les actions chimiques en produisent, tous les phénomènes de propagation calorifique en font naître, et toutes les causes qui développent l'électricité atmosphérique déterminent manifestement des mouvements continus de fluides dans le sol.

Parmi ces causes diverses, on en trouve qui éprouvent des variations séculaires, ce sont elles qui affectent la terre tout entière; d'autres changent périodiquement et repassent par les mêmes valeurs, soit dans les mêmes saisons des diverses années, soit aux mêmes heures de chaque jour : ce sont les phénomènes calorifiques qui dépendent du soleil; enfin il y en a qui sont accidentelles, ce sont elles qui produisent les aurores boréales. Il doit donc y avoir des courants dans la terre, et il faut qu'ils éprouvent des variations séculaires, annuelles, diurnes et accidentelles.

La multiplicité des causes, la connaissance très-imparfaite qu'on en a, ne permettent guère d'ailleurs de prédire le sens des courants terrestres; mais il est clair que tous ceux-ci, en superposant leur action, doivent produire sur l'aiguille aimantée un effet égal à celui d'un courant résultant unique. C'est ce courant résultant qui va de l'est à l'ouest, et qui parcourt l'équateur magnétique.

On comprend aisément que le courant résultant ne doit pas avoir exactement la même direction, ni la même intensité pour chaque lieu, ce qui revient à dire que chaque point du globe est influencé comme il le serait par un courant fictif traversant un cercle équatorial, lequel varierait de position avec ce point. De là résulte que les courbes magnétiques n'ont pas la régularité que la théorie leur assigne.

Une seule de ces causes du courant terrestre peut être discutée : c'est l'action du soleil. Comme il marche de l'est à l'ouest, il détermine un échauffement dans le même sens, et cette dissymétrie du mouvement calorifique doit faire naître une force électromotrice agissant dans le même sens. En dis-

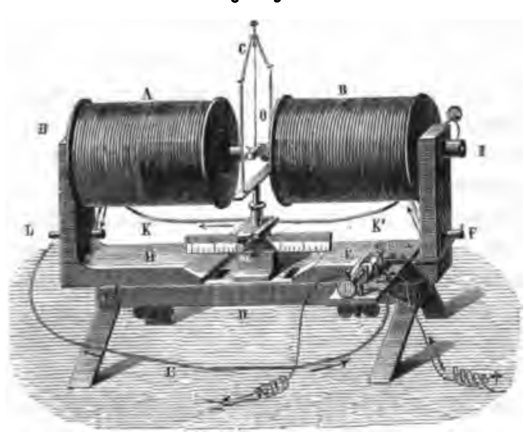
cutant cette idée, Aimé est arrivé à rendre assez fidèlement compte des variations magnétiques; mais ce sujet est encore trop obscur pour que nous nous y arrêtions.

DIAMAGNÉTISME.

On n'a connu pendant longtemps qu'un très-petit nombre de métaux magnétiques : le fer, le nickel, le cobalt, le manganèse et le chrome. Quant aux autres substances, on les considérait comme indifférentes à l'action des aimants. Cependant, en 1778, Brugmans avait annoncé que le bismuth est repoussé par l'aimant; ensuite, Lebaillif, au moyen d'un appareil fort délicat, avait confirmé cette propriété et l'avait retrouvée dans d'autres substances parmi lesquelles on peut citer l'antimoine; mais ces expériences avaient été pour ainsi dire oubliées, parce que les effets toujours très-faibles étaient incertains et souvent contradictoires. Ils devinrent très-nets, en devenant plus intenses, quand Faraday reprit la question avec des électro-aimants très-puissants.

EXPÉRIENCES GÉNÉRALES. — L'appareil qui sert à ces expériences, et qui est construit par M. Ruhmkorff (*fig.* 609), se

Fig. 609.

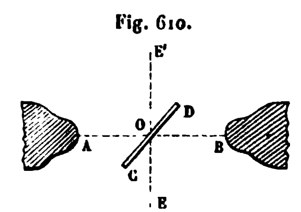


compose d'un banc de fer très-épais D, percé d'une rainure longitudinale, et sur lequel reposent et glissent deux équerres

massives HLH', IFI'; elles peuvent être éloignées ou rapprochées, et on les serre au moyen de deux fortes vis qui sont engagées dans la rainure. A leur sommet, elles sont reliées à deux noyaux de fer doux cylindriques HO, IO, qui occupent les axes de deux bobines A et B et qui sont terminés en O par deux armatures montées à vis auxquelles on donne, suivant les cas, des formes différentes. Toutes les pièces étant en fer, fixées entre elles et très-massives, elles constituent un électro-aimant très-énergique, et quand un courant traverse les deux bobines A et B dans le même sens, il développe deux pôles opposés aux deux armatures O. Ce courant arrive dans le commutateur E, qui a été décrit page 17; il est transmis par la poupée F à la bobine B; il passe de B en A par le fil KK', et il revient au commutateur par LL.

On place entre les deux pôles un support C, destiné à soutenir par un fil de cocon CO un cylindre d'une substance quelconque; on peut faire glisser ce support longitudinalement sur une règle divisée, et, au moyen d'une vis latérale, lui donner un mouvement perpendiculaire. Il est donc possible de placer le milieu O du cylindre suspendu, dans l'axe et à égale distance des deux pôles. Supposons que cette condition soit réalisée, et qu'on ait disposé en O une petite aiguille de fer CD (*fig.* 610), elle s'aimantera longitudinalement, et se placera suivant la ligne axiale AB; si on la remplace par une balle sphérique de fer, elle sera attirée par celui des deux pôles dont elle est le plus rapprochée.

Fig. 610.



Ce n'est pas là du tout ce qui se passe quand on remplace le fer par du bismuth. Un petit barreau horizontal CD se dirige suivant EE', perpendiculairement à la ligne des pôles ou équatorialement, et une petite balle est repoussée par chacun des deux pôles quand on la met en contact avec lui. L'action est d'ailleurs beaucoup moins énergique sur le bismuth qu'elle ne l'était sur le fer.

En étudiant toutes les substances qu'il put se procurer, Faraday trouva qu'elles se conduisent toutes, ou comme le fer, avec un degré d'énergie à la vérité beaucoup moindre, ou

comme le bismuth. Les premières sont magnétiques, les secondes ont été nommées *diamagnétiques*, pour rappeler leur position d'équilibre.

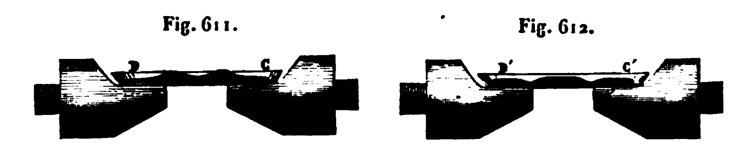
I. Les métaux magnétiques sont plus nombreux qu'on ne l'avait pensé; outre ceux que nous avons déjà nommés, il faut citer le cérium, le titane, le palladium, le platine, l'osmium, le lanthane, le molybdène et l'uranium. Les sels de ces métaux sont généralement magnétiques eux-mêmes.

II. Tous les autres métaux sont diamagnétiques. Voici l'ordre dans lequel ils se rangent d'après leur puissance diamagnétique décroissante : Bismuth, antimoine, zinc, étain, cadmium, mercure, plomb, argent, cuivre, or, tungstène.

III. Les métalloïdes sont diamagnétiques, ainsi que leurs composés; ceux qui le sont le plus sont le soufre, le phosphore, le charbon, la cire, le bois et en général les matières organiques.

IV. Pour étudier les liquides, on les enferme dans des tubes de verre très-minces qui n'éprouvent aucune influence sensible. On peut aussi, comme le fait Plucker, les disposer en couches très-minces dans un verre de montre, ou sur une carte, entre les pôles A et B, sur des armatures planes et horizontales. S'ils sont magnétiques, ils s'accumulent sur les bords et y forment deux saillies parallèles (*fig.* 611). Quand ils sont

Fig. 611. Fig. 612.



fortement diamagnétiques, on les voit se déprimer, et deux gorges creuses remplacer les deux saillies (*fig.* 612).

On reconnaît par ces divers procédés que l'eau, l'alcool, l'éther, les huiles, les essences, le sulfure de carbone, etc., sont diamagnétiques, tandis que les sels dissous des métaux magnétiques, et surtout ceux de fer, agissent généralement d'une manière inverse.

V. L'action des aimants sur les gaz a été, pour la première fois, mise en évidence par M. Bancalari, au moyen d'une expérience fort belle. Il plaça la flamme d'une bougie un peu au-

dessous des deux pôles entre deux armatures terminées en pointe. Au moment où le courant commença à passer, il la vit se déprimer et se jeter des deux côtés de l'axe. Il faut conclure de là que les gaz qui constituent la flamme sont diamagnétiques à une température élevée, puisqu'ils sont repoussés.

Faraday, suivant toujours la même voie, étudia à la température ordinaire divers gaz qu'il dirigeait vers un pôle de l'électro-aimant au moyen d'un tube dans lequel se trouvait un peu d'acide chlorhydrique. Le courant gazeux se déviait par l'action de l'aimant, et en lui opposant un autre petit tube contenant de l'ammoniaque, on trouvait sa nouvelle direction : c'était celle qu'il fallait donner au second tube pour y produire des vapeurs blanches par la réaction de l'acide chlorhydrique sur l'ammoniaque. Faraday trouva que l'oxygène est notablement magnétique, que le bioxyde d'azote l'est faiblement, et que tous les autres gaz, surtout l'hydrogène, ainsi que le gaz d'éclairage, sont diamagnétiques.

Toutes ces expériences nous montrent que les corps à tous les états physiques peuvent se partager en deux grandes catégories : les uns, qui sont magnétiques, sont attirés par l'aimant et se dirigent suivant l'axe des pôles ; les autres sont diamagnétiques, repoussés par chaque pôle, et dirigés équatorialement ; et depuis le fer jusqu'au bismuth, on peut classer toutes les substances en une série continue : d'abord celles où la force est attractive et va en décroissant ; ensuite celles où elle est nulle, et enfin les corps où l'action est répulsive et augmente.

POLARITÉ DIAMAGNÉTIQUE. — Nous savons pourquoi les corps magnétiques prennent la direction axiale : c'est parce que chacun des pôles de l'aimant fait naître, à l'extrémité du barreau qui le regarde, un pôle de nom contraire qu'il attire ; mais nous ne savons pas et nous devons chercher quelle est la nature des forces que l'aimant exerce sur ces substances diamagnétiques.

L'idée qui se présente naturellement à l'esprit, est que chacun des pôles de l'électro-aimant, par exemple A (*fig.* 610), développe sur une aiguille diamagnétique CD un pôle de même nom, ou austral, à l'extrémité la plus voisine de C, et un autre pôle de nom contraire, ou boréal, à la partie la plus éloignée D. En effet, si cela avait lieu, une balle diamagnétique

approchée de A serait nécessairement repoussée, et quand on placerait une aiguille CD entre les deux pôles, dans la situation indiquée par la figure, C serait repoussé par A et attiré par B, pendant que D serait repoussé par B et attiré par A. L'aiguille viendrait en EE', et dans cette position elle serait en équilibre stable, parce que les actions de A et de B sur chaque extrémité seraient égales et que tout écart de l'aiguille d'un côté ou de l'autre de cette position ferait naître des forces qui l'y ramèneraient.

Cette idée a été émise et soutenue par MM. Poggendorff, Weber, Plucker et Reich, mais elle a été combattue par MM. Faraday et Thomson. Nous ne ferons point l'historique de cette question; nous nous contenterons de citer les expériences de M. Tyndall, qui a clos la discussion en démontrant que cette espèce de polarité, inverse de la polarité magnétique, est réelle.

M. Tyndall suspendit d'abord un barreau de bismuth à un fil de soie dans l'axe d'une bobine traversée par un courant; puis approchant un aimant des extrémités de ce barreau, il constata qu'elles se comportaient comme celles d'une aiguille aimantée; mais le pôle austral était à la droite du courant au lieu d'être à la gauche, comme cela aurait lieu si le bismuth était remplacé par du fer. Cette expérience n'était d'ailleurs que la répétition de quelques autres, précédemment faites par MM. Poggendorff et Plucker.

Dans un travail postérieur, il fit usage d'un appareil beaucoup plus complet, dont le plan avait été suggéré par M. Weber, et qui est représenté en coupe verticale et horizontale dans les *fig.* 613 et 614.

BO, B'O' représente le contour d'une caisse de verre fixée à un mur vertical par les vis H et H'; HE, H'E' sont deux hélices enroulées en sens contraire sur des tubes de cuivre fixés à la traverse GG'; *mn*, *op* sont deux cylindres de la matière qu'on veut essayer, ils sont soutenus par un fil sans fin, enroulé sur les poulies W et W', de façon qu'en faisant mouvoir l'une d'elles on élève *mn* et on abaisse *op*, ou inversement. Enfin *ad*, *a'd'* est une boîte de cuivre rouge, dans laquelle se meût un système de deux aimants horizontaux astatiques, suspendus par un fil *t*; ils sont représentés en NS et N'S' dans la *fig.* 614.

Supposons d'abord que les cylindres *mn* et *op* aient été enlevés, et qu'on fasse passer le courant dans les spirales qui sont

Fig. 613.

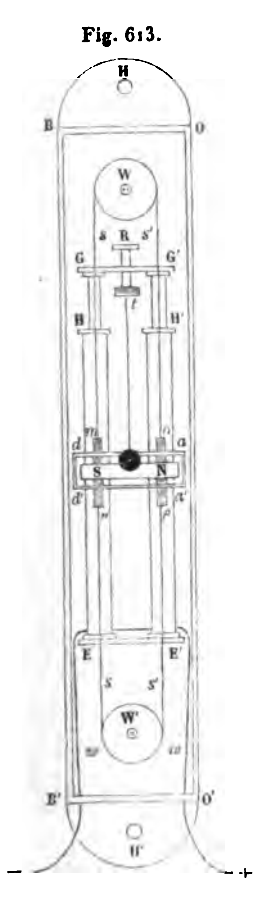


Fig. 614.

identiques, les aimants ne doivent point se déplacer. Cela n'était pas exactement réalisé, mais au moyen d'un circuit extérieur convenable on put détruire le peu d'action qui s'exerçait. Après avoir établi cette compensation, on plaça les deux cylindres *mn* et *op*, on fit jouer la poulie W jusqu'à mettre l'extrémité *n* d'une part et l'extrémité *o* de l'autre, en face des deux aimants NS, N'S'; toutes deux devinrent des pôles de même nom, qui attiraient N, N' ou S, S', et faisaient dévier le

système des deux aimants dans un sens qui changeait avec la nature du magnétisme qu'elles avaient reçu. On mesurait la déviation par la réflexion d'une mire sur le miroir M.

On commença par placer dans l'appareil des cylindres faiblement magnétiques, et l'on constata que leur aimantation se faisait dans le sens prévu, puis on les remplaça par des barreaux diamagnétiques, et l'on constata une déviation opposée, ce qui prouve une polarité inverse. M. Tyndall opéra non-seulement sur le bismuth et l'antimoine, mais encore avec des substances liquides ou solides non conductrices; le résultat fut le même, et la grandeur de la déviation fut sensiblement proportionnelle à l'intensité du diamagnétisme des substances employées.

On sait donc maintenant à quelle cause il faut attribuer le diamagnétisme; il ne nous reste plus qu'à déterminer les lois de l'intensité des actions exercées par un aimant sur diverses substances.

INFLUENCE DU MILIEU AMBIANT. — Faraday reconnut, dès ses premières recherches, que la nature du milieu ambiant peut changer complétement les propriétés des corps. Prenons comme exemple une solution peu concentrée de sulfate de fer enfermée dans un tube de verre : elle est magnétique dans l'air et le devient plus énergiquement si le tube est plongé dans une cuve pleine d'eau ou d'alcool. Mais quand on le suspend dans une solution du même sel que celui qu'il contient, il est magnétique, indifférent ou diamagnétique si le degré de concentration du liquide intérieur est supérieur, égal ou inférieur à celui de la solution dans laquelle il plonge.

Par une action analogue, le tube, quand il contient une substance diamagnétique, est repoussé, en équilibre, ou attiré, suivant qu'il est plongé dans un milieu magnétique, ou dans la solution qu'il contient, ou dans un liquide plus diamagnétique qu'elle.

Voici comment M. Ed. Becquerel formule ces changements de propriétés. Si nous plaçons dans le voisinage d'un pôle d'aimant une cuve fixe pleine d'un liquide, celui-ci n'éprouve aucun mouvement. Isolons par la pensée une masse quelconque dans son intérieur, elle est sollicitée, suivant qu'elle est ma-

gnétique ou diamagnétique, par une force f, positive ou négative; et comme elle ne se déplace pas, il faut que le milieu qui l'entoure exerce sur elle une poussée $-f$ égale et contraire; cela veut dire que le principe d'Archimède s'applique à ces forces comme à la pesanteur. Remplaçons maintenant cette masse que nous avons isolée par une autre qui soit limitée à la même surface, mais qui soit de nature différente, elle éprouvera, de la part de l'aimant, une action différente f' positive ou négative, et de la part du liquide une même poussée $-f$, la résultante sera $f'-f$. Par conséquent l'action que le pôle d'un aimant exerce sur un corps quelconque plongé dans un milieu fluide, est égale à la différence de celles qu'il exercerait séparément sur ce corps et sur le fluide déplacé. De là résultent quelques conséquences.

1° Quand le milieu est magnétique, f est positive, et $f'-f$ tend à être négative; par conséquent, un corps quelconque tend à devenir diamagnétique dans un milieu magnétique. Inversement, dans un milieu diamagnétique, f est négative, $-f$ est positive; la substance tend à être magnétique si elle ne l'était pas, et le devient davantage si elle l'était déjà.

L'air est magnétique, donc il tendra à rendre diamagnétiques les corps qu'on y observe.

2° Si, après avoir corrigé de la poussée du gaz les actions observées dans l'atmosphère, on trouvait que toutes les substances deviennent magnétiques ou indifférentes dans le vide, le diamagnétisme ne serait qu'une manifestation accidentelle de la propriété générale du magnétisme, tel qu'on l'observe dans le fer : il serait produit par la réaction des milieux. Mais comme cela n'est pas, il faut, ou bien que le diamagnétisme soit une propriété spéciale appartenant à certains corps, ou bien que le vide lui-même soit un milieu magnétique comme l'air, et capable par sa réaction d'exercer sur les corps une pression mesurable. La plupart des physiciens ont adopté la première manière de voir, MM. Becquerel père et fils ont soutenu la seconde.

3° Si l'on admet que des corps peuvent s'aimanter diamagnétiquement, la théorie d'Ampère n'est plus générale, et l'on ne voit pas comment les courants d'une hélice magnétisante peuvent, dans les expériences de M. Tyndall, aimanter

un barreau de bismuth dans un sens contraire à l'aimantation que prend une aiguille de fer placée dans les mêmes conditions. A la vérité, on a fait quelques tentatives pour adapter cette théorie à ces nouveaux phénomènes, mais sans y réussir complétement; et l'on est forcé de ne plus voir dans l'hypothèse d'Ampère qu'une théorie incomplète, et dans le diamagnétisme qu'un fait inexpliqué. Il n'en serait pas de même si l'on adoptait les idées de MM. Becquerel : tous les corps seraient magnétiques, et il n'y aurait aucune restriction à apporter à la théorie de l'aimantation par les courants. Mais, sans nous engager dans ces discussions, nous allons continuer expérimentalement l'étude des faits.

INFLUENCE DE LA STRUCTURE. — Faraday eut l'occasion de remarquer que des morceaux de bismuth cristallisé ne prennent pas toujours une position équatoriale entre les deux pôles. Depuis lors Plucker, étudiant divers cristaux, reconnut que la direction d'équilibre est plus souvent déterminée par celle de l'axe cristallographique que par la forme des morceaux étudiés. Cette étude paraissait devoir être très-complexe; elle est devenue très-simple, grâce à MM. Tyndall et Knoblauch.

1° Ils préparèrent d'abord un disque plat avec de la pâte de farine, et y ayant planté normalement des fils de fer, ils le suspendirent par un point de son contour entre les pôles d'un électro-aimant. Il est évident que chacun des fils se plaçant axialement, le disque devait prendre la position équatoriale. En remplaçant le fer par du bismuth, l'inverse se présenta. Cette expérience simple n'avait d'autre but que de faire voir comment la structure d'un corps influe sur la direction qu'il prend, aussi bien que sa forme.

2° MM. Tyndall et Knoblauch prirent ensuite du carbonate de fer en poudre, et l'ayant mêlé à de la gomme, pour lui donner de l'adhérence, ils le comprimèrent fortement entre deux plaques de fer; il prit la forme d'un disque peu épais, mais assez large, et il se plaça équatorialement. Cela prouve que si les molécules sont plus rapprochées dans un sens que dans un autre, elles agissent dans la direction du plus grand rapprochement, comme les fils de fer dans l'expérience précédente.

Cette direction peut être appelée *ligne de polarité élective*. En répétant l'expérience avec de la poudre de bismuth, on vit la ligne du plus grand tassement se placer équatorialement, et le disque axialement.

3° On passa de là à une troisième expérience, qui trouvera bientôt son application. On superposa des disques de papier recouvert d'émeri ferrifère qui est magnétique, de manière à former une pile très-longue de petit diamètre. Chaque disque se dirigeait axialement, et l'axe du cylindre équatorialement. Une pile de papier couvert de bismuth agissait d'une manière opposée.

De là on conclut généralement que si un cristal est formé par des lames superposées et clivables dans une seule direction, il se conduira comme la pile de papier d'émeri s'il est magnétique, et comme celle de papier de bismuth s'il est diamagnétique : c'est en effet ce qui fut vérifié avec le sulfate de nickel et le béryl, qui sont magnétiques, avec les sulfates de magnésie et de zinc, ainsi qu'avec le salpêtre et la topaze, qui sont diamagnétiques.

4° Quand il y aura deux clivages également aisés, la ligne de polarité élective devant être à la fois parallèle aux deux directions des lames, se confondra avec leur intersection : ce qui est vrai.

5° S'il y en a trois qui soient perpendiculaires, comme dans le sel gemme, ou s'il n'y en a point, comme dans le quartz, il n'y aura point de ligne de polarité élective, et le corps se comportera comme n'étant point cristallisé.

6° Enfin lorsque les trois clivages ne seront point perpendiculaires, il y aura généralement une direction de plus grande compression, qui se trouve dans le spath parallèle à l'axe de cristallisation : elle se place axialement si le cristal est magnétique, et équatorialement s'il est diamagnétique ; c'est ce qui se présente en effet.

MESURE DES FORCES MAGNÉTIQUES. — Il ne reste plus maintenant qu'à comparer entre eux les divers corps, c'est-à-dire à chercher le rapport des intensités des forces attractives ou répulsives qu'ils éprouvent quand ils sont soumis à un même aimant dans des positions et avec des volumes identiques.

Ces mesures ont été faites par Faraday, par Plucker, et par M. Ed. Becquerel; nous ne rapporterons que le travail de ce dernier savant.

Entre les pôles d'un gros électro-aimant à branches verticales, M. Becquerel avait installé une petite balance de torsion, disposée comme celle de Coulomb; il y suspendait, par un fil d'argent très-fin, des cylindres de même volume et de même forme, façonnés avec les substances qu'il voulait essayer. Il commençait par les amener à une direction d'équilibre toujours la même, qu'il observait avec un microscope et qui faisait un angle déterminé avec l'axe des deux pôles; il aimantait ensuite l'électro-aimant par un courant, alors le cylindre était attiré ou repoussé; mais il le ramenait à sa position première en tordant le fil : l'angle de torsion A mesurait le couple magnétique exercé sur chaque cylindre.

Si le courant avait toujours la même intensité, il suffirait de prendre les rapports des torsions observées avec deux cylindres pour avoir celui de leur pouvoir magnétique ou diamagnétique à volume égal; mais ce courant changeant d'un moment à l'autre, on mesurait son intensité i par une boussole des tangentes, en même temps que l'angle de torsion A par la balance.

Or, d'une part, la force de l'électro-aimant et, d'un autre côté, le magnétisme développé dans le cylindre suspendu, sont proportionnels à i; donc la force attractive doit être en raison directe du carré i^2, et $\frac{A}{i^2}$ représente la torsion qu'on aurait, si l'intensité du courant était toujours la même et égale à l'unité. M. Ed. Becquerel vérifia l'exactitude de ce principe, en prouvant que $\frac{A}{i^2}$ est une quantité constante pour un même cylindre.

On pourrait opérer de la même manière pour les liquides, en les enfermant tous dans des tubes égaux aux cylindres solides qu'on vient d'étudier; cela présenterait quelques difficultés, et M. Ed. Becquerel opéra tout autrement. Supposons qu'on ait d'abord observé dans l'air un cylindre de verre, l'action F qu'on a mesurée est la différence entre celle qui aurait eu lieu dans le vide, que nous représenterons par f_{verre}, et celle qui

agit sur un égal volume d'air, ou f_{air}; on a donc

$$F = f_{verre} - f_{air}.$$

Sans changer ni le cylindre de verre, ni sa position, plongeons-le maintenant dans une cuve pleine d'eau et répétons la mesure : la force de torsion deviendra F', et l'on aura, comme précédemment, en remplaçant l'air par l'eau,

$$F' = f_{verre} - f_{eau};$$

d'où, en retranchant les deux équations,

$$F - F' = f_{eau} - f_{air},$$

ce qui donnera le même résultat que si l'on avait mesuré dans l'air la répulsion d'un cylindre d'eau dont le volume serait égal à celui du cylindre de verre. Cette méthode permet de comparer très-exactement les mêmes volumes extérieurs des solides et de tous les liquides qu'on veut étudier.

Après avoir fait de nombreuses mesures, dans lesquelles il a plusieurs fois changé le volume des cylindres, M. Ed. Becquerel a réuni ses déterminations dans le tableau suivant. L'eau est prise comme terme de comparaison : son pouvoir diamagnétique est remplacé conventionnellement par — 10.

Quand les substances sont magnétiques, elles ont le signe +; si elles sont diamagnétiques, elles sont marquées du signe —.

Forces magnétiques.

SOLIDES.		LIQUIDES.	DENSITÉ.	
Eau...........	— 10,00	Eau................	»	— 10,00
Zinc..........	— 2,5	Sulfure de carbone...	»	— 13,00
Cire blanche...	— 5,68	Alcool..............	»	— 7,89
Soufre pur.....	— 11,37	Chlorure de sodium..	(1,208)	— 11,28
Plomb d'œuvre.	— 15,28	Sulfate de cuivre.....	(1,126)	+ 8,14
Phosphore.....	— 16,39	Sulfate de nickel.....	(1,082)	+ 21,60
Sélénium......	— 16,52	Sulfate de fer........	(1,192)	+ 211,16
Bismuth.......	— 217,6	Sulfate de fer........	(1,172)	+ 180,22
		Protochlorure de fer..	(1,069)	+ 91,93
		Protochlorure de fer..	(1,276)	+ 360,70
		Protochl. concentré...	(1,433)	+ 558,13

Les nombres de ce tableau donnent les valeurs relatives des

forces attractives ou répulsives pour des volumes égaux; comme elles sont évidemment proportionnelles à la masse, on obtiendrait leurs valeurs à poids égal, en les divisant par la densité des corps.

On voit que le chlorure de fer saturé est le plus magnétique des liquides, mais il l'est beaucoup moins que le fer métallique. Pour comparer ces deux corps entre eux, M. Ed. Becquerel a préparé deux tubes égaux : il a rempli l'un de chlorure, l'autre d'un mélange de cire et de limaille, c'est-à-dire de fer dont la densité avait été réduite dans une proportion connue. Il a cherché ensuite le rapport des actions exercées sur ces tubes par l'électro-aimant, et il en a conclu celui qu'on obtiendrait si le fer avait sa densité ordinaire. Voici les résultats de la comparaison :

	POUVOIR MAGNÉTIQUE	
	à volume égal.	à poids égal.
Fer..................	+ 1000000	+ 1000000
Protochlorure de fer...	+ 25	+ 140
Eau..................	− 0,4	− 3

On voit ainsi combien les forces diamagnétiques sont faibles, en comparaison de la force magnétique du fer.

M. Ed. Becquerel appliqua les mêmes méthodes aux gaz; il remplaça la cage de la balance de torsion par une éprouvette où il pouvait faire le vide, et il y suspendit un tube de verre dans lequel il avait mis assez de cire pour détruire à peu près complétement toute action de l'aimant; ensuite il mesura l'action dans le vide et dans les gaz. L'oxygène et l'air seuls lui donnèrent des résultats marqués et se montrèrent magnétiques. On a, comme précédemment :

$$F = f_{\text{verre}} - f_{\text{vide}},$$
$$F' = f_{\text{verre}} - f_{\text{oxygène}},$$
$$F'' = f_{\text{verre}} - f_{\text{air}},$$
$$F''' = f_{\text{verre}} - f_{\text{eau}}.$$

F, F', F'', F''', ayant été déterminées, on trouve, en retran-

chant,

$$f_{\text{oxygène}} - f_{\text{vide}} = F - F' = +1,733,$$
$$f_{\text{air}} - f_{\text{vide}} = F - F'' = +0,32,$$
$$f_{\text{eau}} - f_{\text{vide}} = F - F''' = -9,68,$$
$$f_{\text{eau}} - f_{\text{air}} = F'' - F''' = -10.$$

On voit que l'oxygène est environ 5 fois plus magnétique que l'air, ce qui prouve que l'azote est indifférent. Connaissant maintenant le pouvoir magnétique de l'oxygène, on peut corriger tous les nombres précédents qui ont été obtenus dans l'air de l'effet de ce gaz et calculer les rapports des pouvoirs magnétiques des diverses substances à poids égaux et dans le vide : on trouve, en prenant le fer comme terme de comparaison :

Fer.....................	+ 1000000
Perchlorure de fer........	+ 140
Eau......................	− 9,68
Oxygène................	+ 377
Air.....................	+ 88

D'après cela, on trouve que 1 mètre cube d'oxygène équivaut à 54 centigrammes de fer, et que l'atmosphère tout entière agit comme une couche de fer qui envelopperait la terre et aurait $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur.

Dans ces derniers temps enfin, M. Wiedemann a trouvé que, dans les sels de constitution semblable et renfermant le même métal, le *magnétisme atomique*, ou magnétisme rapporté à l'équivalent du composé, est sensiblement constant.

Nous terminons par quelques nombres trouvés par Plucker et Faraday.

MAGNÉTISME SPÉCIFIQUE.

D'après Plucker (à poids égal).

CORPS MAGNÉTIQUES.		CORPS DIAMAGNÉTIQUES.	
Fer	100000	Eau	100
Aimant	40000	Phosphore	100
Ocre rouge	134	Sulfure de carbone	102
Fer oligiste	533	Acide chlorhydrique	101
Fer oxydé hydraté	156	Éther sulfurique	127
Sanguine artificielle	151	Essence de térébenthine	223
Sulfate de fer sec	111	Fleur de soufre	71
Solutions saturées d'azotate de fer	34	Sel de cuisine	79
Solutions saturées de chlorhydrate de fer	98	Acide nitrique	48
Solutions saturées de sulfate	58	Azotate de bismuth	35
Solutions saturées de chlorhydrate de potasse	85	Acide sulfurique	34
Protoxyde de nickel	35	Mercure	23
Hydrate de protoxyde de nickel	106		
Azotate de protoxyde de nickel	65		
Sulfate de protoxyde de nickel	100		
Hydrate d'ox. manganique	70		
Oxyde manganeux	167		

D'après Faraday (à volume égal).

Protoammoniure de cuivre	+ 134,83	Alcool absolu	— 78,70
Perammoniure de cuivre	+ 119,83	Essence de citron	— 80,00
Oxygène	+ 17,50	Camphre	— 82,50
Air	+ 3,40	Camphre	— 82,96
Gaz oléfiant	+ 0,60	Huile de lin	— 85,50
Azote	+ 0,30	Huile d'olive	— 85,60
Vide	0,00	Cire	— 86,73
Acide carbonique	0,00	Acide azotique	— 87,96
Hydrogène	— 0,10	Eau	— 96,60
Gaz ammoniac	— 0,50	Sulfure de carbone	— 99,64
Cyanogène	— 0,90	Acide sulfurique	— 104,47
Verre	— 18,20	Soufre	— 118,00
Zinc pur	— 74,60	Borate de plomb	— 136,60
Éther	— 75,30	Phosphore	»
		Bismuth	— 1967,60

SOIXANTE-TREIZIÈME LEÇON.

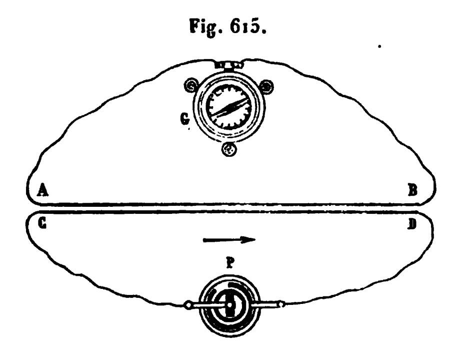
DE L'INDUCTION.

I. Induction par les courants parallèles. — II. Induction par les bobines et les aimants. — Loi de Lenz. — III. Induction par la terre. — IV. Induction d'un courant sur lui-même. — Quantités et tensions des courants induits. — V. Courants induits de divers ordres. — VI. Induction par l'électricité statique. — Influence des diaphragmes.

Faraday a découvert qu'un courant qui s'établit ou qui cesse de passer dans un conducteur quelconque, développe par influence, dans tout circuit fermé, voisin et à l'état naturel, des courants qu'il a nommés *courants d'induction* ou *courants induits*. Nous allons étudier les lois de leur production.

I. **INDUCTION PAR LES COURANTS PARALLÈLES.** — Examinons d'abord (*fig.* 615) le cas très-simple où l'on fait agir un courant $\underrightarrow{CD}$, rectiligne, très-long et engendré par un élément P, sur un circuit parallèle voisin AB, fermé par un galvanomètre G.

Fig. 615.



1° Quand on rapproche vivement les deux circuits, on voit le galvanomètre accuser un courant d'induction $\underleftarrow{AB}$ qui circule

à travers le fil induit dans un sens opposé à $\underrightarrow{\mathrm{CD}}$; nous le nommerons *courant commençant* ou *inverse*.

Aussitôt que le mouvement de rapprochement est terminé, l'aiguille aimantée revient au zéro et y demeure pendant tout le temps que les deux circuits conservent leur même position relative.

Si l'on vient ensuite à éloigner les deux fils, un nouveau courant d'induction se montre dans le circuit ABG; mais cette fois il va de A en B ($\rightarrow$), dans le même sens que $\underrightarrow{\mathrm{CD}}$: c'est le courant *finissant* ou *direct*. Il cesse, comme le précédent, avec le mouvement qui l'a déterminé.

Si l'on divise le mouvement total de rapprochement ou d'éloignement en ses déplacements infiniment petits ds pendant chaque intervalle dt, nous admettrons que chaque mouvement ds produit un courant d'induction d'autant plus intense que ds est plus grand, qui est en retard sur le déplacement d'une certaine durée constante nécessaire pour que la réaction s'établisse et qui persiste pendant un temps inconnu, mais probablement plus grand que dt. Si ces hypothèses, que nous développerons dans la suite, sont fondées, le courant d'induction total qui résulte d'un mouvement fini doit être considéré comme formé par des courants élémentaires, qui sont en retard d'une durée constante sur les déplacements ds, qui naissent l'un après l'autre après des intervalles dt, et qui se superposent en partie, parce qu'ils durent plus que dt. Ce courant total offrira donc trois périodes, la première d'accroissement, la deuxième d'état, la troisième de décroissement, et il sera d'autant plus intense pendant sa période moyenne que chacun des déplacements élémentaires ds aura été plus grand, c'est-à-dire que le mouvement total aura été plus grand et qu'il aura moins duré : c'est en effet ce qu'on observe.

2° Nous allons maintenant laisser les fils dans une position relative invariable, et nous ferons changer l'intensité du courant CD.

Si elle augmente, elle développe un courant $\underleftarrow{\mathrm{AB}}$ inverse de $\underrightarrow{\mathrm{CD}}$, comme si la distance des fils diminuait.

Si elle reste constante, elle ne produit aucune action.

Si elle diminue, elle fait naître un courant $\underset{\rightarrow}{AB}$, direct et parallèle à $\underset{\rightarrow}{CD}$, comme si la distance augmentait.

L'intensité du courant qu'on observe est d'autant plus grande que la variation d'intensité est plus considérable et qu'elle dure moins de temps.

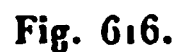
3° On peut, au moyen d'un interrupteur, fermer et ensuite ouvrir le circuit CD. La fermeture de ce circuit équivaut à un rapprochement instantané et maximum des fils, depuis l'infini jusqu'à la distance à laquelle ils se trouvent, ou à une augmentation subite et maximum de l'intensité CD, depuis zéro jusqu'à sa valeur finale i; elle produit donc un courant induit inverse $\underset{\leftarrow}{AB}$, dont l'intensité est la plus grande de celles qu'il peut avoir. Quand on ouvrira le circuit, on obtiendra le même effet qu'en éloignant les fils instantanément jusqu'à l'infini, ou en diminuant subitement jusqu'à zéro l'intensité de CD; par conséquent, on développera un courant direct très-court et maximum $\underset{\rightarrow}{AB}$.

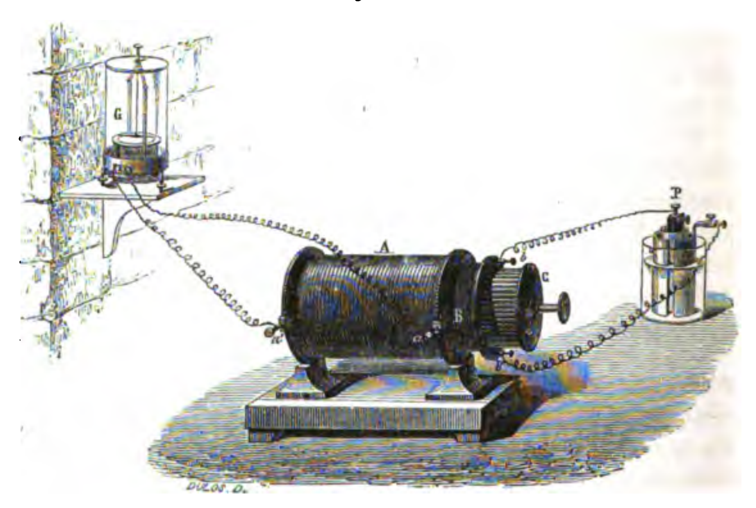
Ces lois sont générales et se résument ainsi : « Il y a un courant inverse dans le circuit induit, quand le courant inducteur s'approche, augmente ou s'établit. Il y a courant direct par les actions contraires, c'est-à-dire quand le courant inducteur s'éloigne, diminue ou s'annule. L'intensité moyenne de chaque courant induit augmente quand le déplacement ou la variation d'intensité croissent en grandeur et diminuent en durée. »

Il nous reste à énumérer les diverses méthodes expérimentales qui permettent de produire aisément des courants d'induction très-intenses.

II. **INDUCTION PAR LES BOBINES ET LES AIMANTS.** — La *fig.* 616 représente : 1° une bobine A composée d'un fil isolé très-fin, faisant un grand nombre de tours sur un cylindre de carton et dont les extrémités a, a' sont réunies par un galvanomètre G : c'est le circuit induit; 2° une seconde bobine B parallèle à la première dans laquelle on peut l'introduire; elle est formée par

un fil plus gros et moins long, dont on met les extrémités *b* et *b'* en relation avec une pile P : c'est la bobine inductrice; 3° un


Fig. 616.



noyau central C qui entre dans la bobine B, comme B entre dans A, et qui est constitué par un faisceau de cylindres de fer doux parallèles à l'axe.

1° On enlève le noyau ; alors on a en présence deux circuits composés chacun de fils circulaires parallèles et très-voisins, il est évident qu'ils agiront l'un sur l'autre comme des fils parallèles et rectilignes; mais ils agiront avec plus d'intensité, parce qu'ils sont plus longs et que l'effet est multiplié par le nombre des tours. 1° Si l'on éloigne brusquement la bobine B, on obtient dans A un courant direct très-court; si l'on approche B et qu'on l'introduise dans A, elle y développe le courant inverse. 2° On produit l'induction par variation d'intensité, en intercalant ou en supprimant brusquement une résistance additionnelle dans le circuit de la pile P au moyen d'un commutateur ou d'un rhéostat. 3° Enfin on développe dans la bobine induite des courants directs ou inverses par la troisième méthode, en annulant ou en établissant brusquement le courant inducteur au moyen d'un interrupteur. Cet appareil permet donc de vérifier toutes les lois de l'induction

produite par déplacement, par variation d'intensité et par cessation ou établissement du courant.

2° Une bobine est un solénoïde, et un solénoïde n'est rien autre chose qu'un aimant; on peut donc remplacer le circuit inducteur B par un barreau aimanté. Quand on introduit celui-ci dans la bobine A, il y développe un courant inverse qui a le pôle austral à sa droite; si l'on retire l'aimant, l'induction finissante est directe, et le courant qui naît est parallèle à ceux de l'aimant dont il a le pôle austral à sa gauche.

3° La bobine B, traversée par le courant de la pile, ayant été placée dans A, et le galvanomètre étant revenu au zéro, on introduit le noyau C : le fer doux s'aimante et produit une induction commençante ou inverse. En retirant ce noyau, on voit un courant direct se développer avec une très-grande intensité.

4° La dernière expérience prouve que la bobine B développe d'abord l'induction qui lui appartient en propre, qu'ensuite elle aimante le fer doux, lequel à son tour induit la bobine A. Ces deux effets s'ajoutent quand B et C sont solidaires et qu'on fait varier la distance ou l'intensité du courant inducteur B. La plus grande induction que l'on puisse obtenir aura lieu quand on fera agir sur A une bobine inductrice B enveloppant un fer doux C, et qu'on ouvrira ou qu'on fermera le circuit inducteur.

LOI DE LENZ. — En étudiant l'induction produite par déplacement, nous nous sommes contentés d'éloigner ou de rapprocher deux circuits dont les éléments les plus voisins restent parallèles; il faut maintenant généraliser ce cas trop restreint, et chercher ce qui arriverait entre un courant et un circuit fermé quelconques, auxquels on donnerait un déplacement relatif quelconque. Pour cela, remarquons d'abord qu'au moment où nous avons *rapproché* les deux bobines précédentes, les deux courants inducteur et induit étaient contraires; par conséquent ils se repoussaient et tendaient à s'*éloigner*. De même, en *éloignant* les deux circuits, les deux courants étaient parallèles, s'attiraient et tendaient à se *rapprocher*. On voit donc que l'action mécanique exercée par le courant induit sur le courant inducteur a pour effet de donner au premier un mouvement opposé à celui qui l'a fait naître. M. Lenz a fait la même remarque pour un grand nombre de cas diffé-

rents, et il a été conduit à formuler la loi suivante : « Toutes les fois qu'on produit un déplacement relatif entre un courant et un circuit fermé à l'état naturel, celui-ci est traversé par un courant d'induction qui réagit pour déterminer un mouvement inverse, ou, ce qui est la même chose, qui est inverse de celui qui produirait le même déplacement. »

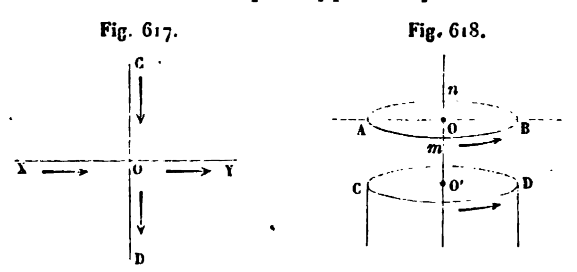
Prise dans sa plus grande généralité, la loi de M. Lenz conduit aux corollaires suivants :

1° Si un courant fixe imprime un mouvement quelconque à un autre qui est mobile, il se développe dans les deux conducteurs, par suite de leur déplacement, des courants induits opposés qui diminuent l'intensité des courants primitifs. L'effet du mouvement produit est donc le même que celui d'une résistance qu'on introduirait dans les conducteurs ou que celui d'une force électromotrice qui serait de signe contraire à celle de la pile employée.

2° Si un premier courant qui parcourt un conducteur mobile, prend un mouvement de rotation continue sous l'action d'un second courant qui est fixe, on développera dans la partie mobile un courant d'induction continu opposé au premier, en lui imprimant mécaniquement le même mouvement : c'est ce qui arrivera dans le conducteur horizontal OA (*fig.* 572, p. 215) si on lui donne un mouvement de rotation autour de O en présence d'un courant circulaire MM′ M″.

3° Un conducteur soumis à des conditions déterminées de déplacement n'éprouve aucune induction quand on le fait mouvoir devant un courant fixe par rapport auquel il est astatique.

Fig. 617. Fig. 618.



Exemples. — Un conducteur CD, qui se meut perpendiculairement à sa direction devant un courant indéfini XY, qui le coupe en deux parties égales (*fig.* 617);

Un conducteur circulaire AmBn mobile autour d'un axe vertical OO', devant un courant également circulaire et parallèle CD dont le centre est sur OO' (*fig.* 618), ou un solénoïde MN mobile autour de son axe AB sur lequel est placé un autre solénoïde fixe ou un aimant AB (*fig.* 619);

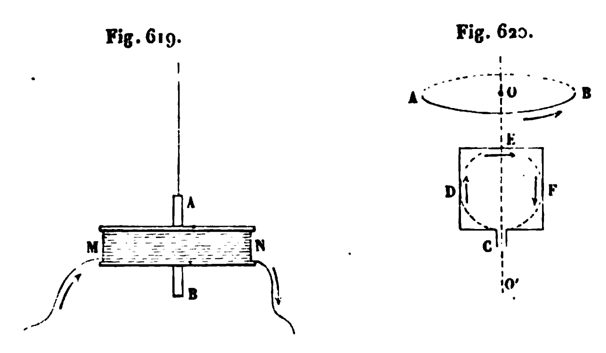


Fig. 619. Fig. 620.

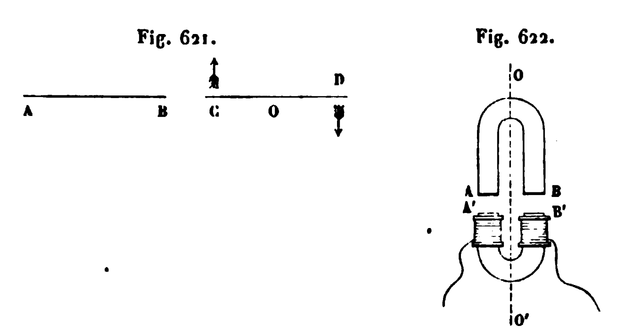
Un conducteur rectangulaire ou circulaire CDEF vertical et tournant autour de l'axe OO' qui passe par son centre, devant un courant circulaire horizontal AB, ou devant un solénoïde, dont l'axe coïncide avec OO' (*fig.* 620).

4° Il arrive souvent qu'un circuit fermé mobile autour d'un axe et traversé par un courant se fixe devant un système de courants ou d'aimants invariables dans une position déterminée, et qu'il se retourne de 180 degrés quand le sens de l'un des mouvements électriques change. C'est ce qui arrive pour un solénoïde CD en présence d'un aimant CD (*fig.* 621).

Supposons maintenant que le circuit mobile soit à l'état naturel et qu'on l'éloigne de la première position d'équilibre, il sera traversé par un courant induit qui l'y ramènerait. Si ensuite on le rapproche de la première position en l'éloignant de la seconde, on obtiendra un courant d'induction inverse du précédent. Il suit de là qu'en faisant tourner continûment ce circuit autour de son axe, il s'éloignera d'abord de la première position pour venir se confondre avec la seconde, puis il s'éloignera de celle-ci pour revenir à la première : par conséquent, le sens du courant changera à chaque demi-révolution au moment où le circuit passera par l'une ou l'autre de ses positions d'équilibre.

Exemples. — Un solénoïde CD (*fig.* 621) qui est à l'état naturel, qui est fermé et qui tourne autour de O dans le sens indiqué par les flèches, en présence d'un aimant ou d'un solénoïde AB, engendre, pendant la première demi-révolution, des courants parallèles à ceux de AB, et des courants inverses pendant la seconde.

Fig. 621. Fig. 622.



La même chose a lieu quand une spirale A'B' recourbée en U est mobile autour de OO' (*fig.* 622), devant un aimant en fer à cheval AB. Si cette spirale enveloppe un noyau de fer doux, l'aimantation qui se produit par le rapprochement ou l'éloignement, ajoute son effet à l'action des pôles A et B, et les courants qu'on obtient sont plus intenses. C'est sur ce principe que sont fondées les machines de Pixii et de Clarke, que nous étudierons dans la suite.

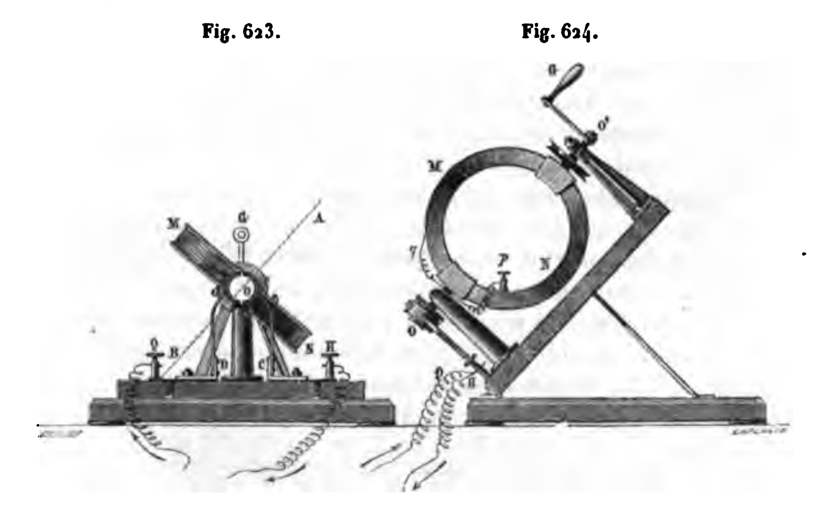
Un courant A*m*B*n* (*fig.* 618), mobile autour d'un axe AB, devant un courant circulaire CD, ou devant un aimant dont l'axe est vertical, se place parallèlement à CD; donc le circuit A*m*B*n*, quand il sera à l'état naturel et qu'il tournera autour de AB, sera traversé par des courants d'induction, qui changeront de sens toutes les fois qu'il passera par le plan parallèle à CD. Ce dernier exemple va nous permettre de produire des courants d'induction par le magnétisme terrestre.

III. **INDUCTION PAR L'ACTION DE LA TERRE.** — Pour produire ces courants, on peut employer l'appareil représenté (*fig.* 623 et 624) : il se compose d'un cadre MN sur lequel est enroulée une spirale de fils de cuivre, et qu'on fait tourner par une manivelle autour d'un axe OO'. On peut placer cet axe horizon-

talement, ou l'incliner par le moyen d'une charnière fixée à la base de l'appareil. Les deux extrémités *p* et *q* du fil aboutissent à un commutateur O (*fig.* 623) et deux languettes D*d*, C*c* pressent sur le contour de O. Si un courant de direction constante arrivait par QD*d* et sortait par *c*CH, il traverserait la spirale MN et changerait de sens à chaque demi-révolution; inversement, si un courant traversant MN change de sens à chaque demi-tour que fait l'axe, il prendra une direction constante dans le fil qui réunit les languettes, pourvu que celles-ci franchissent la ligne d'interruption du commutateur au moment précis où le sens du courant change dans MN.

Cela posé, plaçons l'axe OO′ horizontalement de l'est à l'ouest (*fig.* 623). Si MN était traversé par un courant, il se mettrait en équilibre sous l'influence de la terre, quand son plan serait perpendiculaire à la direction AB de l'aiguille d'inclinaison; par conséquent, si le circuit MN est à l'état naturel, il sera traversé par des courants induits quand on le fera tourner; ils changeront de sens à chaque demi-révolution quand MN traversera le plan perpendiculaire à AB, et si, à ce moment, la ligne d'interruption du commutateur coïncide avec les points

Fig. 623. Fig. 624.



de contact des deux languettes, il y aura une succession de courants de direction constante dans le fil qui réunit les pou-

pées Q et H, et un galvanomètre placé dans ce fil éprouvera une déviation permanente. C'est ce que l'expérience montre.

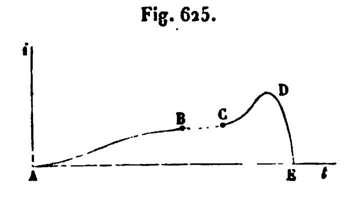
Mais si l'on incline l'axe OO′ et qu'on le mette parallèlement à l'aiguille d'inclinaison (*fig.* 624), MN sera un circuit astatique par rapport à la terre, et quand on le fera tourner on ne développera aucun courant induit : ce dont il est facile de s'assurer.

IV. INDUCTION D'UN COURANT SUR LUI-MÊME. — Quand, après avoir mis en contact les deux rhéophores d'une pile, on vient à les écarter l'un de l'autre, on voit apparaître entre eux, au moment même où on les sépare, une étincelle de rupture. Elle est faible et presque insensible, quand même le courant serait très-fort, si le circuit extérieur est formé par un fil court; mais elle devient grande, vive et bruyante, quand le fil est long, et surtout quand il est enroulé sur des bobines et qu'il y forme des tours nombreux et rapprochés. Dans ce cas, lorsqu'on tient dans chaque main les bouts des deux rhéophores, on reçoit une commotion très-forte au moment de la rupture. Il faut donc conclure que le courant qui a traversé des bobines éprouve, quand on l'interrompt, un renforcement subit qui lui permet de franchir sous forme d'étincelle la distance très-petite qui sépare les deux rhéophores qu'on sépare, ou les muscles du corps humain. C'est un effet d'induction qui a été découvert presque à la même époque par plusieurs physiciens, et dont Faraday a donné l'explication suivante.

Considérons en particulier deux des tours que le fil conducteur fait sur une bobine et supposons qu'ils soient très-rapprochés. Au moment où le courant s'établira dans l'un d'eux, il réagira sur le voisin et y développera un deuxième courant, induit, inverse, qui diminuera l'intensité du premier, puisqu'il marche dans le même circuit. Donc le courant total commence par être très-faible, puis il croît progressivement comme les ordonnées d'une courbe AB (*fig.* 625); ensuite il prend une intensité constante de B en C, et tant qu'il la conserve, il n'y a plus d'induction. Mais si l'on vient à rompre le circuit, chaque spire agit sur ses voisines pour y faire naître un courant induit direct qui s'ajoute au courant principal, et la somme de tous les deux produit un renforcement final CDE

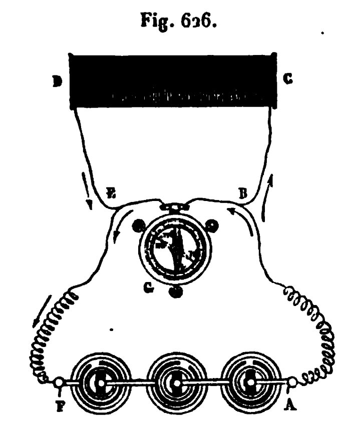
assez intense pour franchir la couche d'air interposée alors entre les conducteurs qu'on sépare : c'est ce qui produit une étincelle de rupture d'autant plus forte que le nombre des spires est plus grand, et c'est ce qu'on nomme l'*extra-courant*. Il y a donc, en résumé, trois périodes successives à considérer : la première d'établissement, pendant laquelle l'intensité croît comme si la résistance diminuait ; la deuxième d'état permanent ; la troisième finale, caractérisée par une brusque augmentation d'intensité, comme si la force électromotrice croissait.

Fig. 625.



Supposons que les deux bouts du conducteur, au lieu d'être isolés, soient tenus dans les deux mains ou réunis par un conducteur très-résistant. Au moment où, après les avoir laissés en contact pendant quelque temps, on vient à les éloigner l'un de l'autre, le courant principal éprouve un grand affaiblissement, puisqu'une résistance très-grande lui est opposée tout à coup ; alors l'induction finissante agit pour produire le renforcement CDE ; mais au lieu d'éclater dans l'air il se partage en deux courants dérivés, l'un qui donne une étincelle faible ou nulle, l'autre qui parcourt ou le corps humain qu'il ébranle, ou le conducteur résistant qui réunit les deux extrémités.

Fig. 626.



Faraday a justifié son explication par les expériences suivantes. Le courant d'une pile AF se divise en deux autres qui traversent, le premier une bobine CD (*fig.* 626), le second un galvanomètre G, dont l'aiguille *mn* se dévie d'une quantité stable jusqu'en *m'n'*. 1° Plaçons contre cette aiguille en *m'* un arrêt qui l'empêche de revenir au zéro et rompons le circuit en A ; puis, au bout d'un certain temps, rétablissons la communication. Dans la

première période d'établissement du courant, les choses se passent comme si la résistance de CD était d'abord très-grande et allait ensuite en diminuant; donc le courant dérivé qui traverse G doit être plus grand que dans la période d'état et l'aiguille doit être chassée au delà de $m'n'$, ce qui a lieu en effet.
2° Arrêtons au contraire l'aiguille en mn, au zéro, par un obstacle qui s'oppose à sa déviation vers $m'n'$. Quand le courant passera, elle sera pressée sur cet obstacle; quand il sera interrompu en A, le courant dérivé ABEF cessera; mais l'extra-courant de la bobine traversera le circuit fermé BCDEG et passera dans le galvanomètre de E en B, en sens inverse du courant dérivé qui chassait l'aiguille en $m'n'$; celle-ci recevra donc tout à coup une impulsion dans un sens opposé, et c'est ce qu'on observe.

QUANTITÉS ET TENSIONS DE L'ÉLECTRICITÉ DANS LES COURANTS INDUITS. — Il faut maintenant chercher à apprécier les quantités d'électricité mises en mouvement et les intensités des courants produits par l'induction. Cette question a été traitée d'abord par MM. Masson et Breguet au moyen de la machine suivante (*fig.* 627).

Un courant partant du pôle + d'une pile arrive par Dd dans une première bobine inductrice D' qui contient à son centre un paquet de fers doux destinés à augmenter son action; il revient par d' dans un rhéotome aa' et de là au pôle. — Par conséquent, il s'établit ou s'interrompt alternativement à des intervalles très-rapprochés quand on fait mouvoir la manivelle M.

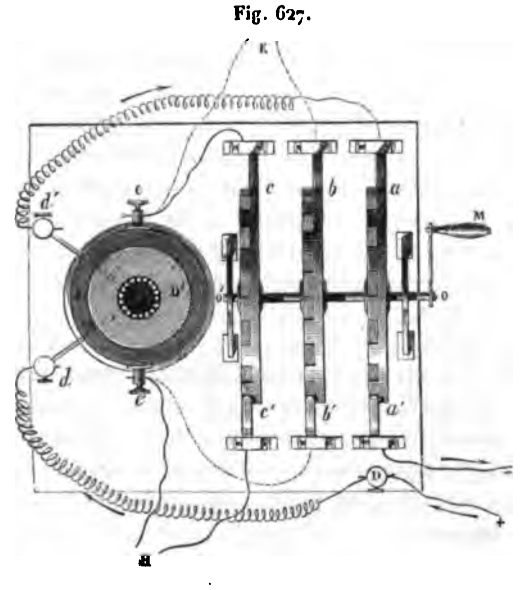
Toutes les fois qu'il s'établit, il détermine dans une deuxième bobine F, qui était composée de 1300 mètres de fils isolés, un courant d'induction inverse, qui va de e' en H, traverse un galvanomètre H, puis un deuxième rhéotome $c'c$ concordant avec le premier, et enfin le fil ce.

Toutes les fois que le courant inducteur est interrompu, il donne naissance à un courant induit direct, partant de e, suivant le conducteur ponctué eK, passant dans un troisième rhéotome bb' dont les dents étaient opposées à celles du premier, et revenant en e'.

On pouvait donc recevoir et étudier séparément ou les cou-

rants inverses en H, ou les courants directs en K. On pouvait aussi les recueillir tous à la fois par les fils *e'*H et *e*K à travers un même circuit dans lequel ils avaient des directions

Fig. 627.



alternativement contraires, mais qu'on rendrait identiques au moyen d'un commutateur qui n'est point représenté dans la figure.

Grâce à cet appareil, MM. Masson et Breguet ont découvert deux faits aussi importants l'un que l'autre : 1° Les deux fils qui amènent en K les courants directs produisent des étincelles à distance à travers l'air, chargent un condensateur et, dans l'œuf électrique, donnent naissance à une lueur qui peut atteindre 3 centimètres de longueur. Par conséquent, les courants directs acquièrent une tension bien autrement grande que celle qui est donnée par les piles, et suffisante pour produire tous les effets connus de l'électricité statique. 2° Les deux fils qui amènent en H les courants inverses, développent les mêmes effets, mais avec un degré d'énergie incomparablement moindre : cela veut dire qu'ils prennent une tension plus faible que les précédents. Nous allons chercher l'interprétation de ces faits.

Il est naturel de supposer que le voisinage d'un courant inducteur détermine dans un fil voisin un nouvel état d'équilibre des fluides électriques, état que Faraday appelle électrotonique, qui nous est tout à fait inconnu, mais qui doit persister pendant tout le temps que dure l'action qui le produit. Si cette hypothèse est fondée, il faut que l'établissement de cet état nouveau se révèle par un mouvement des fluides dans le fil, c'est-à-dire par un courant d'induction commençante. Au moment où l'action finit, le fil revenant à l'état naturel doit de toute nécessité être le siége d'un mouvement contraire, c'est-à-dire d'un courant d'induction finissante opposé au premier; et puisque la deuxième période défait ce que la première avait fait, les quantités d'électricité mises en circulation doivent être égales dans les deux courants. Pour préciser cette donnée vague, il faudrait définir l'état électrotonique, ce qu'on n'a pas fait jusqu'à présent; mais c'est déjà quelque chose que de prévoir : 1° une induction commençante que l'expérience montre inverse; 2° un état d'équilibre permanent pendant la durée de l'action; 3° une induction finissante nécessairement opposée à la première, c'est-à-dire directe; 4° cette condition nécessaire, qu'il doit y avoir autant d'électricité mise en jeu dans le premier que dans le dernier courant induit.

Commençons par vérifier ce dernier point. A cet effet et au moyen de la machine de MM. Masson et Breguet, dirigeons, comme le fit Matteucci, tous les courants directs et inverses à travers une dissolution de sulfate de cuivre, en faisant communiquer d'une manière permanente les deux poupées *e* et *e'* avec deux électrodes plongeant dans ce sel. Si les courants directs et inverses sont égaux en quantité, ils devront détruire leurs effets; or Matteucci a précisément constaté qu'ils ne produisaient aucune décomposition.

L'induction se produit à la fois et également sur tous les éléments du circuit qui l'éprouve; par suite, la quantité q d'électricité mise en mouvement est nécessairement proportionnelle à la longueur, c'est-à-dire à la résistance R de ce circuit. Les travaux de M. Felici ont prouvé qu'elle est également proportionnelle à l'intensité I du courant inducteur. On peut donc écrire, en représentant par K une fonction de la

distance des deux fils,

$$q = \text{KIR}.$$

Mais de ce que les courants directs et inverses contiennent des quantités d'électricité égales, il ne faut pas conclure que leurs intensités soient les mêmes : celles-ci dépendent du temps pendant lequel durent ces courants.

Supposons que d'abord on rapproche le fil induit du courant inducteur, les deux états d'équilibre du premier ne dépendent que de ses positions initiale et finale et nullement du temps t qu'il met pour passer de la première à la seconde; donc la quantité d'électricité q qui est contenue dans le courant induit ne varie qu'avec ces deux positions et ne change pas quand t change; mais elle se mesure par le produit du temps par l'intensité moyenne i du courant, et l'on a $q = it$. L'intensité moyenne est donc en raison inverse de t.

Inversement, si nous ramenons le fil induit à sa première position, il retourne à son état primitif; la même quantité q d'électricité circule en sens opposé; le courant qui manifeste ce retour aux conditions initiales dure pendant le temps t' que ce retour met à s'accomplir; il prend une intensité i', et l'on a $q = i' t'$. On pourra donc faire à volonté que le courant inverse ou le courant direct ait une intensité grande ou petite, il suffira de faire que sa durée soit petite ou grande.

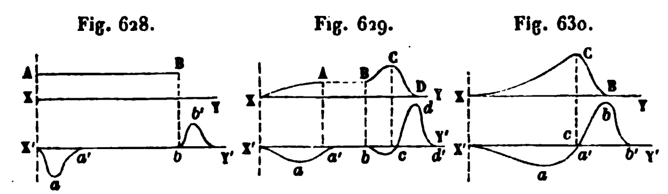
Les mêmes raisonnements s'appliquent à l'induction produite dans un fil par l'établissement et la cessation du courant dans un circuit inducteur voisin, et les intensités des deux courants inverse et direct seront en raison inverse de leurs durées t et t'. Il est probable que ces durées sont sensiblement les mêmes quand le fil inducteur est court et rectiligne; mais elles cessent de l'être lorsqu'il est long et replié en spirale, à cause des extra-courants qui se produisent au moment de la fermeture et de la rupture du circuit.

En effet, supposons (*fig.* 628) que dans le fil inducteur XY le courant s'établisse brusquement en prenant instantanément son intensité XA, la conservant pendant toute sa durée et la perdant brusquement, de sorte qu'elle puisse se représenter par les ordonnées de la droite AB, en prenant les temps pour abscisses ; les courants d'induction dans le fil X' Y' seront, l'un

inverse X′*aa′* en commençant, l'autre direct *bb′* Y′ en finissant, et leur durée sera vraisemblablement peu différente.

Mais si, comme cela a lieu surtout dans les circuits repliés en spirale et très-longs, le courant inducteur prend peu à peu son intensité constante de X en A (*fig.* 629), le courant induit inverse X′*aa′* dure pendant tout le temps *t* que cette intensité

Fig. 628. Fig. 629. Fig. 630.



croît, et ce temps est d'autant plus grand que le fil inducteur est plus long. Au moment de la rupture du circuit XY, l'effet de l'extra-courant est d'augmenter d'abord l'intensité de B en C et de la faire décroître ensuite très-brusquement de C en D; il en résulte une induction double dans X′Y′, c'est à-dire un courant inverse *bc*, et un courant direct *cdd′* : celui-ci contient une quantité d'électricité égale à celle que les deux autres X′*aa′* et *bc* possèdent à eux deux; mais sa durée *t′* est notablement plus petite que la somme des leurs. Enfin, si le courant inducteur ne reste établi que pendant un temps très-court, ce qui a lieu quand on emploie des rhéotomes, il croît peu à peu jusqu'à un maximum C (*fig.* 630), et cesse brusquement de C en B. Dans ce cas, les deux courants inverses de la figure précédente se réunissent en un seul X′*ac*, qui dure pendant le même temps *t* que le courant inducteur, et qui a une faible intensité, tandis que le courant direct *cbb′* conserve une durée *t′* toujours très-courte et prend une très-grande intensité. Cela conduit à cette première conclusion que *le courant direct d'induction finissante doit avoir une intensité plus grande que le courant inverse d'induction commençante.*

En continuant le même ordre de raisonnements, nous allons être amenés à d'autres conséquences aussi importantes. La quantité d'électricité q est, en général, égale à KIR, et pour le courant inverse elle est représentée par it : on a donc

$$\mathrm{KIR} = it.$$

Or pendant le temps t, le circuit induit se trouve dans le même état que si chacun de ses éléments était un couple de pile, et lui-même une pile d'une infinité de couples, dont la force électromotrice totale serait A et la résistance R; donc

$$i = \frac{A}{R},$$

et, par suite,

$$KIR = \frac{A}{R}t, \quad A = \frac{KIR^2}{t}.$$

On a de même pour le courant direct

$$A' = \frac{KIR^2}{t'},$$

ce qui veut dire que la force électromotrice de chacun des deux courants induits est *proportionnelle à l'intensité du courant inducteur, au carré de la résistance de la bobine induite, et en raison inverse du temps pendant lequel il dure.*

Et puisque le temps t' du courant direct est toujours très-petit et demeure vraisemblablement le même quel que soit R, tandis que la durée t du courant inverse augmente avec le nombre des spires et avec R, *la force électromotrice* A′ *du courant direct est toujours plus grande que* A, *celle du courant inverse, et le rapport de* A′ *à* A, *qui est égal à celui de t à t', augmente avec la longueur du fil induit.*

Nous avons jusqu'à présent supposé que le circuit induit était fermé. S'il était ouvert, l'induction agirait toujours et de la même manière; seulement, au lieu de produire un courant, elle ferait naître aux deux extrémités une différence de tension qui serait proportionnelle à A ou a A′, c'est-à-dire qu'elle serait proportionnelle à IR^2, en raison inverse de t ou de t', et par suite qu'elle serait plus grande pour le courant direct que pour le courant inverse. Par conséquent, si on recueille exclusivement au moyen d'un rhéotome les courants directs ou les courants inverses, *les deux extrémités du fil induit produiront tous les effets des conducteurs opposés d'une machine de Nairne, avec une intensité qui dépendra de* I *et de* R, *et qui sera plus grande pour les courants directs que pour les courants*

inverses. Cela explique les deux faits principaux découverts par MM. Masson et Breguet.

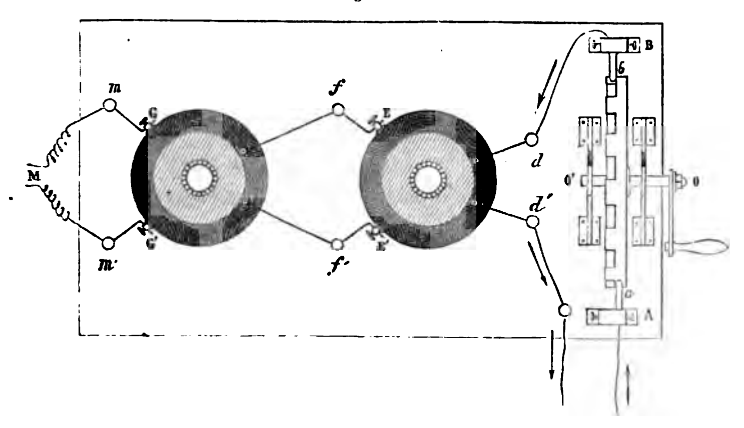
Si les deux extrémités du fil induit étaient séparées par une couche d'air très-mince, les deux courants pourraient la franchir, sous forme d'étincelle; si elle devenait plus grande, le courant inverse ne pourrait plus la traverser, mais le courant direct le ferait : c'est, en effet, ce que l'expérience confirme. Quand on emploie une machine analogue à celle de la *fig.* 627, et qu'on fait passer le courant induit d'abord à travers une couche d'air convenable, ensuite dans un voltamètre contenant du sulfate de cuivre, il se fait une décomposition dans le sens du courant direct, ce qui prouve que le courant inverse est annulé.

Quand l'interruption est assez résistante pour que ni l'un ni l'autre des courants ne puisse passer, voici quel est le mouvement électrique dans la bobine. Au moment de l'induction commençante, une différence de tension s'établit aux extrémités, mais, immédiatement après, l'action électromotrice cesse et les fluides séparés se recombinent à travers la bobine. Au moment où l'induction finissante se produit, il y a encore aux deux bouts du fil une différence de tension inverse de la précédente et plus grande qu'elle; mais elle disparaît de même aussitôt après. En définitive, il y a des tensions alternativement opposées et qui se détruisent pendant les intervalles qui s'écoulent entre leur production. Mais comme celles qui résultent des courants directs sont les plus grandes et se reproduisent à des époques très-rapprochées, un électromètre éprouve une action permanente.

V. **COURANTS INDUITS DE DIVERS ORDRES.** — Faisons passer le courant d'une pile d'abord à travers un rhéotome *ab*, destiné à l'interrompre et à le transmettre alternativement (*fig.* 631), ensuite dans la bobine intérieure *dd'* d'un appareil semblable à celui de MM. Masson et Breguet. Il déterminera dans la bobine extérieure EE' des courants induits inverses quand il commencera, et directs quand il finira. Ces courants sont dits *courants du premier ordre.* Dirigeons-les ensuite, comme précédemment le courant de la pile, dans une deuxième bobine intérieure *ff'*, ils engendreront dans la bobine envelop-

pante GG′ d'autres courants induits successifs qui sont du deuxième ordre. En multipliant le nombre des appareils, et les

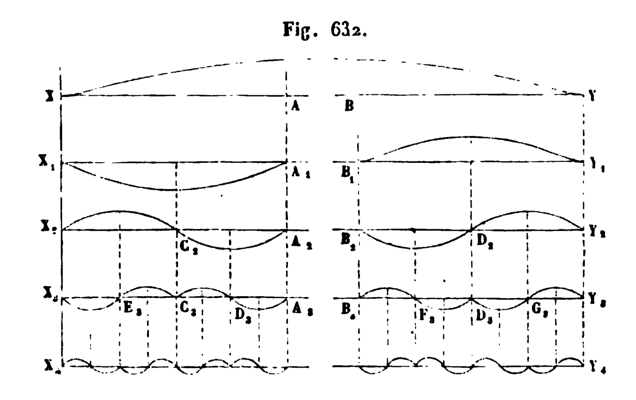
Fig. 631.



reliant de l'un à l'autre comme les deux premiers, on produira d'autres courants du 3ᵉ, 4ᵉ,..., *n*ᵉ ordre, dans la 3ᵉ, 4ᵉ,..., *n*ᵉ bobine extérieure.

Il est facile d'analyser ces phénomènes quand on suppose qu'il ne se produit aucun extra-courant dans les fils. Représentons (*fig.* 632) par les ordonnées d'une courbe XY les intensi-

Fig. 632.



tés de l'un des courants inducteurs envoyés par le rhéotome. Tant qu'elles augmenteront, elles donneront dans le fil du pre-

mier ordre X_1Y_1 un courant inverse X_1A_1; quand elles diminueront, elles en produiront un autre B_1Y_1 qui sera direct. Les deux courants X_1A_1, B_1Y_1 vont maintenant agir sur le fil du deuxième ordre X_2Y_2, comme XY agissait sur X_1Y_1, le premier en donnera deux X_2C_2, C_2A_2, le second en produira deux autres B_2D_2, D_2Y_2, et en répétant les mêmes raisonnements pour le troisième et le quatrième ordre, on arrive aux représentations graphiques dessinées en X_3Y_3 et en X_4Y_4. Chaque courant inducteur doit donc développer deux courants du premier ordre, $4 = 2^2$ du second, $8 = 2^3$ du troisième, et enfin 2^n du n^e ordre.

Quel que soit cet ordre, la loi de l'égalité des quantités d'électricité qui circulent dans un sens ou dans l'autre subsiste comme précédemment; car dans chaque bobine intérieure il y a pendant un temps donné le même nombre de courants dans les deux directions, et chacun d'eux détermine dans le fil qui l'enveloppe deux courants qui contiennent la même quantité d'électricité et qui circulent en sens opposé; d'où il suit qu'en recueillant en M (*fig.* 631), à travers du sulfate de cuivre, tous les courants qui sortent de la dernière bobine, on ne doit avoir aucune décomposition : ce qui se constate en effet.

Mais nous avons supposé que les fils des diverses bobines n'exerçaient aucune induction sur eux-mêmes : cela n'est jamais vrai. Par conséquent les durées et les intensités des courants successifs ne sont pas égales, comme la figure précédente le ferait supposer; et dans chacun des ordres d'induction, il y a toujours un sens pour lequel les courants durent moins et sont plus intenses que dans la direction contraire. Le raisonnement ne permet guère de prévoir quel est ce sens; mais l'expérience va nous le faire découvrir. On peut étudier ces courants par quatre procédés :

1° En les faisant passer à travers le corps humain : ils sont tous transmis successivement, et, possédant une grande force électromotrice, ils déterminent des commotions violentes;

2° En les dirigeant à travers un galvanomètre : ils ne produisent qu'un effet insensible; car l'aiguille, sollicitée à des intervalles successifs très-rapprochés par des courants contenant la même quantité d'électricité et de sens opposés, ne doit éprouver et n'éprouve qu'une action permanente faible;

3° En leur faisant traverser une spirale dans laquelle se trouve une aiguille d'acier qui s'aimante :

4° En plaçant un voltamètre à eau dans leur trajet.

Les deux derniers procédés méritent seuls de nous arrêter. Le troisième a été employé par M. Henri, de Princeton. Il est vraisemblable que l'aimantation du fer ne dépend pas seulement de la quantité d'électricité des courants qui la produisent, mais qu'elle devient de plus en plus énergique à mesure que l'intensité de ces courants augmente, à cause de la force coercitive qu'il faut vaincre. Si cela est, il y aura une aimantation définitive ; le pôle austral sera à la gauche des courants qui seront les plus intenses, et en observant de quel côté est ce pôle, on conclura le sens de ces courants prédominants. Voici ce que M. Henri a trouvé :

COURANT INDUCTEUR.	COURANTS INDUITS.				
	1er ordre.	2e ordre.	3e ordre.	$2n$e ordre.	$(2n+1)$e ordre.
Direct.	Direct.	Inverse.	Direct.	Inverse.	Direct.

Mais comme, au moment où ces expériences ont été faites, on ne se rendait pas un compte bien exact de ces actions très-multiples, on pouvait croire que tous les courants d'un ordre élevé se résumaient en un seul, d'une direction unique. Verdet fut alors conduit à les faire passer à travers un voltamètre, et il constata qu'à chacun des pôles il se dégageait à la fois de l'hydrogène et de l'oxygène : ce qui prouve qu'en réalité il y a des courants successifs, et que l'aimantation observée par M. Henri n'est produite que par la différence des effets de deux successions de courants opposés, contenant la même quantité d'électricité, mais inégalement intenses.

Masson reprit ensuite cette même question, et il confirma les conclusions de Verdet. Quand il prenait des électrodes très-fines formées par une pointe de platine enchâssée dans du verre, elles ne se polarisaient pas et chacune dégageait 2 volumes d'hydrogène et 1 volume d'oxygène : ce qui prouve que les quantités d'électricité sont égales dans les deux sens. Il fit ensuite usage d'un artifice déjà employé par Verdet, qui consiste à interrompre la communication par un petit intervalle d'air que l'électricité était obligée de franchir sous

forme d'étincelles, et qui arrêtait le courant le moins intense en laissant passer le plus fort; alors celui-ci seul produisait la décomposition de l'eau : il n'y avait plus qu'une espèce de gaz à chaque électrode, et le sens du courant qui avait passé fut précisément celui qui avait été déterminé par les expériences de M. Henri.

VI. **INDUCTION PAR L'ÉLECTRICITÉ STATIQUE.** — C'est Masson qui a découvert, en 1834, l'induction développée par la décharge des bouteilles de Leyde. Beaucoup de physiciens ont ensuite étudié cette question; mais nous ne parlerons que des recherches de Verdet et de celles que Masson a reprises à une époque plus récente.

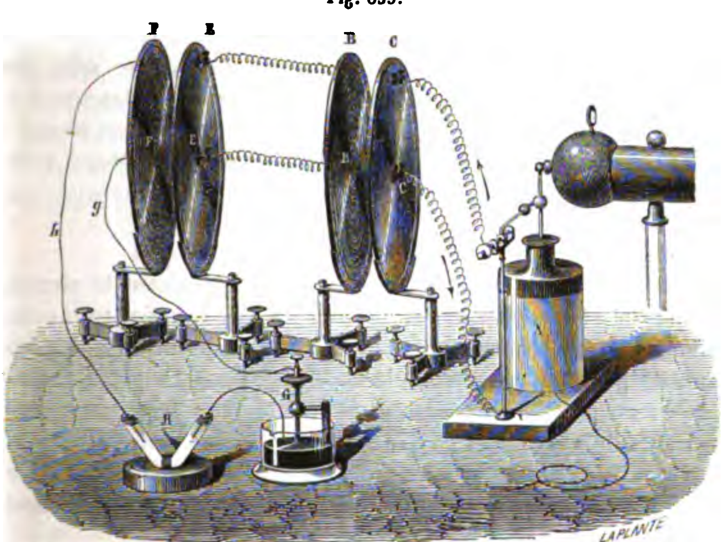
La décharge d'une batterie électrique étant un véritable courant, toute bobine soumise à son influence doit être traversée par deux courants, l'un inverse, d'induction commençante, l'autre direct, d'induction finissante, tous deux égaux en quantités et probablement différents en tension; mais comme leur durée totale est sensiblement égale à celle de la décharge, qui est extrêmement petite, il était difficile de constater leur existence et de les comparer.

Verdet charge avec une machine électrique la batterie A (*fig.* 633), qui est posée sur un sol conducteur et qui est munie du micromètre de Lane à l'extrémité d'une tige isolante, de façon qu'elle se décharge d'elle-même aussitôt qu'elle atteint une tension suffisante; alors elle produit un courant qui circule en CC, dans une spirale de fils de cuivre isolés à la gomme laque et appliqués sur un disque de verre. Cette spirale développe les phénomènes d'induction dans une autre, BB, qui est placée en regard et tout près d'elle. BB communique avec une troisième spirale EE, qui à son tour induit la quatrième FF. On peut se contenter des deux premières pour étudier les courants du premier ordre, ou bien en réunir 2, 3,..., couples si l'on veut examiner l'induction du 2e, 3e,... ordre.

Pour constater l'égalité des quantités d'électricité mises en mouvement dans les deux sens, Verdet réunit les extrémités *g* et *h* de la dernière spirale avec un voltamètre H qui contient de l'iodure de potassium. Il n'y a point de décomposition apparente; mais pour s'assurer par une épreuve plus délicate

qu'il ne s'en est produit aucune, Verdet enlève le vase **H**, et mettant ses électrodes en communication avec un galvanomètre sensible, il constate qu'il n'y a point de courant appréciable : cela veut dire que ces électrodes n'étaient point polarisées, et qu'il n'y a conséquemment aucun excès en quantité

Fig. 633.



des courants induits qui vont dans un sens sur ceux qui vont dans l'autre.

Verdet mit ensuite dans le trajet des fils *g* et *h* un vase **G** rempli de mercure et où les courants arrivaient par une vis relevée au-dessus du niveau ; ils traversaient ainsi un intervalle d'air sous forme d'étincelles, et ceux qui sont les moins intenses devaient être arrêtés quand la résistance introduite était suffisamment grande. On put constater qu'alors les lames de platine étaient fortement polarisées dans le voltamètre **H**. Le sens de cette polarisation fit connaître la direction des courants dont l'intensité était la plus grande : c'est celle du courant direct dans le premier ordre, inverse dans le second, etc. Il n'y a donc aucune différence entre l'induction par les décharges et l'induction par les courants des piles.

Masson a chargé la batterie A par une puissante machine d'induction de Ruhmkorff, à l'aide d'un procédé que nous ferons bientôt connaître, qui permet d'obtenir des décharges nombreuses, se succédant très-rapidement, et des courants induits assez intenses et assez répétés pour décomposer l'eau dans un voltamètre : les expériences étaient d'ailleurs disposées comme celles de Verdet. Quand on opérait sans le vase G, les deux cloches du voltamètre contenaient à la fois l'hydrogène et l'oxygène en proportions atomiques, ce qui prouve que les deux espèces de courants sont égaux en quantité. Lorsqu'il y avait en G un intervalle d'air à franchir, les gaz étaient séparément transportés à chaque pôle. Alors un seul des deux courants était transmis, et c'était celui qui a été indiqué par M. Henri.

INFLUENCE DES DIAPHRAGMES. — Si l'on place entre le circuit inducteur et la bobine induite une spirale fermée, tout courant inducteur commençant ou finissant engendrera des courants de premier ordre dans la bobine et dans la spirale interposée ; mais celle-ci réagissant sur celle-là, y fera naître des courants de second ordre. L'effet sur la bobine sera donc complexe, puisqu'il sera la superposition des courants de premier ordre produits par le fil inducteur, et des courants de second ordre déterminés par la spirale.

La même chose a lieu si l'on remplace la spirale par des tubes ou par des corps conducteurs qui deviennent le siége de courants de premier ordre circulant dans leur masse ; mais rien n'est changé aux effets primitifs si la spirale n'est pas fermée, ou si les tubes sont fendus longitudinalement, ou s'ils sont isolants, parce que les courants de premier ordre ne peuvent circuler ou ne peuvent se produire, et qu'ils ne font naître aucun courant de second ordre dans la bobine.

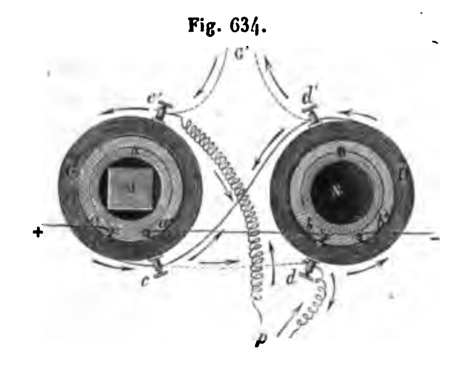
Lorsqu'on cherche à prévoir l'effet de ces interpositions, on conçoit que si le circuit inducteur est alternativement fermé et ouvert, les courants d'induction du premier et du second ordre se succéderont dans la bobine suivant des directions alternativement opposées, et mettront en mouvement les mêmes quantités d'électricité dans les deux sens ; d'où il suit que leur superposition déterminera également des courants

alternativement contraires, et satisfaisant à la même condition d'avoir autant d'électricité les uns que les autres; c'est ce que l'on constate en les faisant passer dans un galvanomètre ou dans le sulfate de cuivre, où ils ne produisent aucun effet permanent.

Mais il est certain que les intensités et le mode de succession des courants qui naissent dans la bobine induite seront changés par l'interposition de la spirale, que leurs quantités d'électricité ne seront plus les mêmes qu'auparavant et que tous leurs effets seront altérés. Le raisonnement ne permet pas de prévoir ces modifications : il faut les étudier par l'expérience.

On doit à M. Dove un appareil ingénieusement disposé pour atteindre ce but. Il est représenté en coupe (*fig.* 634). *a*A*a'*,

Fig. 634.



*b*B*b'* sont deux bobines inductrices creuses, identiques et traversées dans le même sens par le même courant inducteur + *a*A*a'b*B*b'* —, qu'on lance et qu'on interrompt par un rhéotome. Elles sont enveloppées de deux bobines induites, elles-mêmes identiques, *c*C*c'*, *d*D*d'*. Celles-ci peuvent être réunies par leurs extrémités semblables *c* et D au moyen d'un fil représenté par une ligne ponctuée, pendant que c' et *d'* communiquent de même en G'; alors elles sont toutes deux au même moment traversées par des courants induits de même sens $\underrightarrow{c'Cc}$, $\underrightarrow{d'Dd}$. Mais elles peuvent être aussi réunies par leurs extrémités opposées, en joignant *c* et *d'* d'une part, *c'* et *d* de l'autre par les conducteurs figurés en lignes pleines. Dans ce cas, chacune d'elles développe des courants qui les traversent

toutes deux, qui au même moment sont contraires et qui sont →$pc'Ccd'Ddp$ pour la première, et ←$pc'Ccd'Ddp$ pour la seconde. D'ailleurs ces courants sont égaux, à cause de l'identité des deux bobines doubles; ils se détruisent, et ne produisent aucun effet si l'on place en p, ou un galvanomètre, ou un voltamètre, ou une spirale à aimantation, ou une portion d'un muscle vivant.

Cela étant, quand on introduit en M, dans l'intérieur de la première bobine, une spirale fermée, ou un tube métallique, ou une masse conductrice quelconque, l'expérience prouve qu'on affaiblit les courants induits dans C, sans diminuer ceux de D, qui alors prédominent, et la différence entre ceux-ci et ceux-là produit en p, toutes les fois qu'on ouvre ou qu'on ferme le circuit inducteur, ou la déviation d'un galvanomètre, ou des actions chimiques, ou l'aimantation d'une aiguille, ou des commotions dans les muscles. On reconnaît, de plus, que le courant différentiel observé en p a plus d'intensité que de quantité, car il détermine de fortes commotions et une aimantation énergique, mais peu de déviation galvanométrique et d'action chimique, ce qui prouve que l'introduction de la masse M diminue l'intensité des courants induits en C, plus qu'elle n'affaiblit leur quantité.

Ces courants différentiels sont nuls et très-faibles quand la masse M n'a point ou n'a que peu d'action sur les courants induits; c'est le cas où elle est formée par une spirale ouverte, ou par un tube fendu, ou par des fils conducteurs réunis en faisceau, ou par des substances isolantes.

Ces résultats ont conduit M. Dove à analyser le rôle des fers doux que l'on place dans les bobines pour augmenter l'induction. On peut rationnellement prévoir que leur rôle est multiple : 1° le fer s'aimante, et par cela même il augmente à la fois la quantité et la tension des courants induits; 2° il est induit comme tous les métaux, et par là il réagit sur la bobine induite et diminue la quantité, mais surtout l'intensité des courants qui la traversent.

D'après cela, supposons que le fer introduit en M soit composé de fils très-fins et isolés les uns des autres, ils produiront peu d'effet inducteur, mais beaucoup d'effet magnétique, et ils augmenteront à la fois la tension et la quantité des courants

dans C; mais si le fer, au lieu d'être en fils, est en gros barreaux sans solution de continuité, il augmentera, par son effet magnétique, la tension et la quantité, et par la réaction d'induction il diminuera beaucoup la tension : les courants produits auront donc moins d'intensité que dans le cas précédent.

C'est ce qu'on peut montrer par une épreuve saisissante : on met en M un barreau de fer, et on introduit un à un en N des fils de fer très-fins, jusqu'à annuler les courants différentiels : on trouve qu'il en faut 110 pour que ces courants deviennent insensibles au galvanomètre, c'est-à-dire pour qu'ils soient égaux en quantité; mais il n'en faut que 40 pour détruire les commotions, c'est-à-dire pour que la tension soit sensiblement la même.

La conséquence qu'il faut tirer de ces expériences est que, pour atteindre le maximum d'effet en quantité et en tension, il faut placer dans les bobines inductrices non pas des masses de fer, mais des fils fins et isolés réunis en faisceaux.

SOIXANTE-QUATORZIÈME LEÇON.

DE L'INDUCTION (Suite).

Induction dans les masses métalliques en mouvement. — Magnétisme de rotation. — Expériences de Gambey, d'Arago, d'Herschel et Babbage, de Faraday. — Explication de ces faits. — Analyse des courants dans un disque en mouvement.

Électromoteurs fondés sur l'induction. — Machine de Clarke. — Machines de Nollet, de Wilde, de Siemens, de Wheatstone. — Machine de Ruhmkorff. — Condensateur. — Interrupteur de Foucault. — Stratification de la lumière. — Composition de l'étincelle d'induction. — Actions magnétiques.

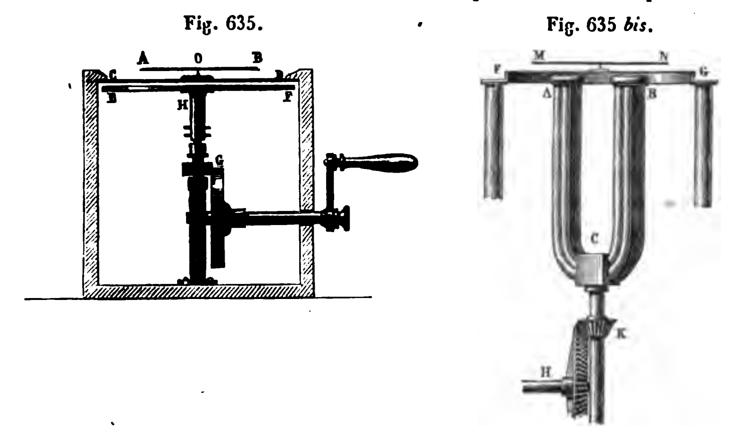
INDUCTION DANS LES MASSES MÉTALLIQUES EN MOUVEMENT.

MAGNÉTISME DE ROTATION. — Gambey décrouvrit en 1824 qu'une aiguille aimantée qui oscille sous l'influence terrestre revient au repos beaucoup plus rapidement quand elle est suspendue au-dessus et très-près d'une masse considérable de cuivre, que si elle en est éloignée. Arago traduisit immédiatement cette expérience en disant qu'elle prouve l'existence d'une force qui agit entre l'aiguille et le métal, qui est opposée à leur mouvement relatif et qui peut se comparer à la résistance produite par un frottement. Cette interprétation le conduisit à penser que si l'on faisait tourner la masse de cuivre autour d'un axe dirigé suivant le pivot de l'aiguille, on développerait ce frottement fictif, et qu'on entraînerait l'aiguille dans le même sens que le métal : conséquence vérifiée par l'expérience suivante.

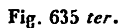
La *fig.* 635 représente une boîte cubique de bois, fermée à sa face supérieure par une peau tendue CD, au centre de laquelle on pose le pivot O d'une aiguille aimantée AB. EF est un disque de cuivre fixé à un axe HC qu'on met en mouvement par deux roues d'engrenage et par une manivelle. Lorsque EF tourne lentement et uniformément, l'aiguille se dévie d'un angle constant; la déviation augmente avec la vitesse de rotation, et quand celle-ci est suffisamment grande, l'aiguille se met à tourner dans le même sens que le disque.

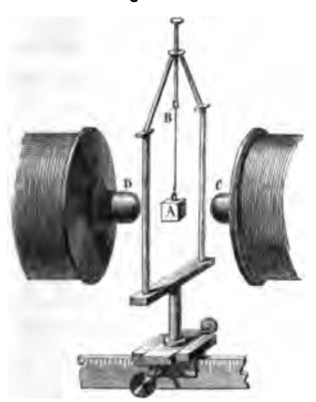
MM. Babbage et Herschel, au lieu de suspendre une aiguille au-dessus d'un disque en mouvement, placèrent en équilibre

Fig. 635. Fig. 635 *bis*.



sur un pivot central un disque de cuivre MN (*fig.* 635 *bis*), au-dessus d'un aimant ACB qu'ils faisaient tourner au-dessous de la membrane FG : cette expérience est l'inverse de la précédente. Le raisonnement qui avait guidé Arago montre encore ici que le disque doit suivre le mouvement, et l'expérience confirme le raisonnement.


Fig. 635 *ter*.



Enfin de même que MM. Herschel et Babbage avaient renversé l'expérience d'Arago, de même Faraday renversa celle de Gambey. Puisque la présence d'une masse métallique en repos arrête les oscillations d'une aiguille aimantée, il faut que le voisinage d'un aimant immobile arrête le mouvement d'un métal tournant. Pour vérifier cette induction, Faraday suspendit à un fil tordu B un tube de cuivre A, qui était placé entre les pôles D et C d'un électro-aimant énergique, et qui se mettait à tourner rapidement autour de son axe de suspension quand on laissait le fil se détordre (*fig.* 635 *ter*). Il vit le cube s'arrêter instantané-

ment, quelle que fût sa vitesse, aussitôt qu'il aimantait le fer doux, et reprendre son mouvement aussitôt qu'en ouvrant le circuit inducteur il ramenait le fer à l'état naturel.

Les mêmes phénomènes se produisent quand on remplace l'aimant par un solénoïde, ou par une bobine de fils.

Toutes ces expériences ne sont évidemment que des moyens divers de constater une même action ; elles peuvent se résumer par une loi générale, qui est celle-ci : « Toutes les fois qu'un aimant ou un solénoïde est en présence d'une masse métallique continue, et qu'on donne à l'aimant et au métal un déplacement relatif, il se produit une force qui tend à empêcher ce déplacement, c'est-à-dire à arrêter celui des deux corps que l'on a fait mouvoir, ou à entraîner celui que l'on n'a pas mis en mouvement. »

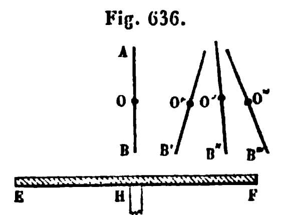
A l'origine on ne connaissait aucune classe d'actions à laquelle on pût rapporter ces phénomènes; on les désignait sous le titre assez mal choisi de *magnétisme en mouvement;* et dans l'ignorance où l'on était de leur cause, la seule chose qu'il y eût à faire était d'en étudier expérimentalement les lois. Arago commença par chercher la direction des forces qui sollicitent l'aiguille.

1° L'expérience primitive (*fig.* 635) montre que cette aiguille est sollicitée perpendiculairement à sa direction par une composante horizontale y agissant dans le sens du mouvement.

2° Il existe une composante verticale répulsive z, car en suspendant une aiguille au plateau d'une balance, au-dessus du disque EF, elle diminue de poids quand on le fait tourner.

3° Enfin il y a une troisième composante x, dirigée suivant les rayons du disque tournant, car une aiguille d'inclinaison qui est mobile dans un plan normal au méridien magnétique, et qui doit être verticale, se déplace généralement quand le disque EF tourne. Elle reste verticale en OB au-dessus du centre (*fig.* 636); elle se rapproche de ce centre en O'B'; redevient verticale en O''B'' à une certaine distance du bord, et plus loin elle prend une inclinaison opposée. Cela prouve que la troisième composante x est attractive, nulle et répul-

Fig. 636.

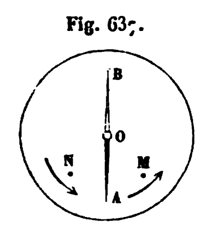


sive suivant la distance du pôle B au centre de rotation. La résultante de ces trois forces perpendiculaires est évidemment dirigée dans l'angle trièdre qu'elles forment.

C'est là tout ce que ces expériences ont appris sur ce sujet. La question ne fit aucun progrès jusqu'au moment où Faraday eut découvert l'induction; mais à partir de cette époque, la cause du magnétisme de rotation devint évidente, et toutes les circonstances de l'expérience purent être éclaircies.

EXPLICATION. — Nous savons, en effet, surtout depuis les expériences de M. Henri et de M. Dove, qu'une masse continue de métal est induite par un solénoïde ou par un aimant voisin. Par conséquent, dans les phénomènes que nous étudions, l'aimant détermine nécessairement des courants d'induction dans le disque, quand il se meut en présence de celui-ci, ou quand, inversement, celui-ci se déplace par rapport à lui. Nous savons en outre que ces courants induits tendent à détruire par leur réaction électrodynamique le mouvement qui leur a donné naissance; ils agissent donc comme le ferait un frottement. D'où il résulte que la loi établie par Arago à propos du magnétisme de rotation est précisément la même que la loi de M. Lenz, et que l'induction explique en deux mots les expériences de Gambey, d'Arago, d'Herschel et Babbage, et de Faraday. Reprenons chacune d'elles en particulier.

Fig. 637.



1° Soit AB (*fig.* 637) l'aiguille de Gambey, et supposons que dans l'une de ses oscillations elle aille suivant les flèches de N en M. En s'approchant de la partie M, elle y développe des courants qui la repoussent, en s'éloignant de N elle en fait naître qui l'attirent, donc le disque agit pour la ramener au repos.

2° Si la masse métallique tourne de N vers M, et que l'aiguille soit fixe, il repoussera par induction les points tels que N, qui s'approchent de A, et attirera M, qui s'en éloigne : donc le mouvement du métal s'arrêtera, comme le montre l'expérience de Faraday.

3° MM. Herschel et Babbage font tourner l'aimant avec une force continue, alors le pôle A repousse avec une force con-

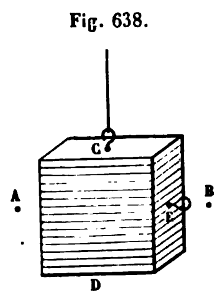
tinue les points M vers lesquels il marche, et attire les parties N dont il s'éloigne; par suite, il entraîne le métal avec lui.

4° Enfin dans l'expérience d'Arago, c'est le disque qui reçoit un mouvement continu de N en M. N s'approche de A et le repousse, M s'en éloigne et l'attire; donc A se déplace dans le même sens que le disque.

Si cette explication est vraie, toutes les circonstances qui favorisent l'induction augmenteront la réaction dynamique, et toutes celles qui diminuent celle-là feront décroître celle-ci. On sait que l'induction est plus considérable dans les corps bons conducteurs que dans ceux qui le sont moins, et qu'elle est nulle dans les substances isolantes : or Arago a précisément constaté que l'entraînement de l'aiguille se fait avec une force qui décroît en même temps que la conductibilité du disque tournant et qui s'annule quand ce disque est de verre. M. Dove a montré que l'induction est nulle sur un tube fendu qu'on introduit dans une bobine; Arago, qui semble avoir pressenti cette circonstance, avait fait scier un disque, de manière à le diviser en six secteurs égaux, n'adhérant entre eux que par leur sommet, et leur effet sur l'aiguille était devenu nul; mais il se rétablissait, bien que moins énergiquement, quand on remplissait de soudure les solutions de continuité.

Voici enfin une dernière conséquence et une dernière vérification de cette théorie. Quand un circuit assujetti à se mouvoir autour d'un axe est astatique par rapport à un aimant voisin, on peut le faire tourner sans y développer aucun courant d'induction, par conséquent sans que l'aimant agisse pour arrêter le mouvement; c'est ce que prouve l'expérience suivante, imaginée par Matteucci. Il prépare un cube avec des lames de cuivre parallèles, séparées par des feuilles de papier (*fig.* 638), et il le suspend par un crochet C, entre les pôles d'un électro-aimant, pour remplacer le cube massif A (*fig.* 635 *ter*) de l'expérience de Faraday. Les courants qui pourraient circuler dans les lames de cuivre sont nécessairement horizontaux et astatiques par rapport à ceux de l'aimant qui sont verticaux : d'où il résulte que le cube tourne

Fig. 638.



avec une vitesse qui ne se ralentit point quand on aimante subitement l'électro-aimant. Mais si on le suspend par le crochet E, les lames deviennent verticales et peuvent transmettre des courants qui cessent d'être astatiques; alors elles s'induisent sous l'influence de l'aimantation, et leur mouvement de rotation s'arrête aussitôt qu'on la développe.

C'est à Faraday que l'on doit d'avoir expliqué par l'induction les phénomènes du magnétisme de rotation; mais il ne s'est point contenté de montrer combien cette explication est plausible, il s'est appliqué encore à prouver que des courants circulent en réalité dans les disques qu'on met en mouvement. Nous allons le suivre dans cette nouvelle étude.

ANALYSE DES COURANTS DANS UN DISQUE EN MOUVEMENT. — Rappelons d'abord l'expérience de la roue de Barlow. Si un pôle austral A est placé sous le disque EE'FF' (*fig.* 639), et qu'un courant aille de O en E, il fera tourner ce disque de manière à placer le pôle austral à sa gauche, par conséquent dans le sens EE'.

Fig. 639.

Si donc on fait directement tourner ce disque de E en E', au moyen d'une manivelle ou d'un ressort, on y développera un courant induit opposé qui sera continu et marchera de E en O, c'est-à-dire de la circonférence au centre. Il irait du centre à la circonférence dans le cas où le mouvement serait contraire. Enfin si au-dessus du disque se trouve un pôle boréal opposé à A, il produira un effet égal à celui du pôle austral que nous venons de supposer au-dessous, et les deux actions s'ajouteront.

Pour justifier expérimentalement cette conséquence, Faraday a placé le disque entre les pôles d'un électro-aimant, que nous supposerons projetés en A, et il l'a fait tourner autour de l'axe O. Il mettait cet axe en communication permanente avec un des bouts d'un galvanomètre, dont l'autre extrémité se terminait par un ressort appuyé et frottant sur le bord du disque en E.

Il a aisément constaté l'existence d'un courant allant de E en O quand le disque tournait de E en E', et qui changeait de direction avec le sens du mouvement.

Laissant le pôle austral en A, plaçons maintenant un pôle boréal en B, au-dessous du même disque. En répétant le même raisonnement pour ce pôle B, nous voyons qu'un courant allant de E en O placerait B à sa droite et ferait tourner le disque dans le sens FF' ou EE'. Par conséquent ce mouvement développera dans OF un courant opposé allant de O en F. Ainsi les deux pôles A et B donneront deux courants, l'un de E en O, l'autre de O en F, et qui se prolongeront. On les constate en appuyant sur les points E et F les deux bouts du galvanomètre.

Il est clair que ce courant d'induction EF devra se compléter dans la masse du disque en se bifurquant symétriquement, à partir de F, en deux branches qui viendront se réunir en E. Mais l'expérience seule pouvait indiquer leur marche, et c'est Matteucci qui en dernier lieu l'a complétement déterminée.

Il faisait tourner au-dessus d'un électro-aimant, dont les pôles étaient en A et B, un disque horizontal de cuivre sur la surface duquel il promenait les deux extrémités d'un galvanomètre; elles servaient de sondes pour reconnaître les courants du disque, car si elles se trouvent dans la direction de l'un d'eux, elles recueillent un courant dérivé qui dévie l'aiguille, surtout si le galvanomètre est à fils gros et courts. Soient M et N les deux points touchés. Lorsque les tensions déterminées en ces points par les courants qui y passent seront égales, aucun courant dérivé n'apparaîtra; mais quand, laissant fixe le point M, on place la deuxième sonde en un point N' voisin de N, il aura une tension plus grande ou plus petite que M, s'il est d'un côté ou de l'autre de l'arc MN, et dans les deux cas il y aura dans le galvanomètre des courants opposés. On peut donc aisément déterminer la direction des arcs MN par l'expérience, puis rapporter les points touchés à deux axes rectangulaires, l'un EF, l'autre CD, et enfin tracer les courbes d'égale tension ou de courants nuls. Voici maintenant le résultat de ces déterminations.

Quand la vitesse n'est pas trop grande, tout est symétrique par rapport aux axes CD et EF; il suffit donc de marquer les lignes d'égale tension dans un seul des quatre quadrants : on

les a représentées par des lignes pleines dans l'angle COE. L'une d'elles est l'axe CD; il y en a une autre qui est circulaire et passe par A et B, puis elles changent de forme à mesure qu'on s'éloigne de A.

On conçoit maintenant que si l'on mène les trajectoires orthogonales de ces lignes, elles indiqueront la direction des courants maxima qui traversent la plaque. On les a représentées par des lignes ponctuées; l'une d'elles, déjà reconnue par Faraday, est l'axe EF.

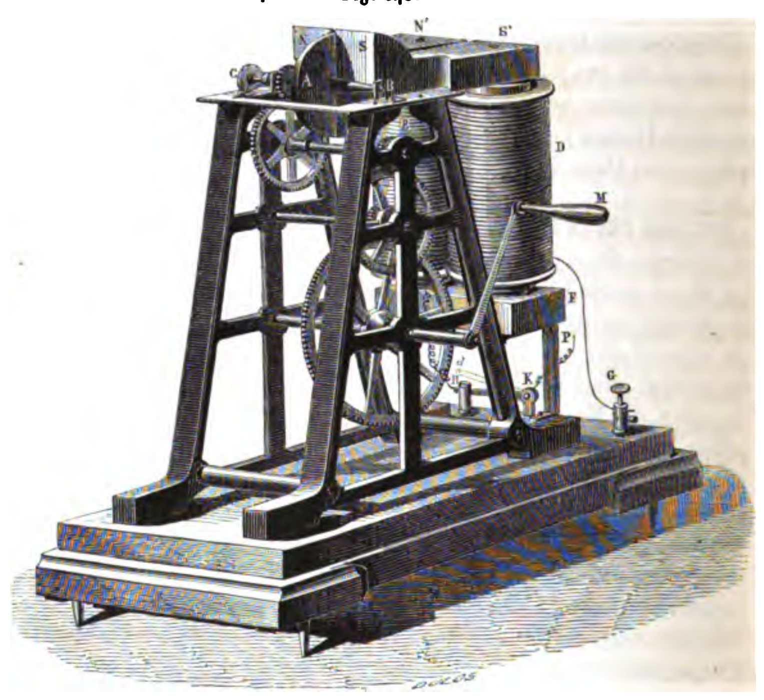
RETARD DES COURANTS INDUITS. — Toute action physique exige un temps déterminé pour se transmettre et se développer. Il est donc probable que les courants d'induction, au lieu de se produire au moment même où agit l'action inductrice, sont en retard sur elle. C'est ce que Faraday avait formellement reconnu, mais c'est ce qui résulte très-clairement des expériences de Matteucci. Nous venons de dire que la ligne des pôles AB était un axe de symétrie pour les courants qui naissent dans la plaque. Cela est approximativement vrai quand la vitesse n'est pas considérable; mais, à mesure qu'elle augmente, on voit cet axe de symétrie s'écarter dans le sens du mouvement, se placer en E'F', et faire avec EF un angle qui augmente avec la vitesse. Or c'est précisément à cause de ce déplacement de EF qu'un aimant AB suit le mouvement du disque dans l'expérience d'Arago; car si les courants développés étaient symétriques à droite et à gauche de AB, ils agiraient également dans les deux sens, et l'aimant resterait immobile.

Quand on a terminé l'analyse d'un phénomène, il est toujours utile de le reconstituer par la synthèse. Matteucci a eu cette heureuse idée. Il a placé sur un disque de cire des fils de cuivre dans les positions figurées en lignes ponctuées, et il les a fait traverser par des courants. Il constitua ainsi de toutes pièces un ensemble de courants immobiles, identiques à ceux que le mouvement du disque engendre dans son intérieur en présence d'un aimant. Dès lors si leur axe de symétrie est en E'F', et qu'on mette au-dessous une aiguille aimantée en AB, elle devra, comme dans l'expérience d'Arago, être attirée vers E'F'. C'est en effet ce qui est arrivé.

Nous terminerons ce sujet en rappelant une belle expé-

rience que l'on doit à Foucault. Voici les faits qu'on observe (*fig.* 640) : 1° on met en mouvement le disque A, et

Fig. 640.



il s'arrête brusquement aussitôt qu'on fait passer un courant dans les bobines D et E ; 2° on continue le mouvement en agissant sur la manivelle et l'on constate qn'il faut vaincre une résistance passive et dépenser un travail considérable tant que l'aimantation persiste ; 3° on reconnaît que le disque s'est échauffé quand ce travail a été continué pendant quelque temps. Nous avons conclu de ces faits que le travail se transforme en chaleur. Reprenons maintenant la série de ces faits, et complétons leur explication.

1° Le disque ayant une vitesse acquise, s'arrête au moment de l'aimantation : il s'arrête par la réaction des courants d'induction ; c'est l'expérience de Faraday.

2° On continue le mouvement en faisant agir une force con-

tinue : alors les courants d'induction sont continus eux-mêmes; ils agissent pour produire un mouvement contraire à celui qui les détermine, c'est-à-dire une résistance; de là le travail qu'il est nécessaire de dépenser.

3° Il y a de la chaleur produite, parce que les courants d'induction échauffent leurs conducteurs.

Nous avions constaté précédemment les deux termes extrêmes de cette série d'actions, et nous les avions opposés l'un à l'autre, en disant que le travail s'est transformé en chaleur, sans nous occuper de l'intermédiaire qui produit cette transformation. Ce qu'il y avait d'important à démontrer alors, c'est que la nature de cet intermédiaire est sans influence sur la relation existant entre les quantités de travail dépensé et de chaleur produite. Aujourd'hui il était intéressant d'analyser le mécanisme de cette transmutation, et nous voyons qu'elle est double : que le travail produit des courants d'induction; que les courants d'induction développent de la chaleur, et que travail, quantité d'électricité et chaleur développée, sont proportionnels.

ÉLECTROMOTEURS FONDÉS SUR L'INDUCTION.

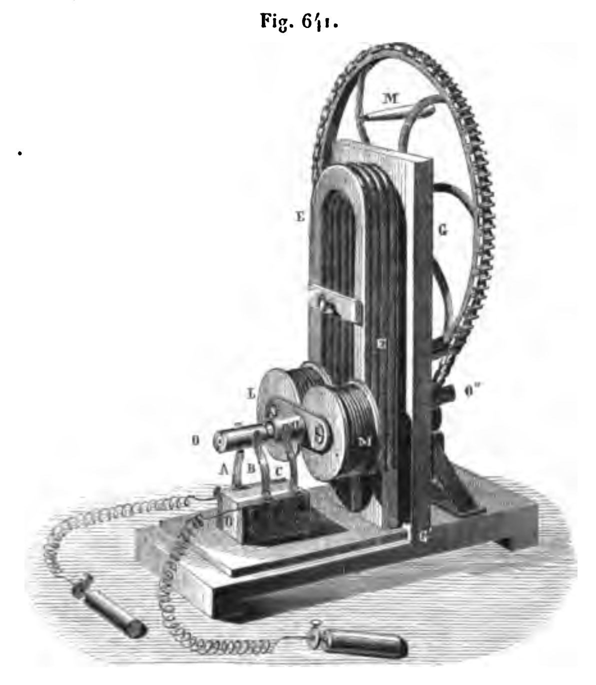
Des principes que nous venons de poser, résultent des conséquences précieuses. Puisque les aimants approchés et éloignés alternativement d'une bobine y développent des courants d'induction de sens alternativement opposés, on pourra construire des machines qui, par suite d'un mouvement imprimé à un aimant, feront naître dans une bobine voisine des courants électriques qu'on pourra utiliser. Comme la force électromotrice résultant de l'induction est proportionnelle au carré de la résistance des bobines, il sera possible, avec des courants inducteurs de faible tension, d'engendrer dans un circuit voisin très-long, d'autres courants qui en auront une très-grande, et de produire tous les effets des machines électriques.

Le premier électromoteur fondé sur l'induction est dû à Pixii; il dérive d'un principe qui nous est déjà connu. Nous avons fait voir (page 276, *fig.* 622) que si l'on met en présence un aimant AB et un solénoïde A'B', et qu'on donne à l'un des deux appareils un mouvement de rotation autour de l'axe commun OO', on développe dans le fil du solénoïde des courants

d'induction inverses de ceux qui produiraient le mouvement, et qui changent de signe toutes les fois que les pôles des deux appareils passent l'un devant l'autre. Ces courants seront évidemment augmentés si le solénoïde est enroulé autour d'un fer doux ; car celui-ci s'aimante et se désaimante quand il s'approche ou s'éloigne de l'aimant fixe, et il ajoute son effet à celui de cet aimant. Dans la machine de Pixii la bobine A'B' était fixe, et l'aimant tournait autour de l'axe vertical OO', au moyen d'une manivelle et d'engrenages disposés comme ceux de la *fig.* 635 *bis*. Mais cet instrument, difficile à construire et à manier à cause du poids de l'aimant, a été très-avantageusement remplacé par celui de Clarke, qui est fondé sur le même principe, mais dans lequel l'aimant reste fixe pendant que la bobine, qui est plus légère, est mise en mouvement.

MACHINE DE CLARKE. — Sur une base de bois s'élève verticalement en équerre une planche GG' qui sert à fixer un aimant

Fig. 641.

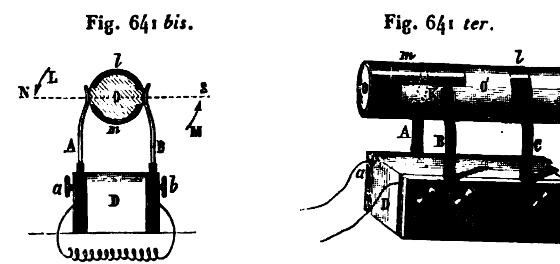


très-fort EE (*fig.* 641). Un axe de bronze OO' O'', qui tourne sur

des coussinets de cuivre, porte les deux bobines L et M. Celles-ci sont enroulées sur deux cylindres de fer doux, réunis entre eux par une pièce de même métal qu'on voit dans la figure, et dont les extrémités opposées passent, à chaque demi-révolution, en face et tout près des deux pôles de l'aimant; les deux bouts du fil enroulé sont réunis à l'axe OO′, et l'on recueille les courants d'induction par des mécanismes particuliers, qu'il nous reste à décrire.

Sur la base de la machine est fixé un parallélipipède de bois D (*fig.* 641 *bis* et *ter*), garni sur ses deux faces de deux lames métalliques *a* et *b*, sur lesquelles s'implantent des languettes A, B, C, qui appuient sur l'axe par leur élasticité; enfin les fils qui recueillent et transmettent les courants à l'extérieur, sont engagés et serrés par des vis en *a* et *b*.

Fig. 641 *bis*. Fig. 641 *ter*.



L'axe peut être terminé par une pièce spéciale *lm* (*fig.* 641 *bis*), composée de deux demi-anneaux *l* et *m*, séparés par de l'ivoire et communiquant, le premier *l* à la bobine L, l'autre *m* à M. Supposons que le mouvement de ces bobines se fasse dans le sens des flèches. Pendant qu'elles s'approchent des deux pôles N et S de l'aimant fixe, les languettes A et B pressent sur *m* et *l*, et transmettent le courant dans un certain sens.

Au moment où les deux bobines atteignent et dépassent la ligne des pôles, le courant change de signe, mais les deux languettes traversent la ligne d'interruption de *l* et de *m* et échangent leur point d'appui; le courant conserve donc la même direction dans le circuit extérieur qui joint *a* et *b*.

On se sert de ce commutateur toutes les fois qu'on veut produire des actions chimiques, et en général toutes les fois qu'il est nécessaire de conserver au courant extérieur un sens constant. Cela est inutile quand on veut simplement produire

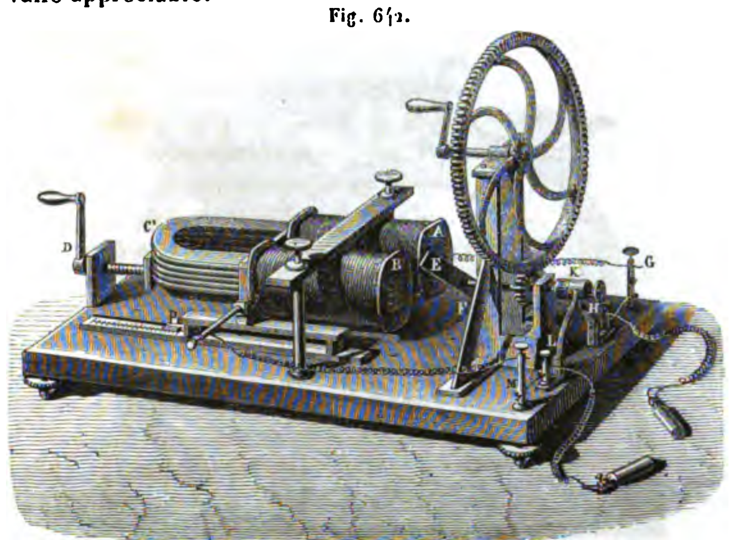
des commotions ou obtenir des étincelles; alors on emploie des bobines très-résistantes, ce qui donne aux courants une très-grande force électromotrice, que l'on peut encore augmenter en recueillant l'extra-courant. A cet effet, on termine l'axe par deux anneaux isolés *l* et *m*, qui sont joints aux bobines L et M (*fig.* 641 *ter*); le premier est en communication continue avec la languette C, et le second avec les deux autres A et B. Comme B et C sont réunies entre elles, on voit que le courant induit traversera B*bb'*C, excepté au moment où une interruption K pratiquée sur l'anneau *m* interceptera la communication entre B et C. A ce moment, le courant passera par A*abb'*C, et il s'y ajoutera l'extra-courant provenant de l'interruption. On place la fente K dans une position telle, qu'elle passe devant la languette B au moment où les bobines sont verticales, c'est-à-dire quand le courant induit atteint son intensité maxima.

On constate avec la machine de Clarke, que les courants d'induction possèdent toutes les propriétés des courants fournis par les électromoteurs ordinaires; ils produisent les mêmes actions chimiques, les mêmes effets calorifiques et lumineux. Ils offrent ceci de remarquable qu'ils ont une grande tension; en effet, leur force électromotrice, variant comme le carré des longueurs de la bobine, peut être indéfiniment augmentée.

On a beaucoup varié la forme de cet appareil d'induction, surtout à cause des usages médicaux qu'on en fait actuellement. Nous nous contentons de donner ici (*fig.* 642) le dessin de l'appareil de Page. Un morceau de fer doux EF peut recevoir, au moyen d'une roue dentée, un mouvement de rotation rapide en face des pôles d'un aimant AB. Cet aimant, qui glisse sur des coulisses P, et qu'on peut éloigner ou rapprocher par une vis à manivelle D, est enveloppé d'une bobine prolongée par des fils conducteurs jusqu'aux poupées M et G. Il est évident que le fer doux, qui s'aimante dans des sens alternativement contraires à chaque demi-révolution, doit développer des courants dans la bobine, et l'on recueille ceux-ci par le moyen de deux languettes L et H, qui s'appuient en K sur l'axe, et permettent de ne recueillir dans un circuit extérieur que l'extra-courant. Verdet s'est servi de cet appareil pour démontrer, entre autres points importants, que l'inversion des courants ne se fait pas au moment précis où la lame

EF passe devant les pôles A et B, mais quelque temps après, parce que l'induction exige toujours pour s'établir un intervalle appréciable.

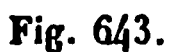
Fig. 642.

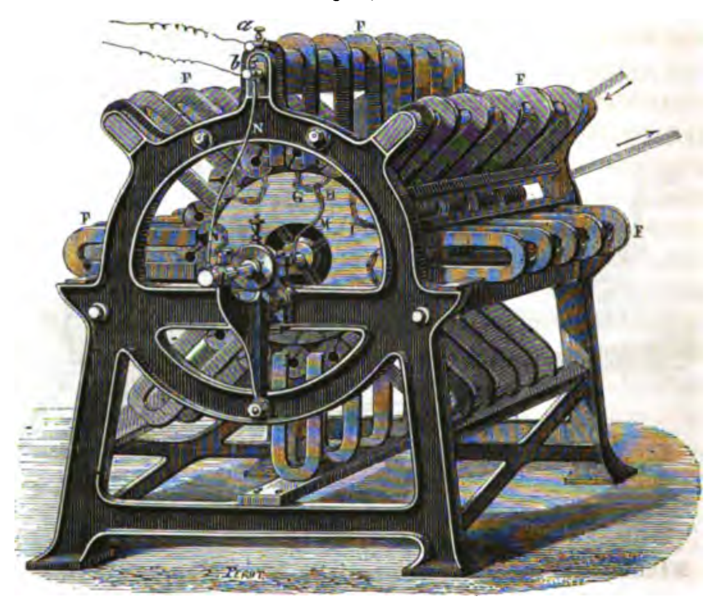


MACHINE DE NOLLET. — Vers 1850 le principe de l'appareil de Clarke fut appliqué par Nollet à la construction d'une machine puissante, qui a été perfectionnée plus tard par J. van Malderen, et pour l'exploitation de laquelle il s'est constitué une compagnie industrielle. Cette machine est représentée dans la *fig.* 643.

Sur un bâti de fonte des traverses de bois maintiennent huit séries de cinq faisceaux aimantés F, F,.... Ces aimants fixes, qui peuvent porter chacun près de 70 kilogrammes, sont disposés de manière que ce soient toujours les pôles de nom contraire qui soient en regard. Un arbre horizontal porte quatre plateaux de bronze garnis chacun de seize bobines (*fig.* 643 *bis*), qui sont disposées sur la circonférence comme le fait voir la *fig.* 643 *ter*. Ces bobines sont à douze fils de 10 mètres chacun, de sorte que la longueur totale du fil enroulé sur les soixante-quatre bobines atteint 8 kilomètres. Les disques de cuivre qui terminent les bobines sont coupés dans le sens du rayon, ce qui empêche la production de cou-

rants induits dans ces disques. Tous les fils sont enroulés dans le même sens, et les bobines communiquent entre elles par


Fig. 643.



des lames de cuivre fixées sur des planchettes de bois qui sont appliquées sur les faces des plateaux. Ainsi, sur le pre-

Fig. 643 *bis*.

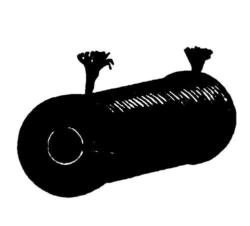
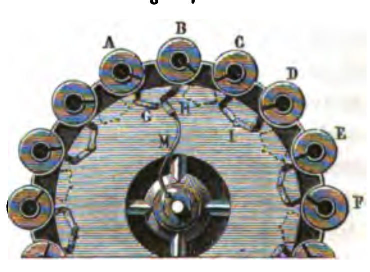


Fig. 643 *ter*.



mier plateau, les bobines C, D sont reliées l'une à l'autre par la lame I; elles communiquent avec B et E par des lames fixées du côté opposé et que nous avons figurées par des traits ponctués. La première bobine B est reliée à l'axe de rotation

par le fil HM, la dernière A communique, par le fil G, qui traverse le plateau, avec la première bobine du second plateau, et ainsi de suite; la dernière bobine du quatrième plateau aboutit à l'extrémité postérieure de l'arbre. Les bobines sont ainsi disposées à la suite les unes des autres lorsqu'on veut obtenir l'électricité de *tension*. Pour les disposer en *quantité*, on fait communiquer tous les pôles de même nom avec un même anneau de métal; on se procure ainsi deux pôles représentés par deux anneaux. Pour mettre en mouvement le système des bobines, on emploie une machine à vapeur à laquelle l'arbre horizontal est relié par une courroie sans fin. Le maximum de lumière électrique correspond à une vitesse de rotation de quatre tours par seconde. La production des courants a lieu, comme dans l'appareil de Clarke, aux moments où les bobines passent entre les pôles des aimants. Ces courants, malgré leurs inversions répétées, donnent, entre deux cônes de charbon, un arc voltaïque dont la lumière équivaut à celle de 180 becs Carcel.

On peut caractériser ces électromoteurs en disant qu'ils empruntent à la machine motrice, sous forme de travail mécanique, une quantité donnée de chaleur, et qu'ils la régénèrent par l'intermédiaire d'un courant électrique dans les résistances intérieures et extérieures. Les expériences faites au laboratoire de physique de la Sorbonne, avec une machine à six plateaux, ont montré que les bobines d'induction peuvent être assimilées à des éléments de pile. La chaleur régénérée dans une résistance extérieure R est donnée par la formule de Joule, $w = Ri^2$, qui s'applique aux piles, et où $i = \frac{A}{R+r}$.

Les quantités A, r représentent ici la force électromotrice et la résistance intérieure de la machine; seulement r est une résistance fictive, beaucoup plus grande que celle que les bobines opposent au passage d'un courant continu. Les bobines de chaque plateau étant assemblées en tension, la résistance d'un plateau vaut seize tours du rhéostat dans les circonstances ordinaires; pour les courants d'induction elle est égale à 110. Lorsqu'on réunit en quantité n groupes de m plateaux assemblés en tension, il faut prendre $A^2 = m^2.813$ et $r = \frac{m}{n}110$.

Ainsi, en opérant successivement avec 2, 4, 6 plateaux réunis en quantité, on avait $m = 1$, $n = 2, 4, 6$, et l'on trouvait :

	2 PLATEAUX.		4 PLATEAUX.		6 PLATEAUX.	
R	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.
15	2,30	2,48	6,65	6,77	10,85	11,00
92	3,70	3,41	5,09	5,21	5,60	6,13

En opérant avec 3 couples de 2, avec 2 groupes de 3 et avec les 6 plateaux en tension, on avait d'abord $n = 3$, $m = 2$: puis $n = 2$, $m = 3$, enfin $n = 1$, $m = 6$, et l'on trouvait les nombres de calories suivants :

R	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.	Observé.	Calculé.
612	4,25	4,23	7,02	7,32	11,32	11,08

Le maximum d'effet s'obtient lorsque $R = r$; ce maximum est, d'après la formule, égal à $\frac{nm}{6}$ 11,1; pour un nombre total de 6 plateaux, il est 11,1; pour 4 plateaux, 7,4.

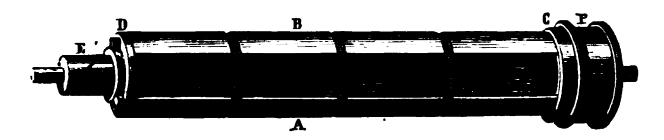
La force électromotrice d'un plateau étant exprimée par 28,5 et sa résistance à l'induction par 110, on trouve 1,78 et 6,87 pour les constantes d'une bobine isolée. Pour un élément de Bunsen, les mêmes constantes sont 0,75 et 1. Une machine à 6 plateaux réunis en tension offre donc une force de 226 et une résistance de 655 éléments; en quantité, elle vaut 37 éléments comme force et 18 comme résistance, c'est-à-dire qu'elle représente deux piles de Bunsen de 37 éléments, réunies en quantité. 3 groupes de 2 plateaux représentent exactement une pile de 74 éléments.

La grande résistance que les plateaux opposent au passage des courants alternatifs caractérise l'induction; elle explique les effets de tension et la lumière que les machines magnéto-électriques permettent d'obtenir.

BOBINE DE SIEMENS. — MACHINE DE WILDE. — M. Siemens a donné aux bobines des électromoteurs une forme avantageuse qui est représentée dans la *fig.* 644. Le fil est enroulé longitudinalement sur un cylindre de fer doux AB, dans une gorge creusée des deux côtés; les chapes C, D portent, l'une la poulie P, qui reçoit une courroie sans fin, l'autre un commutateur E. Lorsqu'on fait tourner cette bobine entre les pôles d'un

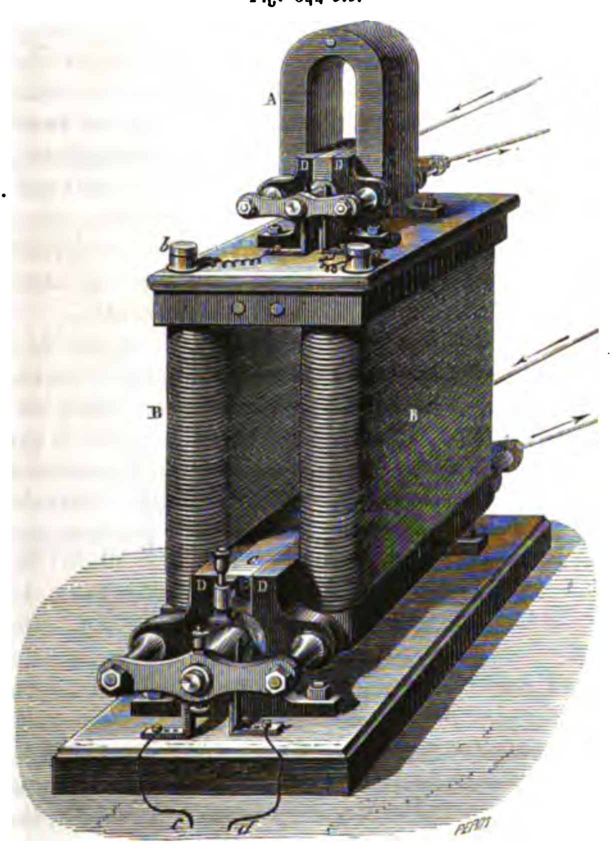
large faisceau aimanté, les segments A, B s'aimantent en sens contraire et font naître dans le fil des courants d'induction.

Fig. 644.



Cette bobine est employée dans la machine de Wilde

Fig. 644 *bis*.



(*fig.* 644 *bis*), qui réalise un principe nouveau. Elle se compose

de deux étages semblables, mais de dimensions différentes. Les courants que l'induction du faisceau aimanté A fait naître dans une petite bobine qui tourne dans le creux des armatures DD, sont employés à créer un puissant électro-aimant BB, lequel à son tour produit un courant dans la grande bobine inférieure, et c'est ce dernier courant que l'on recueille. Les armatures DD, entre lesquelles tournent les bobines, forment avec les lames de bronze C deux cylindres creux. L'électro-aimant BB consiste en deux plaques de fer sur lesquelles s'enroulent 1000 mètres de fil de cuivre isolé. On peut encore augmenter la puissance de la machine en faisant passer le courant CD dans un second électro-aimant plus grand que le premier, entre les pôles duquel tourne une troisième bobine. Avec une machine à triple effet de cette construction, M. Wilde a pu faire fondre un fil de fer de 6 millimètres de diamètre sur une longueur de 37 centimètres, et le pouvoir éclairant de la lumière électrique fournie par cette machine n'est pas moins extraordinaire. Toutefois, elle a l'inconvénient d'exiger une vitesse de rotation très-grande, de 1500 à 2000 tours par minute; il en résulte que les armatures s'échauffent et que l'enveloppe des fils est brûlée.

M. W. Siemens et M. Wheatstone ont fait un pas de plus : ils ont construit des machines *dynamomagnétiques* sans aimant permanent. Lorsqu'on fait tourner une bobine entre les pôles d'un électro-aimant d'abord alimenté par une pile, la production des courants induits ne cesse pas immédiatement si l'on supprime la pile; la faible trace de magnétisme rémanent dans le noyau de fer doux suffit à les entretenir pendant quelques instants. Si alors on lance ces courants dans le fil de l'électro-aimant qui les a produits, le fer doux s'aimante de nouveau et la rotation de la bobine donne naissance à de nouveaux courants d'induction qui reviennent toujours alimenter l'électro-aimant, et dont l'intensité s'accroît rapidement jusqu'à ce qu'elle ait atteint son maximum. Mais en même temps la force nécessaire pour faire mouvoir la machine devient plus grande, ce qui montre que le travail mécanique est converti directement en magnétisme et en électricité dynamique. Il suffit d'ailleurs, pour amorcer la machine, que le noyau de fer doux soit très-faiblement magnétique, comme c'est presque

toujours le cas, et l'on peut alors se dispenser de l'exciter par le courant d'une pile. M. Ladd a modifié ces machines en faisant usage d'un électro-aimant horizontal, composé de deux plaques de fer parallèles et de deux bobines de Siemens qui tournent, l'une entre les pôles antérieurs, l'autre entre les pôles postérieurs; le courant de la première bobine sert à entretenir l'électro-aimant, celui de la seconde est recueilli pour produire la lumière électrique. On peut enfin employer une seule bobine à deux fils indépendants, dont un seul communique avec l'électro-aimant.

MACHINE DE RUHMKORFF. — Nous avons vu comment MM. Masson et Breguet étaient parvenus à produire des effets notables de tension avec les courants induits. Leur machine, perfectionnée par M. Ruhmkorff, est devenue un des instruments les plus précieux de la physique. On en a représenté (*fig.* 645) une vue prise perpendiculairement à l'axe.

Fig. 645.



Au centre de l'appareil, en O, se trouve un faisceau de fils de fer doux; la bobine inductrice enveloppe ce faisceau, elle est contenue dans un cylindre isolant de verre ou de caoutchouc durci, représenté par un cercle ponctué; elle est composée d'un fil de 2 à 2,5 millimètres de diamètre, faisant environ

300 tours, et dont les extrémités communiquent, l'une en + M, l'autre en A. La bobine induite est enroulée sur le cylindre isolant; elle est constituée par un fil beaucoup plus fin, dont le diamètre ne dépasse pas $\frac{1}{4}$ de millimètre, qui fait au moins 30000 tours, et qui est très-soigneusement isolé au milieu d'un mastic de gomme laque fondue. Les deux extrémités de ce fil sortent de l'appareil en K et en L et communiquent à deux poupées isolées K' et L', qui peuvent être mises en rapport avec un circuit extérieur quelconque.

Jusque-là l'appareil est identique à celui de MM. Masson et Breguet; il en diffère par l'appareil destiné à fermer et à ouvrir alternativement le circuit inducteur. Le rhéotome adopté par M. Ruhmkorff, et qui est représenté dans la figure, avait été imaginé par M. de la Rive. Le courant partant de + M entre dans la bobine par l'extrémité opposée; il sort par A et arrive à la poupée B; de là il passe par un levier très-mobile BC jusqu'à un marteau C, dont la tête est de fer et la base de platine, et qui repose par son poids sur une enclume D également revêtue de platine à sa face supérieure. Le courant continue sa route du marteau C à l'enclume D, de D à la poupée F, et retourne au pôle négatif de la pile M. Mais à peine a-t-il commencé à circuler, que les fils de fer O s'aimantent et soulèvent le marteau, ce qui établit une interruption entre C et D. Immédiatement après, le fer se désaimante; alors le marteau retombe et rétablit la communication. Il est clair que ces alternatives de passage et d'interruption se continueront indéfiniment; on pourra les rendre plus ou moins rapides en soulevant ou en abaissant par une vis G la lame élastique sur laquelle se pose l'enclume.

Or, d'après les lois connues de l'induction, la bobine induite sera traversée par des courants directs toutes les fois que le marteau se soulèvera, et par des courants inverses quand il s'abaissera; les uns et les autres contiendront la même quantité d'électricité, et comme la bobine est très-résistante, ils auront une force électromotrice considérable. Mais, ainsi que nous l'avons précédemment démontré, la force électromotrice des courants directs croît proportionnellement au carré de la résistance, celle des courants inverses croît moins rapidement, d'où il résulte que la tension des premiers l'emportera de beau-

coup sur celle des seconds. C'est ce qui va nous expliquer les curieux phénomènes présentés par la machine de Ruhmkorff.

1° Si l'on réunit les extrémités K″ et L″ par un voltamètre à sulfate de cuivre, le sel sera alternativement traversé en sens contraire par des flux égaux d'électricité, qui ne produiront aucune décomposition apparente, parce qu'ils se détruisent mutuellement.

Mais quand on interposera un voltamètre à eau dans le circuit, on trouvera des gaz dégagés aux deux pôles : ils devraient y former deux volumes égaux, contenant l'oxygène et l'hydrogène en proportions atomiques ; mais comme il y a des polarisations d'électrodes qui se succèdent dans des sens inverses, qui dépendent à la fois de l'intensité des courants, du temps pendant lequel ils durent, et de la nature des deux gaz, les proportions et les quantités de ces gaz seront inégales dans les deux cloches.

2° L'aiguille d'un galvanomètre placé en K″ L″ sera sollicitée en sens opposés par les deux courants alternatifs. Les deux effets seraient égaux et s'annuleraient absolument si les tensions et les durées étaient égales ; comme elles ne le sont pas, on doit s'attendre à constater une déviation résultante : elle se manifeste en effet dans le sens des courants directs, mais elle est extrêmement faible.

3° Laissons entre K″ et L″ un intervalle d'air d'abord très-petit, les deux espèces de courants auront une tension suffisante pour le franchir sous forme d'étincelle, mais ils le feront en proportion inégale. En effet, si nous considérons l'un d'eux en particulier, nous concevons que sa force électromotrice est pour ainsi dire instantanée ; elle développe aux deux extrémités K″ et L″ deux tensions, l'une positive, l'autre négative, puis elle cesse. Dès lors une partie de l'électricité doit franchir l'intervalle K″ L″, et une autre se recombiner à travers le fil, après que la force électromotrice a cessé d'agir : la première est évidemment d'autant plus grande, que la tension a été plus considérable et l'intervalle moins grand. On ne recueillera donc à travers l'intervalle K″ L″, ni toute l'électricité des courants directs, ni toute celle des courants inverses ; mais on recueillera une proportion plus grande des premiers que des seconds, parce qu'ils ont plus de tension.

A mesure que l'intervalle augmentera, les courants directs prendront sur les autres une prédominance d'autant plus marquée; finalement, ils passeront exclusivement. Aussi MM. Poggendorff, Verdet et Masson ont-ils constaté que tous les effets galvanométriques et chimiques allaient en croissant dans le sens des courants directs quand l'intervalle entre K″ et L″ augmentait, l'interruption faisant l'effet d'une espèce de filtre qui arrête les courants inverses. Alors on voit entre les deux pointes jaillir une série d'étincelles vives et brillantes, comme si l'on opérait avec une machine électrique.

4° Lorsque enfin l'interruption est assez grande pour que les deux espèces de courants soient trop faibles pour la traverser, tout se réduit à des tensions successives alternativement opposées, et à des recombinaisons intérieures de fluides pendant les intervalles : mais comme les tensions des courants directs sont les plus fortes, un électroscope les accuse exclusivement comme si elles étaient continues, c'est encore ce que M. Poggendorff a constaté.

CONDENSATEUR. — La longueur des étincelles que l'on obtenait avec les premières machines ne dépasait pas 4 à 5 millimètres. Il y avait en effet une cause d'affaiblissement qu'il est facile de concevoir. Au moment où le marteau se soulève et que le courant inducteur est interrompu, l'extra-courant se produit et détermine entre le marteau et l'enclume une étincelle qui continue le courant inducteur, lequel ne cesse point brusquement : d'où il suit que la durée du courant induit direct est prolongée, et que sa tension est affaiblie. Cette étincelle a un autre inconvénient : elle altère rapidement les surfaces de platine entre lesquelles elle se produit, et souvent les fait adhérer l'une à l'autre; il faut donc ou la détruire, ou au moins la diminuer.

Pour cela, M. Fizeau a disposé, dans la base même de l'appareil, un condensateur de très-grande surface, formé par une lame de taffetas repliée, et qui sépare deux feuilles d'étain qui en sont les armatures. Ces armatures sont conventionnellement représentées dans la *fig.* 645; l'une marquée + + . . ., — — —, est reliée à F. Lorsque le marteau se soulève, et que le courant inducteur en s'interrompant éprouve son redou-

blement d'intensité, il se répand dans le condensateur qu'il charge; l'électricité positive s'écoule par ABb sur les armatures + +..., et le fluide négatif s'accumule par DFf sur les lames — — —; dès lors l'étincelle d'induction diminue, puisque les fluides qui la produisaient trouvent un grand espace où ils se distribuent.

A peine sont-ils accumulés sur le condensateur, qu'ils tendent à se recombiner en suivant le conducteur bBA, puis la bobine inductrice, puis la pile M, puis enfin Ff et les lames — — —; il en résulte un courant opposé à celui de la pile et qui détruit brusquement l'aimantation du fer doux, ce qui fait que le courant induit direct est moins prolongé et par conséquent plus intense. L'amélioration que la machine éprouve par l'addition de ce condensateur est manifeste; les étincelles augmentent jusqu'à 8 ou 10 millimètres, et l'altération des surfaces du rhéotome n'est plus aussi rapide.

Machines cloisonnées. — Puisque la tension aux extrémités K″ et L″ est proportionnelle au carré de la longueur du fil induit, on conçoit que, théoriquement, elle peut être indéfiniment augmentée. Dans la pratique, on a eu à lutter contre de grandes difficultés. On construisait les bobines en enroulant le fil par couches superposées, sous forme de spirales qui allaient d'une extrémité à l'autre, et revenaient au point de départ; il en résultait que deux fils superposés étaient séparés par la longueur totale de deux assises, longueur très-grande; ils avaient donc une différence de tension considérable, et capable de briser l'enduit isolant qui les séparait. Quand une rupture s'était ainsi produite, l'appareil perdait une longueur effective de fils égale à celle des deux assises qui se mettaient en communication, et le mal ne pouvait être réparé qu'en démontant la bobine.

Le procédé auquel on s'est arrêté pour remédier à cet inconvénient a été proposé par M. Poggendorff. Il consiste à fractionner la bobine totale en un grand nombre d'autres qui sont juxtaposées. De cette façon, la différence de tension entre deux spires consécutives est toujours faible, et la résistance des vernis toujours suffisante pour isoler les fils. On a pu dès lors augmenter la puissance des machines, et obtenir des étin-

celles de 40 centimètres. Mais alors les inconvénients de l'interrupteur se font de nouveau sentir, et il est utile d'employer celui qui a été imaginé par Foucault.

INTERRUPTEUR DE FOUCAULT. — Cet instrument est représenté en coupe et en élévation dans les *fig.* 646 et 647, *Pl. I.* Une lame de cuivre PC, qu'on peut soulever ou abaisser par une crémaillère, décrit, quand elle est dérangée de son équilibre, des oscillations qui sont plus ou moins rapides, suivant qu'on fixe un contre-poids P à diverses hauteurs. Elle entraîne dans son mouvement une tige aBA, qui porte en a un fer doux placé au-dessus d'un électo-aimant D, et en BB' une pointe de platine. Celle-ci plonge dans un godet de verre à fond métallique, qui contient du mercure et une couche d'alcool superposée; elle est baignée par l'alcool et affleure à la surface du mercure. Une petite pile locale I envoie un courant dans le mercure du godet, de là dans le conducteur B'BC, puis dans l'électro-aimant. Celui-ci s'aimante, attire le contact a, soulève la pointe B', qui sort du mercure et interrompt le courant; alors la lame PC ramène par son élasticité la pointe B' dans le mercure et ferme de nouveau le circuit; de là résulte un mouvement continuel d'oscillation.

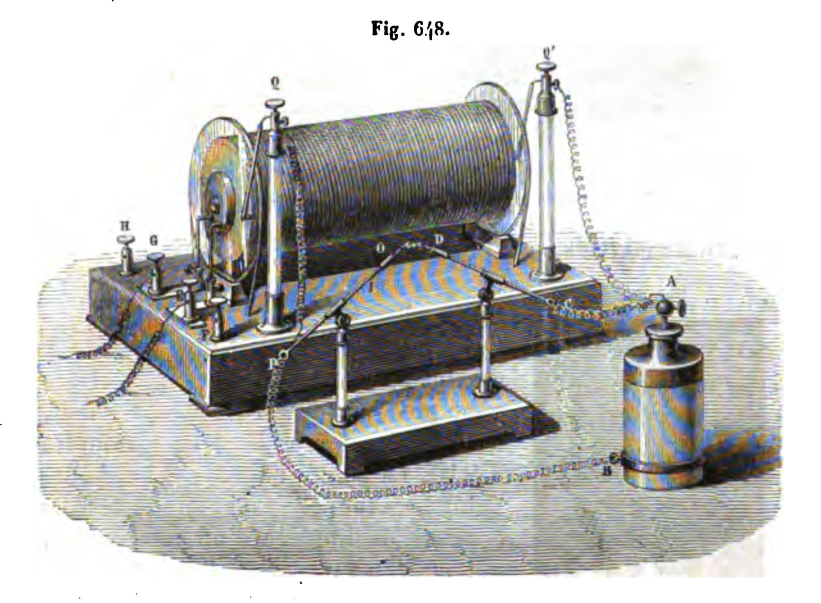
Occupons-nous maintenant du courant inducteur. Il est engendré par une pile I'; il passe dans un commutateur mn (*fig.* 647), va de l à un godet A, qui est disposé comme le précédent et dans lequel plonge une pointe AA' portée par la même tige ABa. Si cette pointe est relevée au-dessus du mercure, le courant est interrompu; si elle est abaissée, le courant passe, vient en C, en FF', traverse la bobine inductrice JJ, sort par H'H, revient au commutateur en q, et de là à la pile.

Les extrémités du condensateur sont en E' et K'. Au moment où le courant s'interrompt, et qu'il prend son accroissement d'intensité, le fluide négatif se répand par E' dans la première armature, et le positif dans la seconde en suivant H'Hq, le commutateur, la pile I' et le conducteur lKK', mais aussitôt ces fluides se recombinent sous forme de courant qui part de K', traverse le conducteur K'Kl, le commutateur, la pile, qHH' et la bobine JJ. Les conditions sont les mêmes que précédemment.

Après ces divers perfectionnements, la machine de Ruhmkorff atteint une puissance que l'on peut indéfiniment augmenter et qui ne dépend que de la longueur de la bobine induite. Celle que possède l'École Polytechnique donne des étincelles qui se reproduisent à chaque interruption et qui atteignent 33 centimètres de longueur. M. Ruhmkorff en a construit d'autres qui sont encore plus puissantes.

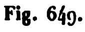
Quand on interpose dans le trajet une grande jarre AB (*fig.* 648), l'électricité positive commence par s'accumuler sur

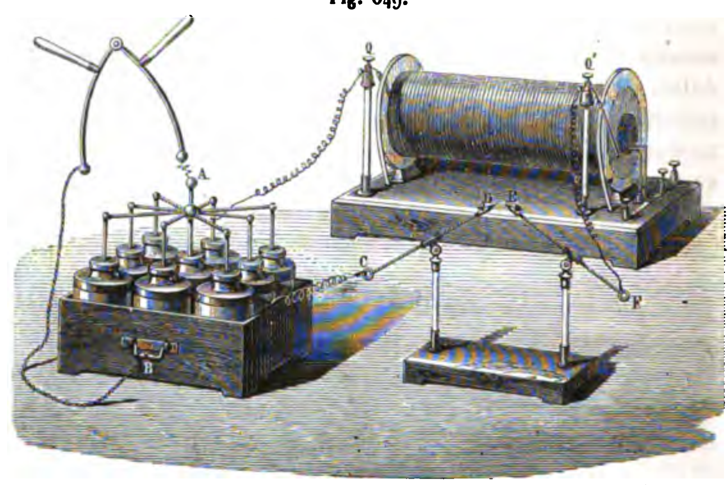
Fig. 648.



l'une des armatures A, la négative sur l'autre armature B, et toutes deux se réunissent ensuite à travers l'interruption OD de l'excitateur universel quand la jarre se décharge. Les étincelles obtenues de cette manière sont plus nourries et moins longues, elles détonent avec un grand bruit.

On peut aussi disposer l'appareil comme dans la *fig.* 649, mettre les extrémités Q et Q′ en communication avec les armures d'une batterie AB, et interrompre le circuit en DE. Dans ce cas, l'extrémité A prend une tension permanente considérable, et par conséquent la batterie se charge presque aussi fort et plus rapidement qu'avec une machine électrique.


Fig. 649.



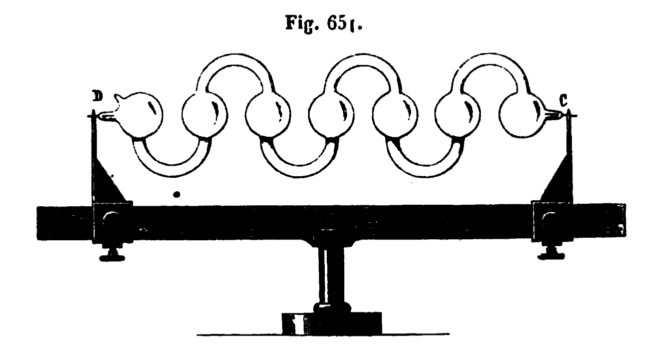
STRATIFICATIONS. — Toutes les fois qu'on fait passer la décharge de la machine de Ruhmkorff dans l'air raréfié, elle donne une lueur continue (*fig.* 650). De la pointe positive A on voit partir une gerbe rouge qui occupe presque toute l'étendue de l'œuf, et qui offre auprès de A un maximum d'éclat. La pointe négative C ne donne point de gerbe, elle est entourée de trois couches de lumière d'un bleu violet, qui ne s'étalent pas, et il y a toujours un espace obscur entre la gerbe et la boule C. Cette apparence change quand on introduit dans l'air raréfié des vapeurs d'alcool, d'éther, de sulfure de carbone, etc. Dans ce cas, la gerbe se divise en couches perpendiculaires à AC, qui sont alternativement lumineuses et obscures, et qui font paraître la lumière comme stratifiée. L'expérience peut se faire avec des tubes dits de Geissler (*fig.* 651), formés par des boules et des

Fig. 650.



conduits étroits, que la lumière illumine, en présentant les mêmes particularités de stratification. Ces courbes se retrouvent dans toutes les décharges électriques. On ignore la cause de ce brillant phénomène.

Fig. 651.



COMPOSITION DE L'ÉTINCELLE D'INDUCTION. — L'étincelle donnée par ces grandes machines n'est pas simple, elle est composée d'un trait de feu brillant qui en occupe l'axe et d'une auréole extérieure rouge-orangé, beaucoup moins lumineuse. Les recherches de MM. du Moncel, Perrot et d'autres Physiciens ont montré de grandes différences entre ces deux parties.

1° Le trait de feu est instantané; mais l'auréole dure pendant un temps appréciable. Pour le prouver, il suffit de faire partir l'étincelle entre deux conducteurs voisins animés d'un mouvement rapide et commun. Le trait ne change pas d'aspect et reste linéaire; mais la lueur s'étale parce qu'elle continue de se produire pendant que le conducteur se déplace, et que la persistance des impressions la montre à la fois dans ses positions successives.

2° Puisque le trait est instantané et que l'auréole dure, celle-ci devra contenir la presque totalité de l'électricité qui passe. C'est ce que M. Perrot a reconnu, et c'est pour cela que l'on nomme l'auréole la décharge de quantité, le trait étant la décharge de tension.

3° Les effets calorifiques de ces deux décharges étant proportionnels à leur durée et à leur quantité d'électricité, le trait pourra percer une feuille de papier sans l'échauffer, comme le fait l'étincelle des machines électriques; mais l'au-

réole contenant plus d'électricité et agissant pendant plus de temps, échauffera ce papier jusqu'à l'enflammer.

4° Une action mécanique quelconque ne produira aucun effet sur le trait à moins d'être infinie, mais elle agira sur l'auréole parce que celle-ci dure. Par exemple, si l'on dirige sur l'étincelle un courant d'air rapide, il entraîne l'auréole et la sépare du trait; de même, si l'on fait éclater l'étincelle entre deux veines liquides ou entre deux conducteurs animés d'un mouvement rapide et commun, on voit l'auréole en retard du trait.

5° Quand on condense la décharge totale dans une batterie (*fig.* 648), avant de la laisser éclater dans l'air, toute l'électricité, soit celle de l'auréole, soit celle du trait, commence par charger la batterie, qui ensuite se décharge suivant les conditions ordinaires, en un seul trait de feu qui est instantané, et conséquemment plus large et plus bruyant.

ACTIONS MAGNÉTIQUES. — La décharge d'induction tout aussi bien que l'arc voltaïque sont des courants qui circulent à travers l'air; il en résulte qu'ils doivent éprouver les mêmes actions mécaniques que des conducteurs solides.

Soient (*fig.* 652) A et B deux pôles d'aimant, et O un courant vertical. S'il regarde A, il a sa droite vers P; s'il est tourné vers B, c'est sa gauche qui est dirigée en P. Or, entre ces deux pôles, il est dans la même situation que les courants de la roue de Barlow, et il doit être chassé vers sa droite par A, vers sa gauche par B, c'est-à-dire dans le sens de la flèche P.

Fig. 652.

P

A O B

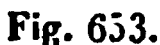
M. Quet a placé l'arc voltaïque dans la position que nous venons de donner à O, entre les pôles A et B d'un électro-aimant très-énergique; cet arc s'est dévié vers P en prenant la forme d'un dard analogue à celui du chalumeau.

M. Perrot a remplacé cet arc par la décharge d'induction, et il a reconnu que le trait de feu n'est point influencé, ce qui tient à son instantanéité, mais que la lueur était chassée dans la direction de P, en s'étalant sous forme d'un éventail rouge.

Dans le vide, la décharge d'induction change de nature : ce n'est plus une étincelle, c'est une gerbe lumineuse qui s'étale. Probablement elle cesse d'être instantanée, le trait disparaît,

et tout se transforme en auréole; alors tout est soumis à l'action magnétique.

M. de la Rive a fait disposer, dans l'œuf électrique (*fig.* 653), un morceau de fer doux AB entouré à sa base d'une bobine M


Fig. 653.



et isolé à son sommet par un tube de verre DD. Au moyen d'une pile PP' on peut l'aimanter, et par une machine de Ruhmkorff on peut faire passer par F et G du sommet au milieu de cet électro-aimant la décharge d'induction qui prend alors la forme d'une gerbe, et puisque c'est un courant, elle doit tourner autour de l'aimant : c'est en effet ce que l'expérience montre, et le sens de la rotation change avec celui de l'aimantation du fer doux.

SOIXANTE-QUINZIÈME LEÇON.

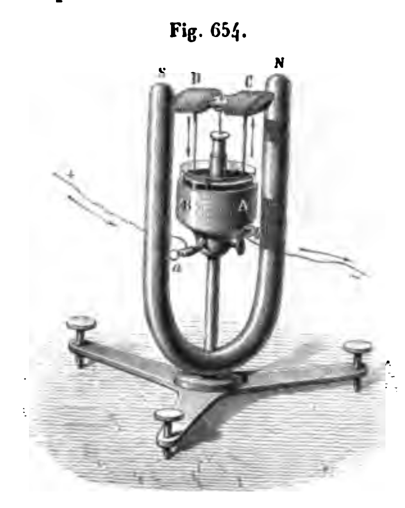
MOTEURS ET TÉLÉGRAPHES ÉLECTRIQUES.

Moteurs électriques. — Télégraphes électriques. — Ligne. — Manipulateur de Breguet. — Récepteur de Breguet. — Disposition d'un poste. — Télégraphe de Morse.

La possibilité d'aimanter et de désaimanter instantanément le fer par l'action des courants a conduit à construire des moteurs et des télégraphes électriques.

MOTEURS ÉLECTRIQUES. — Concevons (*fig.* 654) un aimant fixe en fer à cheval NS, entre les pôles duquel un électro-aimant CD peut tourner autour d'un axe vertical. Un godet AB, divisé en deux compartiments par une lame de verre, contient du mercure dont le niveau s'élève au-dessus de la cloison, en formant de chaque côté un ménisque convexe et sans se mêler d'un compartiment à l'autre. Les deux extrémités du fil de l'électro-aimant sont prolongées par deux pointes verticales qui affleurent sur ce mercure et peuvent, en tournant, franchir la cloison sans la toucher.

Fig. 654.

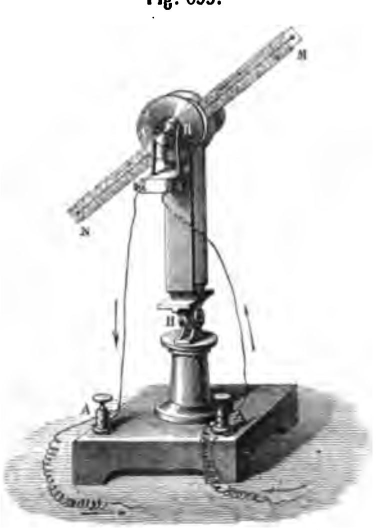


Le courant arrive par *a* dans le compartiment A, monte en C, continue sa route jusqu'en D et revient par B à la poupée *b*. Alors C et D prennent des pôles opposés à N et à S; ils sont attirés et, en vertu de la vitesse qu'ils ont acquise, ils dépassent la position axiale; mais à ce moment les deux extrémités du fil qui plongent dans le mercure franchissent la cloison, et le sens du courant change

dans CD. Il en résulte que les attractions se changent en répulsions, que C et D sont attirés, le premier par S, le second par N, et que tous deux continuent leur mouvement et se retournent de 180 degrés, après cela le sens du courant redevient ce qu'il était d'abord et l'action primitive se reproduit. Il en résulte un mouvement de rotation très-rapide.

On obtient le même mouvement sous l'influence de la terre avec l'appareil dessiné *fig.* 655. MN est un électro-aimant qui


Fig. 655.



peut tourner, dans le méridien magnétique, autour d'un axe horizontal; les deux extrémités du fil dont il est enveloppé aboutissent à deux pièces B et C qui forment un commutateur. Quand le courant entre par B et sort par C, MN marche pour se placer dans la direction de l'aiguille d'inclinaison; mais au moment où il dépasse cette position par sa vitesse acquise, la ligne d'interruption de C et de B franchit les points d'appui des deux languettes et, le courant changeant de sens, MN continue son mouvement pour se retourner de 180 degrés. Comme ces inversions se reproduisent à chaque demi-révolution, la rotation est continue.

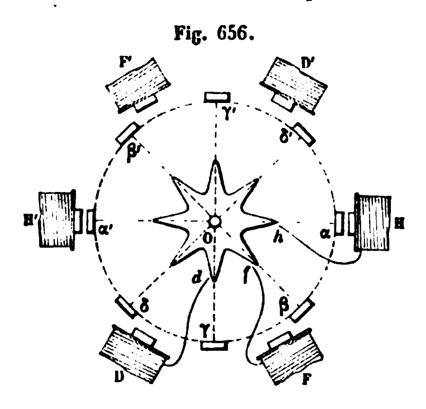
On peut mettre l'axe de rotation dans le plan du méridien magnétique, puis l'incliner au moyen d'une articulation H et

le diriger parallèlement à l'aiguille d'inclinaison; alors MN est astatique et le mouvement s'arrête.

Ces appareils ne sont que des instruments de démonstration; mais plusieurs constructeurs ont pu réaliser de véritables machines capables de produire de la force. Nous décrirons l'une de celles que Froment a imaginées.

Sur une roue circulaire mobile autour de O (*fig.* 656) est fixée une ceinture de huit fers doux équidistants, parallèles à

Fig. 656.



l'axe et dont les extrémités se projettent en α, β, γ,.... Chacun des angles $\alpha O \beta$, $\beta O \gamma$,... est égal à $\frac{1}{8}$ de circonférence. Tout autour et sur un support solide et fixe sont placés six électro-aimants en fer à cheval projetés en H, F, D,..., et chacun des angles HOF, FOL,... est égal à $\frac{1}{6}$ de circonférence. Par conséquent, lorsque deux électro-aimants H et H' sont en face de deux fers doux α et α', les suivants F et F' sont en avance d'un angle égal à $\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$ de circonférence sur les fers β et β'.

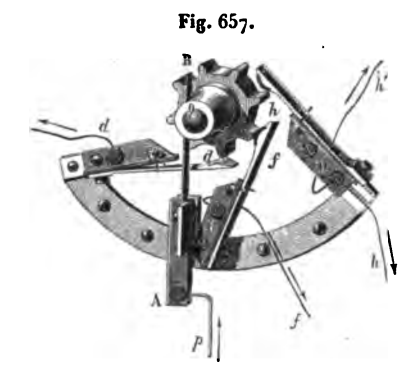
L'appareil est disposé de façon que, dans ce cas, le courant passe dans les électro-aimants F et F'; alors ils attirent β et β', lesquels se mettent en mouvement et font marcher l'appareil de $\frac{1}{24}$ de tour, après quoi β et β' sont en face de F et de F'. Aussitôt le courant cesse de passer dans F et F'; mais il est lancé dans D et D', et ainsi de suite, de façon que pendant un tour la roue mobile est soumise à vingt-quatre actions attractives qui agissent dans le même sens et seulement quand les fers sont très-près des électro-aimants.

Il nous reste à décrire le mécanisme qui produit cette distribution des courants. Il y a sur l'axe de la roue mobile une pièce portant huit dents qui correspondent aux fers doux α, β, γ, qui se meut avec eux, et qui est en communication permanente avec le pôle positif de la pile. Puis il y a trois ressorts *h*, *f*, *d* qui peuvent transmettre le courant respectivement à H et H', F et F', D et D'; ils sont immobiles, et leurs extrémités occupent, par rapport aux dents, les mêmes positions que H, F, D, par rapport aux fers α, β, γ.

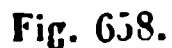
Quand α se place vis-à-vis H et dépasse cette position, une dent quitte le ressort *h*, mais la suivante touche *f* et lance le courant dans F et F', jusqu'au moment où β se met vis-à-vis F; alors une troisième dent rencontre *d* et envoie l'électricité dans D et D'.

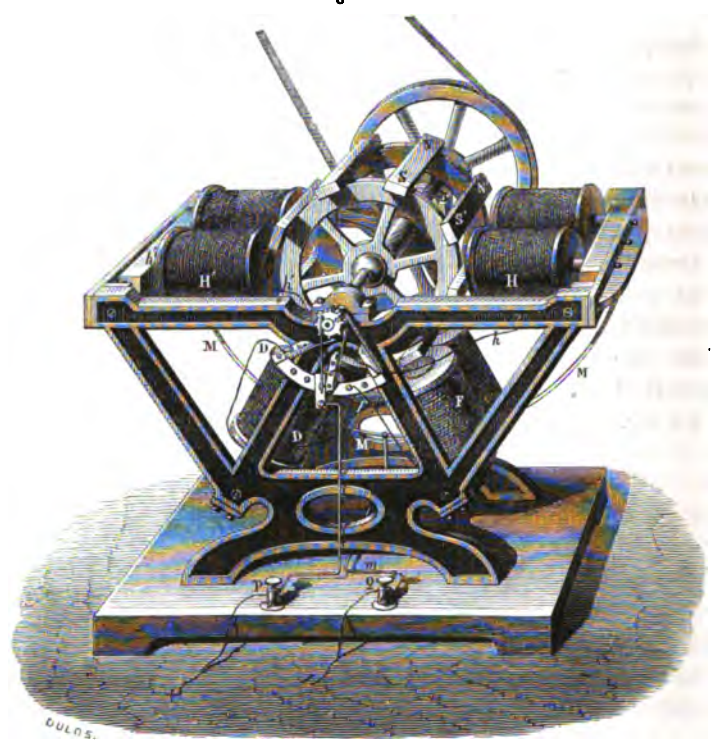
La *fig.* 657 représente ce distributeur dans ses conditions

Fig. 657.



réelles. Le courant arrive par AB sur l'axe O de la roue mobile; les ressorts *h*, *f*, *d*, qui sont fixes, portent à leurs extrémités des pièces métalliques limitées, réglées de manière à être rencontrées successivement par les dents, à demeurer en contact avec elles pendant $\frac{1}{24}$ de tour, et à transmettre le courant dans les bobines correspondantes par des fils *hh'*, *ff'*,.... Enfin la *fig.* 658, page 330, représente l'ensemble d'une machine à laquelle manquent deux des électro-aimants qui compléteraient la ceinture, ce sont ceux qui sont marqués F' et D' dans la *fig.* 656. Le courant arrive par P en O, et après avoir traversé les bobines, il revient par un fil commun MMM en Q, et au pôle négatif.


Fig. 658.



TÉLÉGRAPHIE ÉLECTRIQUE.

La télégraphie électrique est devenue un art tout entier, et comme elle est d'invention récente, elle n'a peut-être pas trouvé encore sa formule définitive. En attendant, on possède déjà des instruments qui satisfont à tous les besoins; mais ils sont extrêmement nombreux et l'on y introduit tous les jours des perfectionnements nouveaux. Dans l'impossibilité où nous sommes de faire connaître les détails de tous ces instruments, nous renverrons aux ouvrages spéciaux, particulièrement à ceux de M. Blavier et de M. Gavarret, et nous nous contenterons de décrire les télégraphes de Breguet et de Morse.

La transmission télégraphique exige trois choses : 1° un fil conducteur qui réunit les deux stations et que l'on nomme *fil de ligne* ou simplement *ligne;* 2° un instrument qui lance et

interrompt l'électricité dans des conditions déterminées et suivant une signification convenue à l'avance, c'est le *manipulateur;* 3° un autre appareil, le *récepteur*, qui reçoit à la seconde station les signaux envoyés de la première.

LIGNE. — Les lignes sont aériennes, souterraines ou sous-marines. Les premières, connues de tout le monde, sont constituées par des fils de fer galvanisés, tendus et supportés contre des poteaux de bois sous des auvents de porcelaine qui les isolent et les préservent de la pluie. Les secondes, employées pour le parcours des villes, sont enterrées dans des tranchées au milieu d'une masse de bitume que l'on coule autour des fils. Quant aux lignes sous-marines dont le parcours est très-étendu, elles sont formées par des fils de cuivre pour être plus conductrices, et ces fils, entourés de gutta-percha, enveloppés de filin goudronné, sont extérieurement revêtus d'un câble de fer qui leur donne toute la force nécessaire pour résister aux tractions exercées au moment de la pose et par l'effet continu des courants marins.

A la station qui envoie la dépêche, la ligne est mise en communication avec le pôle positif d'une pile, le courant la suit jusqu'au lieu d'arrivée, et s'il y avait une seconde ligne de retour, il la parcourrait en sens inverse pour revenir au pôle négatif. Mais en 1837 M. Steinheil a fait voir qu'on pouvait supprimer ce second fil, pourvu qu'on mît en communication avec la terre, dans des puits profonds et remplis d'eau, d'une part l'extrémité de la ligne au point d'arrivée, d'autre part le pôle négatif de la pile au lieu de départ. Les choses se passent donc comme si le sol remplaçait le conducteur de retour.

Cependant ce n'est point ainsi qu'il faut expliquer ce phénomène. Si la pile était isolée, elle aurait à ses deux pôles des tensions positive et négative; mais quand elle est en communication avec le sol, elle perd ces deux tensions, parce que les deux fluides se répandent et se perdent, en se disséminant dans la terre, comme dans un réservoir dont la capacité est infinie. On conçoit dès lors qu'il n'y a besoin que d'un seul fil, et que sa résistance est la moitié de celle que le courant aurait à vaincre s'il existait une ligne de retour.

MANIPULATEUR. — Cela posé, la *fig.* 659, *Pl. I*, représente l'appareil qui va écrire la dépêche. Il se compose d'une plan-

che en bois sur laquelle est un cadran fixe qui porte deux circonférences concentriques, l'une intérieure sur laquelle on voit d'abord une croix + et ensuite les vingt-cinq lettres de l'alphabet, l'autre extérieure où sont inscrits 0, 1, 2..., 25; toutes deux sont, comme on le voit, divisées en vingt-six parties.

Une manivelle OF, mobile autour du centre et qui est percée d'une fenêtre à travers laquelle on voit les lettres et les chiffres, peut être déplacée à la main; elle porte une goupille f qui s'applique et s'arrête dans les encoches extérieures f', f'', f''', suivant qu'on veut désigner les lettres A, B, C,..., ou les chiffres 1, 2, 3,..., qui alors sont vus à travers la fenêtre.

A cette manivelle est fixée une plaque de cuivre $\beta\alpha\beta'\alpha'$ dont on voit une partie au-dessous du cadran; elle est sillonnée d'une rainure $\beta\alpha\beta'\alpha'$, laquelle se rapproche du centre aux points β, β', β'',..., et s'en éloigne en α, α', α'', de façon qu'elle offre treize dépressions et treize dents obtuses.

On voit enfin une tige DD'D'', terminée en D par un ressort flexible, mobile autour de D' et portant en D'' une pointe engagée dans la rainure $\alpha\beta\alpha'\beta'$,..., dont elle est assujettie à suivre les sinuosités. De là il résulte qu'en faisant faire à la manivelle F un tour complet, on voit D'' s'éloigner treize fois du centre O, s'en rapprocher treize fois et déterminer des oscillations de DD'', pendant lesquelles le ressort D s'appuie treize fois sur un butoir C et treize fois sur un autre B.

Voici maintenant le jeu de l'appareil. A est en communication avec le pôle + d'une pile; DD'$E_1E_2G_2$ sont des conducteurs qui sont reliés avec la ligne marquée ligne 2. Lorsque la manivelle OF est placée, comme l'indique la figure, sur le signe +, il y a une interruption entre B et D et le circuit est ouvert; mais quand on transporte cette manivelle OF vis-à-vis de la lettre A dans l'encoche f', le point D'' est sur la dent α, le ressort D bute sur B et le courant passe dans la ligne. Quand on met f en f'' vis-à-vis de la lettre C, D s'éloigne de B et il y a une nouvelle interruption; et si l'on continue de faire mouvoir la manivelle OF, on voit que le courant passe quand elle est en regard des chiffres ou des lettres impairs et qu'il est interrompu quand elle s'arrête vis-à-vis des chiffres ou des lettres pairs. On voit de plus que si en partant de la position initiale + on transporte rapidement OF jusqu'à une lettre de

rang quelconque, le nombre total des communications et des interruptions est égal à ce rang. On laisse ensuite la manivelle en repos pendant quelque temps vis-à-vis la lettre que l'on a atteinte, afin d'indiquer par ce repos que c'est cette lettre qu'on a voulu désigner.

RÉCEPTEUR. — Le récepteur qui est à l'autre extrémité de la ligne et en communication avec elle, a deux cadrans comme le manipulateur (*fig.* 660, *Pl. I*). Il est disposé de façon qu'une aiguille L*l* répète les mouvements que fait la manivelle OF, par conséquent de manière à franchir rapidement toutes les lettres intermédiaires et à s'arrêter sur celle que l'on veut indiquer. Nous allons montrer comment se fait cette transmission.

La *fig.* 661, *Pl. I*, représente une coupe du récepteur. L*l* est l'aiguille dont l'axe LL', constamment sollicité par un mouvement d'horloge, tend à se déplacer dans le sens ABC.... Le courant traverse une bobine B mise en communication par A + avec la ligne et par C — avec la terre, et vis-à-vis cet électro-aimant il y a un fer doux D porté par un levier mobile autour d'un point fixe; il est attiré ou ramené par un ressort *dd'*, suivant que le courant passe ou qu'il est interrompu. Il en résulte que ce levier répète exactement les mouvements que la tige DD'D'' prend dans le manipulateur.

A l'extrémité E du levier DE, on voit (*fig.* 662, *Pl. I*) une tige fixe EE' engagée entre deux bras *h* et *h'* qui sont portés par un axe mobile GG'. Cet axe porte également vers son milieu deux lames K et K' qui sont dans les mêmes plans diamétraux que *h* et *h'*, et entre lesquelles se trouve la roue d'échappement *ff'f''*, laquelle a treize dents. Quand les appareils sont dans leur situation initiale, la dent *f'* est arrêtée par K. Si ensuite on place le manipulateur sur la lettre A, le courant passe, le contact DD est attiré, la tige EE' presse sur *h* et le butoir K dégage la dent *f'*. Alors la roue d'échappement se meut jusqu'à ce que la dent précédente *f* vienne rencontrer la palette K' qui s'avance pour la recevoir. Ainsi la roue marche d'une demi-dent, l'aiguille L*l* de $\frac{1}{26}$ de tour et elle se place sur la lettre A.

Si nous mettons maintenant la manivelle du manipulateur vis-à-vis la lettre B, le courant cessera de passer, le contact DD

du récepteur s'éloignera de l'électro-aimant et la tige EE′ pressera sur *h′*; alors K′ abandonnera la dent *f* et *f″* viendra s'arrêter sur K; l'aiguille L*l* tournera de nouveau de $\frac{1}{26}$ de tour et se placera vis-à-vis la lettre B. On voit qu'elle suivra tous les mouvements de la manivelle du manipulateur, qu'elle s'arrêtera comme elle sur chaque lettre qu'on voudra désigner et qu'elle indiquera successivement toutes celles qui composent un mot. On est convenu de séparer tous les mots les uns des autres, en revenant après chacun d'eux au point de départ +.

DISPOSITION D'UN POSTE. — Il nous reste à dire comment les distributions électriques sont établies dans les divers postes d'une ligne télégraphique. La ligne 1 vient d'un poste antérieur, la ligne 2 aboutit à celui qui suit; elles sont mises en communication avec les centres G_1 et G_2 de deux leviers, mobiles par deux poignées *g′* (*fig.* 659, *Pl. I*) et dont les seconds bras *g*, qui sont métalliques, peuvent se placer sur des plaques conductrices E, *s* et *r*. Mis sur E_1 et E_2, ils font communiquer les deux lignes par le conducteur ponctué E_1E_2; placés sur *r*, ils aboutisssent au récepteur de la station; enfin, quand ils sont dirigés sur *s*, ils mettent chacune des lignes en rapport avec deux sonneries s_1, s_2. Nous ne décrirons pas ces sonneries, parce que tout le monde en comprendra le jeu sans en connaître les détails. Ce sont des timbres en face desquels sont des marteaux qui se mettent en mouvement au moment où un courant traverse l'appareil et fait tomber un arrêt par le jeu d'un électro-aimant.

Il faut d'abord que le préposé d'une station puisse être prévenu quand on veut lui parler de l'une ou de l'autre des stations entre lesquelles il se trouve; alors il place les deux leviers en *s* et met ainsi l'une des extrémités de chaque sonnerie en communication avec les deux lignes, pendant que l'autre *s′* est en relation avec la terre par les conducteurs ponctués qui aboutissent en H. Quand un signal arrive, l'une ou l'autre des sonneries S_1 et S_2 se met en activité et le préposé est prévenu. Si le signal vient de la ligne 1, il met G_1g en communication avec E_1 et il répond qu'il attend le message; puis il transporte G_1g sur *r*, ce qui met la ligne en rapport avec le récepteur, et il reçoit la dépêche qui lui ar-

rive. Si c'est lui-même qui veut parler au poste antérieur, il commence par mettre $G_1 g$ en contact avec E_1, puis il fait un tour entier avec la manivelle OF, ce qui lance plusieurs fois un courant dans la ligne 1 et prévient le préposé de la station à laquelle il veut écrire. Ensuite il attend avec son récepteur ouvert qu'on lui ait annoncé que sa dépêche est attendue; enfin, plaçant de nouveau $G_1 g$ sur E_1, il fait fonctionner son manipulateur.

TÉLÉGRAPHE DE MORSE. — Le manipulateur est représenté *fig.* 663, *Pl. I.* C'est un simple levier conducteur BCB′ mobile en C, toujours pressé par un ressort sur le bouton D, et qu'on peut mettre en contact avec A en appuyant sur la poignée B. La ligne communique avec C, le récepteur avec D, et la pile du poste avec A. Il est évident que pendant le repos de l'appareil, les courants qui arrivent en C sont transmis par D au récepteur. Quand, au contraire, on veut envoyer des signaux dans la ligne, on abaisse le levier sur A, alors le courant de la pile part de A, entre par C dans cette ligne et circule pendant tout le temps que le levier est abaissé. Il y a deux sortes de signaux, qu'on produit en pressant sur la poignée pendant un temps très-court ou plus long. Cela suffit, comme on va le voir, pour tous les besoins.

Le récepteur (*fig.* 664, *Pl. I*) se compose d'un électro-aimant H en face duquel est un levier de fer II′*i* qui est attiré quand le courant passe, et qui se relève par l'effet d'un ressort à chaque interruption. A l'extrémité *i* est un style qui suit tous les mouvements et qui s'enfonce quand le courant passe dans une rainure peu profonde tracée sur le contour d'un cylindre K.

Ce cylindre K reçoit un mouvement continu et lent par l'effet d'engrenages et d'un poids P, et un ruban de papier emmagasiné sur un rouleau J, qui passe entre les trois cylindres *k*, K, *k′* et qui est toujours exactement appliqué sur K, se déroule lentement pendant que l'appareil fonctionne.

Or le style *i* se relève quand un courant passe dans H; alors il presse sur le papier qu'il enfonce dans la rainure, et il y produit un trait gaufré long ou court quand le passage du courant a duré beaucoup ou peu.

Mais pour que ces impressions soient nettes, il faut que la

pression du style soit énergique et, par suite, que l'aimantation de H soit forte. Cela ne peut s'obtenir directement avec le courant de la ligne qui est faible, et il faut user d'un artifice qu'il nous reste à décrire.

Les courants envoyés par l'autre station, après avoir traversé le manipulateur (*fig.* 663, *Pl. I*), arrivent en A (*fig.* 665, *Pl. I*) dans un appareil intermédiaire qu'on nomme *relais*. Ils circulent de A en C à travers un électro-aimant B et se rendent à la terre par C.

En face de cet électro-aimant se trouve un contact DD′ mobile en D qu'un ressort *d* éloigne quand les courants ne passent pas, mais qui vient buter contre une vis E quand ils circulent; de sorte que ce contact répète tous les mouvements du levier manipulateur, et qu'il est en communication avec E toutes les fois et pendant tout le temps que celui-ci est abaissé.

Une pile locale assez énergique a son pôle positif en communication avec E par une tige isolée *ff*. Quand la palette est au repos, le courant de cette pile est interrompu entre E et D′; mais quand elle est attirée, il passe de E en D′D, suit le conducteur $gg'g''g'''$, traverse l'électro-aimant A du récepteur et retourne par K au pôle négatif de la pile locale.

On voit donc: 1° que le levier de contact DD′ effectue les mêmes mouvements que le manipulateur; 2° que ce mouvement dirige dans le récepteur, non pas le courant de la ligne qui est trop faible, mais un autre courant qui se substitue à lui, qui passe ou est interrompu en même temps et qui n'en diffère que par son intensité, laquelle est assez grande pour produire sur le papier les traces gaufrées dont nous avons parlé.

Ces traces sont courtes si le levier manipulateur a été appuyé pendant peu de temps, elles sont allongées si ce temps a été prolongé; il suffit maintenant de combiner les traits courts et allongés pour obtenir toutes les lettres de l'alphabet. Ainsi la lettre A s'exprime par - - -, la lettre *b* par — - - -, *c* par — - —, et ainsi de suite. Il suffit d'acquérir un peu d'habitude pour produire et interpréter ensuite cette écriture conventionnelle.

PHÉNOMÈNES LUMINEUX.

SOIXANTE-SEIZIÈME LEÇON.

DES INSTRUMENTS GÉNÉRAUX DE L'OPTIQUE.

Observations générales. — Porte-lumière. — Héliostat. Conditions théoriques. M. Foucault. M. Silbermann. — Régulateur électrique. — Lumière Drummond. — Banc d'optique. — Cercles divisés.

Comme toutes les branches de la Physique, l'Optique nous offre deux points de vue différents. Il faut d'abord découvrir et enchaîner par une théorie les lois des phénomènes lumineux : c'est le côté spéculatif; il faut, en second lieu, s'occuper des problèmes qui en découlent, des applications qu'on en a faites et des instruments qui, à un titre quelconque, se rattachent à la lumière. Ce deuxième aspect tout pratique, qui s'adresse à nos besoins plus qu'à notre esprit, doit suivre l'exposé des principes.

Cependant l'usage veut que l'on mêle ces deux genres d'études et qu'après avoir exposé chaque propriété de la lumière on épuise la liste de ses conséquences. C'est ainsi qu'on fait succéder à l'énoncé des lois de la réflexion et de la réfraction l'étude plus utile qu'attrayante des miroirs, des lentilles, des lunettes, de l'achromatisme, etc. Cette marche est peut-être obligatoire dans les Traités élémentaires, parce que les appareils fondés sur la réfraction interviennent dans la démonstration des phénomènes ultérieurs ; elle est néanmoins regrettable, en ce que les lois tiennent la moindre place et que leur enchaînement disparaît dans le détail des applications.

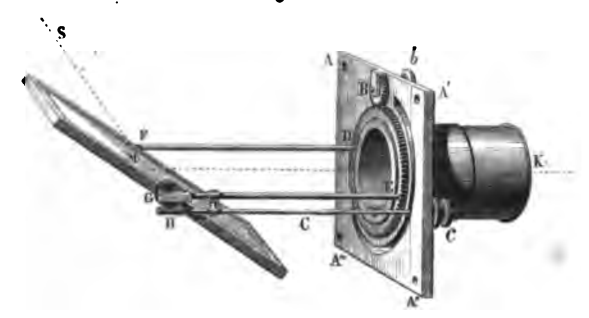
Cet Ouvrage ne s'adressant pas aux commençants et s'attachant particulièrement à la Physique théorique, j'ai cru pouvoir renoncer aux errements consacrés et séparer absolument les deux points de vue. Dans une première partie, j'exposerai l'optique spéculative; les applications auront leur place dans un deuxième livre entièrement distinct. Il en résultera, je le reconnais, l'inconvénient certain d'employer dans la première partie des organes qui ne seront décrits que dans la seconde; mais, en revanche, le lecteur y trouvera l'avantage de suivre sans interruption et dans leur ordre de subordination méthodique les faits et les hypothèses qui constituent le magnifique ensemble de l'optique philosophique. Au surplus, rien n'empêchera les personnes qui le voudront de lire le second livre avant le premier et de rentrer ainsi dans les usages habituels.

Néanmoins, pour ne pas exagérer les inconvénients de la marche que j'adopte, je vais commencer par faire connaître les conditions où il faut habituellement se placer pour exécuter les expériences de l'optique, et décrire un petit nombre d'instruments généraux qui se retrouvent dans chaque cas particulier.

PORTE-LUMIÈRE. — Avant tout, ces expériences exigent un laboratoire particulier nommé *chambre obscure*, entièrement peint au noir mat et dont on puisse hermétiquement fermer les fenêtres et les portes par des volets noirs, soigneusement garnis de bourrelets. Dans cette chambre, exactement soustraite à la lumière extérieure, il faut pouvoir introduire à volonté, par un petit trou, un faisceau solaire horizontal. A cet effet, on perce dans l'un des volets exposé vers le midi une ouverture ronde; on applique sur ses bords, au moyen de quatre vis, une plaque de cuivre verticale AA′A″A‴ (*fig.* 666). Celle-ci soutient à l'extérieur du volet un miroir M qui reçoit les rayons solaires SM et qui les réfléchit à l'intérieur en MK à travers un tube de cuivre. Mais, comme le faisceau réfléchi doit être fixe et que le soleil se meut, il faut que l'on puisse, sans ouvrir le volet, déplacer continûment le miroir. Or, il est porté par deux tiges FD et EH fixées sur un anneau DE qui est appliqué contre la plaque AA″, dont le contour extérieur est denté, et qui engrène avec le pignon B. Par le bou-

ton intérieur *b*, on peut donc faire tourner le pignon B, l'anneau DE et par suite le plan de réflexion SMK, jusqu'à ce

Fig. 666.



qu'il passe par le soleil S. En second lieu, le miroir est mobile autour d'un axe transversal FG terminé par un pignon G; et une vis sans fin H, raccordée à un deuxième bouton *c*, permet de faire varier l'inclinaison du miroir jusqu'à ce que le faisceau réfléchi MK se dirige suivant l'axe horizontal du tube K.

Il est souvent nécessaire que ce faisceau soit limité en passant à travers une fente mince. Celle-ci (*fig.* 667) est placée sur un bouchon métallique qui ferme l'ouverture du porte-lumière. Elle est formée par les bords EC et DF d'un parallélogramme dont les deux autres côtés CD et EF sont mobiles autour de leurs milieux. Un ressort A*a* qui tend à relever FD et à baisser CE fait fermer la fente; une vis V en appuyant sur un levier B*b* relève EC, et par conséquent écarte ou rapproche à volonté les deux lèvres.

Fig. 667.



Si l'on veut que le faisceau émerge d'une ouverture circulaire, on emploie un autre bouchon représenté *fig.* 668 et 668 *bis*; le couvercle HD est percé d'un trou central G et prolongé par un tube court AB. Mais ce tube n'est fixé au couvercle HD que par une bride B, et il laisse entre lui et HD un intervalle de quelques millimètres. Dans cet intervalle, tourne autour de son centre C un disque EF′F″, que l'on voit

22.

de face *fig.* 668 *bis.* Il est percé d'ouvertures F, F′, F″,..., rangées par ordre de grandeur et qu'on peut amener l'une

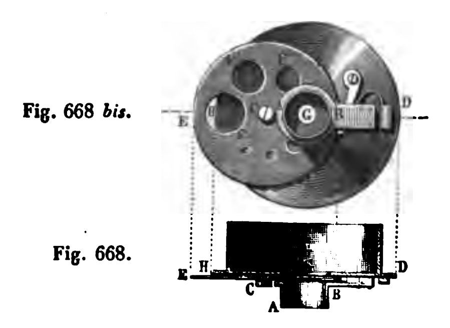


Fig. 668 *bis.*

Fig. 668.

après l'autre en regard du trou central G qu'elles réduisent à leur propre dimension.

HÉLIOSTAT. — Quand on emploie le porte-lumière que nous venons de décrire, il faut à chaque moment faire mouvoir les boutons directeurs du miroir pour ramener à une direction fixe le rayon réfléchi que le mouvement du soleil déplace continuellement. Cet inconvénient a suggéré à Fahrenheit l'idée de l'*héliostat*, appareil dans lequel une horloge déplace continûment le miroir, suivant des conditions calculées pour que le rayon réfléchi reste immobile. Cherchons d'abord la solution géométrique de ce problème.

CONDITIONS THÉORIQUES. — Soit NON′ l'axe du monde (*fig.* 669. *Pl. IV*). Pendant vingt-quatre heures le centre du soleil décrit un cercle SS′S″; les rayons qu'il envoie en O parcourent un cône dont l'axe est ON et dont l'angle SON ou COD est égal au complément de la déclinaison du soleil. Cette déclinaison est donnée par les Tables astronomiques pour tous les jours de l'année; elle est nulle aux équinoxes, maxima aux solstices.

Soit BDB′ un cadran solaire parallèle à l'équateur; l'ombre du style DO sera en B à midi et parcourra le cercle en vingt-quatre heures. Si une horloge, placée au-dessous de BB′, fait tourner une aiguille DC d'un tour en vingt-quatre heures, cette aiguille suivra l'ombre du style DO. Par conséquent, une tige métallique OC, qui ferait avec le cadran un angle égal à la

déclinaison du soleil et qui serait guidée en C par l'aiguille de l'horloge, suivrait pendant toute la journée la direction des rayons solaires. Il sera très-facile de réaliser cette horloge et ce mouvement : c'est la première condition à laquelle satisfont les héliostats. La deuxième consistera à placer, soit en O, soit en E, un miroir entraîné lui-même par l'horloge de façon à renvoyer les rayons dans une direction fixe OER.

I. On aura une solution particulière du problème si on place en O un miroir dont la normale nOn', entraînée par l'horloge avec le plan DOC, soit bissectrice de DOC; car, l'angle d'incidence étant AOn', l'angle de réflexion sera $n'ON$ et le rayon sera réfléchi suivant l'axe du monde. C'est l'héliostat de Fahrenheit.

II. Soit *mm* le miroir. On veut donner au rayon réfléchi une direction fixe, mais absolument quelconque rOE. On y parviendra en dirigeant la normale à *mm* suivant la bissectrice $\beta\beta'$ de l'angle AOR; car l'angle d'incidence étant $AO\beta'$, celui de réflexion sera $\beta'OR$ et le rayon réfléchi sera OR. On réalisera mécaniquement cette condition par un parallélipipède articulé $\alpha\beta\gamma O$, dont l'un des côtés γO aura la direction fixe qu'on veut donner aux rayons réfléchis et l'autre $O\alpha$ sera maintenu par l'horloge dans la direction des rayons incidents OC. C'est l'héliostat de Silbermann.

III. Supposons que le miroir soit en E, soutenu par un support EH, pouvant prendre toutes les directions possibles au moyen de deux articulations rectangulaires, et qu'il soit dirigé par une tige EC normale à sa surface passant dans un anneau C de l'aiguille des heures, à une distance CO constante et égale à OE, de sorte que le triangle COE soit isocèle. Dans ce cas encore, le rayon se réfléchira suivant OE; car l'angle d'incidence sEc est égal à OCE, et l'angle de réflexion égal à OEC, ou à cER. C'est la solution de S'Gravesande.

IV. Disposons une tige OE de grandeur invariable, ne participant point au mouvement de l'horloge, pouvant prendre toutes les positions possibles autour de O et se fixer par des vis de pression dans la direction invariable qu'on veut donner au rayon réfléchi. A l'extrémité de cette tige supportons le miroir par une fourchette efe' tournant en f dans la tige Of qui est creuse. De cette façon le miroir pourra tourner autour

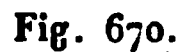
de deux axes O*f* et *ee'* perpendiculaires entre eux. Enfin faisons entraîner ce miroir au moyen d'une queue EA située dans son plan, perpendiculaire à *ee'* et passant en A dans un anneau articulé, à une distance AO égale à OE, de façon que le triangle AOE soit isocèle.

Si ces conditions sont réalisées : 1° le miroir est toujours perpendiculaire au plan ACE qui est le plan d'incidence et de réflexion; 2° l'angle d'incidence *s*EA est égal à OAE, par conséquent l'angle de réflexion sera égal à AEO, ou à son opposé par le sommet RE*a*, et le rayon sera réfléchi suivant ER. C'est l'héliostat de Gambey.

V. On peut enfin réaliser le triangle rectangle CEA, c'est-à-dire supporter le miroir en E par une colonne EH qui lui permette de prendre toutes les directions autour de E, le diriger par une tige CE normale à sa surface, s'engageant dans un anneau articulé C, fixe sur OC à une distance OC = OE, et enfin prolonger son plan par la tige EA passant en A dans une rainure creusée dans OA. Il est facile de voir que AO sera toujours égale à OE. Comme les besoins de l'optique se bornent généralement à employer un rayon horizontal, on simplifiera le problème en ne demandant pas autre chose à l'héliostat. Alors, la tige OE et le faisceau réfléchi OE seront horizontaux; on les placera dans tous les azimuts possibles en faisant mouvoir le support EH sur un cercle horizontal dont le centre sera en G sur la verticale du point O, et dont le rayon GH sera égal et parallèle à OE. C'est la solution de M. Foucault.

HÉLIOSTAT DE M. FOUCAULT.—Il me reste à montrer comment on a réalisé ces conditions géométriques. Je choisirai comme exemple les solutions de MM. Foucault et Silbermann. La *fig.* 670 représente l'instrument de M. Foucault dans la même situation et avec les mêmes lettres que *fig.* 669, *Pl. IV*; l'horloge B est fixée préalablement à la latitude du lieu; le point O est invariable; toute la partie C*f*A est entraînée par le mouvement de l'horloge, et se trouve dans le plan du soleil quand on a mis l'aiguille à l'heure. On a inscrit sur le limbe *f* la déclinaison du soleil, et en le fixant par une vis de pression dans la position qui convient au jour de l'observation, la ligne AOC suit la direction des rayons solaires SE. On re-

connaît le triangle rectangle CEA, qui entraîne le miroir. La longueur OC est invariable, égale à EO et à HG. On place le


Fig. 670.



rayon réfléchi OER dans l'azimut qu'on veut en faisant mouvoir la tige EH sur la circonférence d'un cercle KL, dont le centre G est sous la verticale du point O. Mais, pour que le miroir puisse prendre toutes les positions voulues, il est nécessaire qu'il soit porté par une base circulaire E, soutenue sur la colonne EH par deux articulations rectangulaires, et qu'en outre le miroir lui-même tourne sur cette base autour de l'axe EC.

HÉLIOSTAT DE SILBERMANN. — L'appareil de Silbermann (*fig.* 671) repose sur une plaque tournant autour d'un axe vertical qu'on règle par un niveau. Au moyen d'un arc de cercle et d'un bouton de serrage K, on incline l'axe de l'horloge à la lati-

tude du lieu, et l'on peut placer cet axe dans le méridien. Supposons que cela soit fait : BB représente le cadran, CP*s* un limbe dont le centre est en O et dont le plan contient l'aiguille *c*, de sorte que si on met celle-ci à l'heure vraie, ce plan passe par le centre du soleil. Le limbe CP*s* glisse dans une boîte D, où il peut se fixer; il est divisé à partir de C, et en faisant CD égal au complément de la déclinaison, la ligne SOC prend et garde la direction des rayons solaires.

Suivant les conditions exprimées page 341, le miroir est porté par un losange articulé *apef*; la diagonale *pf* est nor-

Fig. 671.



male au plan *mm*; le côté *pa* est, par construction, parallèle à OC, c'est-à-dire aux rayons incidents, et les rayons réfléchis OR sont alors parallèles à l'autre côté *pc* du losange.

Au moyen d'un second limbe *rr'* qui glisse dans une coulisse et qu'on peut serrer par la vis A, on peut changer l'inclinaison *per* de ces rayons réfléchis, et pour qu'on puisse les amener dans tous les azimuts possibles, le limbe *rr'* est porté par un axe creux AF qui enveloppe, sans être entraîné par les mouvements de l'horloge, celui qui fait mouvoir les aiguilles et le premier limbe CP*s*. On peut fixer AF par un bouton de serrage E.

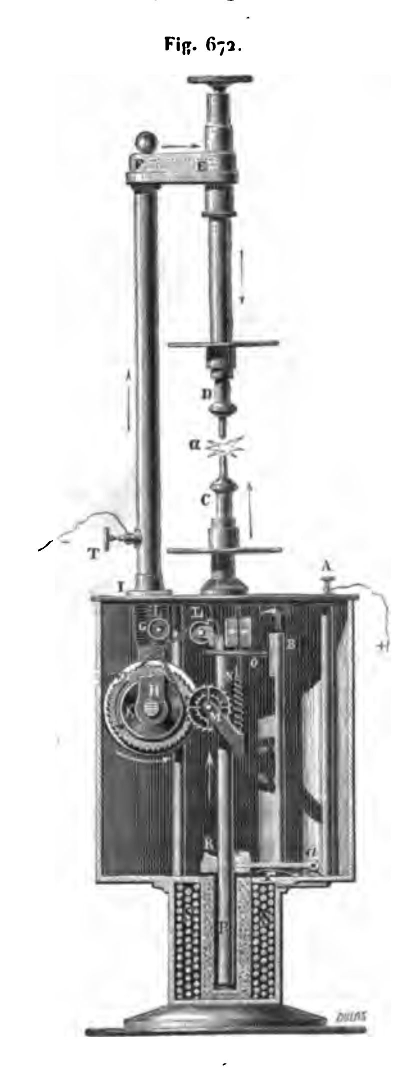
On a disposé une pinnule *s* et un écran P, de façon que la corde *s*P soit parallèle à OC, d'où il suit que le rayon qui passe en *s* arrive toujours en P si l'appareil est réglé; et inversement on peut se servir de cette condition pour placer l'axe dans le méridien : car ayant mis l'horloge à l'heure et pris l'arc CD égal au complément de la déclinaison, on fera tourner l'appareil sur sa base jusqu'à voir le rayon solaire passer de *s* en P. On ne sera donc pas obligé de connaître la direction du méridien. Une disposition toute pareille est adaptée à l'héliostat de M. Foucault, et peut se joindre à tous les autres.

RÉGULATEURS ÉLECTRIQUES. — A défaut des rayons solaires, on emploie la lumière électrique; mais il fallait la fixer, parce que les charbons entre lesquels elle se dégage s'usent inégalement, soit par la combustion, soit par le transport électrique. Mais comme, à mesure que cette usure les éloigne, le courant électrique éprouve une résistance croissante et perd de son intensité, M. Foucault imagina d'enrouler le conducteur autour d'un fer doux et d'utiliser les diminutions que son magnétisme éprouve pour embrayer un mécanisme qui rapproche les charbons et conserve au courant une intensité constante. Après M. Foucault plusieurs physiciens ont imaginé des mécanismes, parmi lesquels nous citerons ceux de MM. Duboscq, Serrin et Foucault lui-même; mais nous ne décrirons que l'appareil de Duboscq (*fig.* 672).

Le courant arrive en A, descend par A*a* jusque dans une bobine SS' qui enveloppe et aimante un fer doux creux. Il remonte ensuite jusqu'à la plate-forme IA; et comme il y a en I une lame d'ivoire, il passe dans le charbon C, franchit dans l'air l'intervalle α, en donnant la lumière, et il revient enfin suivant DEFT. C étant le pôle positif, s'use plus que D,

et on peut déterminer par l'expérience le rapport des chemins que font les charbons en s'éloignant par l'usure. Il faudra que les mécanismes les rapprochent individuellement dans le même rapport, afin que le point lumineux reste fixe.

Fig. 672.



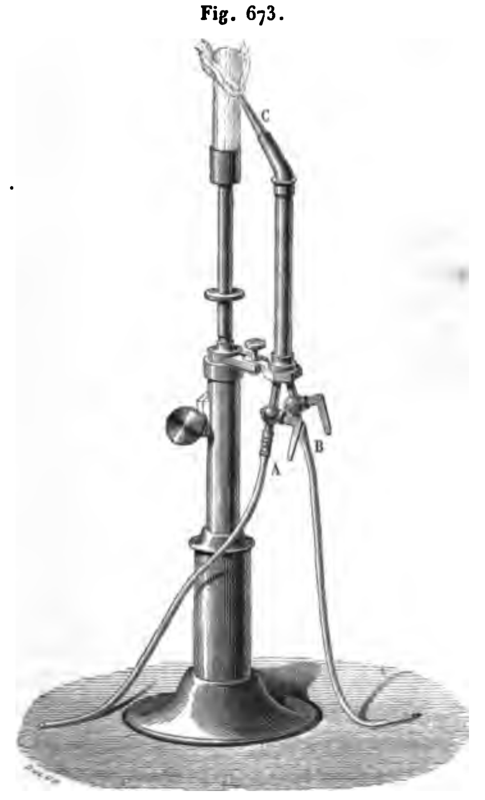
En H est un barillet avec ressort d'horlogerie, qui tend à faire mouvoir dans le sens des flèches deux tambours concentriques, l'un sur lequel passe une corde KGFE qui soutient le charbon D et le fait descendre quand le tambour tourne; l'autre porte une deuxième corde VL qui soutient par un contre-poids NP le charbon C, et celui-ci remonte par le mouvement du barillet. Ces deux tambours ont des diamètres inégaux, et réglés pour imprimer aux deux charbons des déplacements proportionnels à leur usure.

Le barillet engrène avec un pignon M; celui-ci meut une vis sans fin N et une roue dentée horizontale O, laquelle est enrayée par un couteau B. Mais ce couteau est l'un des bras du levier BaR; l'autre branche est un contact R placé sur l'électro-aimant, attiré par lui et soutenu par un ressort antagoniste r

qu'on règle. Quand le courant passe et qu'il est fort, le contact R s'abaisse ; le couteau B s'approche de la roue O; le mécanisme est enrayé, et les charbons sont immobiles. Ceux-ci s'usant, le courant s'affaiblit, le ressort *r* détache le contact R, le couteau B s'éloigne, les engrenages marchent : alors les charbons se rapprochent. Par cela même ils rendent au courant sa première intensité, et tout s'arrête de nouveau.

LUMIÈRE DRUMMOND. — Plus économique que la lumière électrique et presque aussi intense, la flamme de Drummond a été fort employée dans ces derniers temps. Le gaz d'éclairage arrive par un robinet A (*fig.* 673); l'oxygène, qu'on prépare

Fig. 673.



en grand dans des cornues de fer avec le chlorate de potasse,

et que l'on conserve sous pression dans des sacs de caoutchouc, est amené par le robinet B dans un petit conduit intérieur qui débouche en C; les deux gaz ne se mélangent qu'au moment où ils s'enflamment, ce qui évite tout danger d'explosion. On laisse brûler continuellement le gaz d'éclairage, et l'on ne donne accès à l'oxygène qu'au moment de l'expérience. Les deux courants arrivent obliquement sur un cylindre de chaux qui s'illumine avec un grand éclat, et qu'on peut élever ou abaisser au moyen d'une crémaillère.

Enfin, à défaut de ces sources vives, on se sert des lampes ordinaires. Quel que soit le luminaire qu'on emploie, il est utile de l'enfermer dans une boîte métallique (*fig.* 674 et 675, *Pl. II*). La lampe A est au centre d'un miroir concave B où les rayons se réfléchissent normalement et, traversant la flamme, se mêlent à ceux qu'elle envoie dans la direction opposée. Elle est en outre au foyer d'une double lentille C, C′ qui recueille ces rayons pour les diriger horizontalement en un faisceau parallèle XX, comme ceux qui viennent du soleil.

BANC D'OPTIQUE. — On peut dire que toutes les expériences d'optique consisteront à recevoir un faisceau de lumière sur des instruments spéciaux alignés suivant une droite horizontale XX, et que l'on aura le moyen de les exécuter toutes si l'on possède un appareil général qui permette de réaliser cet alignement. Cet appareil, tel que je l'ai installé à l'École Polytechnique, repose sur un banc de bois horizontal ZZ. Il porte un chemin de fer YY, composé de deux rails parallèles et voisins, divisés en millimètres, sur lesquels glissent des patins tous semblables entre eux (*fig.* 675, n° 5), et qu'on peut fixer invariablement par une vis O′ et un loquet O″; sur chacun d'eux s'élève une colonne verticale creuse, d'un calibre invariable, dans laquelle pénètre un rentrant tel que Q, qu'on peut élever, abaisser et fixer par une vis de pression P. Tous les appareils de l'optique, sans exception, sont portés sur des rentrants de ce calibre uniforme; ils peuvent en conséquence venir prendre place chacun à leur tour sur les mêmes colonnes et s'aligner d'eux-mêmes sur le passage du rayon XX. Quelques-uns d'entre eux ayant besoin d'être ordonnés plus précisément, on a ajouté à quelques patins une coulisse normale

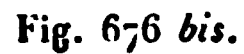
aux rails, qu'on déplace par une vis de translation telle que R (n° 6). Le banc montre dans la figure une série d'instruments ainsi disposés, depuis le n° 1 jusqu'au n° 9. Occupons-nous de ceux-ci.

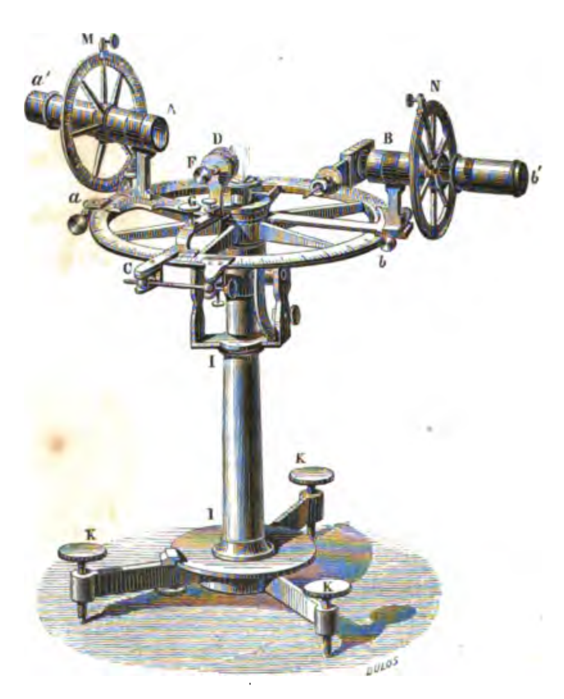
Tous les physiciens savent quelle diversité de calibre offrent les organes de l'optique. L'impossibilité où l'on est de les déplacer d'un appareil pour les porter sur un autre oblige les constructeurs à les multiplier sans augmenter les ressources d'un cabinet. Pour éviter ces graves inconvénients nous avons choisi trois calibres : l'un de 12 centimètres, l'autre de 9, et le dernier de 6. Le plus gros est celui de l'ouverture X; on y introduit ou des lentilles montées sur des tubes de même ouverture, ou des appareils de polarisation, ou des écrans percés, etc. D'autres tubes indépendants, tels que FF', reçoivent les mêmes organes et se placent en un point quelconque du banc. Le deuxième calibre, de 9 centimètres, a, comme le premier, ses jeux de lentilles, d'écrans et d'appareils divers. Il en est de même du troisième, et de cette façon un petit nombre d'organes généraux, qui n'ont point de places fixes, mais qui sont aptes à prendre celles que l'on veut, au moment où on le veut, suffisent à toutes les nécessités et dispensent d'acheter un appareil nouveau toutes les fois qu'on veut tenter une expérience nouvelle. On passe aisément du grand calibre au moyen et au petit par des raccords intermédiaires, qui réduisent la grande ouverture de 12 centimètres à celle de 9 ou 6 (*fig.* 676, *Pl. II*).

Pour compléter cette organisation économique autant que féconde, il reste à avoir des écrans fixes LL (n°s 6 et 7), qui portent des bonnettes *m* et *n* qu'on peut faire tourner autour de leur axe XX au moyen d'un bouton *m'*. C'est sur ces appareils qu'on placera tous les instruments de la polarisation, par exemple des cristaux N et M (n° 6) ou bien des miroirs (n° 7). Enfin il sera commode d'avoir des collections de prismes, de tous les indices possibles, enfermés dans des écrins et se montant, quand le besoin se révèle, sur un pied commun.

CERCLES DIVISÉS. — Mais toutes les fois que la lumière rencontre des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, elle change de direction et l'expérimentateur est obligé de la suivre dans

sa nouvelle route. Il emploie à cet effet des cercles divisés nombreux, portant différents noms et disposés chacun pour divers cas spéciaux. Ici encore il vaut mieux n'en posséder qu'un seul, le suivant, qui satisfait à tous les besoins. Il est représenté en perspective *fig.* 676 *bis*, et tous les détails en

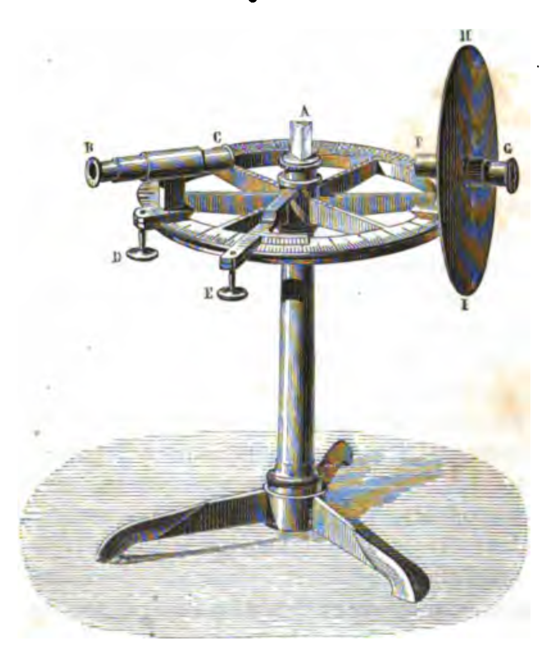

Fig. 676 *bis*.



sont dessinés *fig.* 677 à 680, *Pl. III*. Porté sur un pied à vis calantes, il peut d'abord tourner autour de son support vertical II, et ensuite se placer ou verticalement ou horizontalement, en tournant autour d'une charnière. Il y a trois alidades A, B, C munies de verniers *a*, *b*, *c*, et de vis de rappel α, β, γ. Les deux premières portent deux bonnettes de calibre A et B, où l'on peut introduire, soit deux lunettes *a'*A et *b'*B, soit des tubes à cercles azimutaux M et N, soit tout autre appareil qu'on voudra. La troisième alidade supporte quelquefois un appareil supplémentaire GFD sur lequel se placent les substances

refléchissantes D, qui se fixe sur l'alidade par une coulisse HH et qu'on serre par la vis G. Cette disposition permet de rapprocher ou d'éloigner la surface D du centre du cercle. Des vis de pression *ee'* servent ensuite à régler sa direction. On peut aussi fixer au centre du cercle O une plate-forme L (*fig.* 679, *Pl. III*) qu'on règle par des vis calantes *l*, *l*, *l*. C'est sur ce plan que se placent les prismes. Un cercle plus petit construit


Fig. 681.



suivant les mêmes principes, le goniomètre de M. Babinet (*fig.* 681), satisfait à toutes ces conditions et suffit à presque toutes les expériences.

Nous connaissons maintenant les conditions générales de toutes les expériences d'optique, et nous pouvons aborder l'étude des propriétés de la lumière.

SOIXANTE-DIX-SEPTIÈME LEÇON.

SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE DANS LES MILIEUX HOMOGÈNES.

Théories de la lumière. — Ondes. — Rayons. — Théorie des ombres. — Lois des intensités. — Photomètres. — Vitesse de la lumière. — Rœmer. — Bradley. — Fizeau. — Foucault.

L'existence des objets éloignés nous étant révélée par les yeux, même à travers le vide, il faut de toute nécessité qu'un agent spécial différent de la matière pondérable soit interposé dans l'espace entre l'œil et les objets. On le nomme *lumière, fluide lumineux* ou *éther*. Il ne suffit pas d'admettre son existence, il faut encore reconnaître qu'il est perpétuellement en mouvement, puisqu'il nous montre après un intervalle extrêmement court tous les changements qui surviennent dans les objets extérieurs. Ce mouvement doit partir des corps, soit qu'ils possèdent, étant lumineux par eux-mêmes, la faculté de le produire, soit qu'ils aient seulement celle de le renvoyer dans diverses directions après l'avoir reçu d'un illuminateur qui l'engendre.

Il y a deux manières, et il n'y en a que deux, de se représenter le mouvement du fluide lumineux : ou bien la lumière est composée d'une infinité de molécules lancées dans toutes les directions par les sources éclairantes, comme une pluie de projectiles très-petits qui traversent le vide, pénètrent dans les milieux ou rebondissent sur leurs surfaces, et finalement arrivent dans l'œil pour y apporter la sensation; ou bien l'agent lumineux sera un corps élastique, infini, continu, remplissant l'espace, pénétrant tous les corps, et immobile, mais dont les molécules recevront et transmettront des mouvements vibratoires engendrés par les corps éclairants, au même titre et suivant les mêmes lois que les milieux élas-

tiques pondérables reçoivent et transmettent les vibrations sonores.

La première hypothèse, la théorie de l'émission, a été soutenue par Newton; la deuxième, c'est-à-dire la doctrine des ondulations, fut admise par Descartes, développée par Huyghens et Young, et complétée par les récents travaux du grand Fresnel. Comme elles sont, *à priori*, aussi plausibles l'une que l'autre, leur degré de probabilité va dépendre de leur degré de concordance avec l'expérience. Or, nous verrons bientôt que l'une d'elles est incompatible avec certains faits : nous la rejetterons; et que l'autre explique, prévoit et calcule tous les phénomènes : nous l'adopterons.

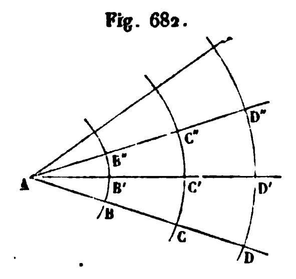
ONDES. — Si nous imaginons dans un espace indéfini un point éclairant A (*fig.* 682), le mouvement lumineux dont il est l'origine se transmet dans toutes les directions avec une vitesse connue (nous dirons bientôt comment on l'a mesurée); et, un certain temps après son départ de A, ce mouvement est réparti sur une surface BB'B" qu'on nomme *surface de l'onde*. Dans la théorie de l'émission, c'est le lieu d'arrivée, après un certain temps, de toutes les molécules lumineuses parties au même moment de A. Pour ceux qui admettent la doctrine ondulatoire, c'est, comme l'onde qui se transporte sur un liquide agité, le lieu d'arrivée, au même instant, d'un même ébranlement produit en A. L'étude de ces surfaces jouera un rôle important dans l'optique.

Si le temps croît, les ondes grandissent comme un ballon qui se gonfle, et, à une distance infinie du point de départ, elles peuvent être considérées, en chacun de leurs points, comme confondues avec leur plan tangent : elles sont planes. Dans les milieux homogènes et non cristallisés, elles sont sphériques par raison de symétrie, et leur vitesse de propagation se mesure par l'accroissement du rayon pendant l'unité de temps. Dans les cristaux, et quand les milieux ne sont point homogènes, ces surfaces peuvent devenir très-complexes.

RAYONS. — Dans tout milieu homogène qui n'est pas cristallisé, nous voyons chaque point A d'un objet extérieur dans la direction de la droite qui le joint au centre D de la

pupille (*fig.* 682). Ce fait est évident. Car si la direction visuelle du point A faisait un angle α avec AD, il y aurait les mêmes raisons pour qu'il se fît une déviation égale dans tous les sens et le point A devrait être vu à la fois sur une surface conique dont le sommet serait dans l'œil, en D, et dont les génératrices feraient un angle α avec AD : ce qui est évidemment contraire à la réalité. La vision rectiligne est prouvée d'ailleurs par toutes les applications qu'on en fait dans les arts, et surtout dans la géodésie et l'astronomie.

Fig. 682.



Il résulte de là que si l'on prend une série de points B, C, D sur une droite AD et qu'on place successivement l'œil en chacun d'eux, on verra toujours le point A dans la même direction ABCD : d'où l'on conclut que la lumière passe par B et C et en général par tous les points de AD avant d'arriver en D; en d'autres termes, qu'elle se meut en ligne droite.

Cela étant, on a imaginé de décomposer par la pensée l'effluve lumineuse émise par un point tel que A en des éléments fictifs, rectilignes, nommés *rayons*, et l'on dit que A envoie des rayons ABCD, AB'C'D',..., dans toutes les directions.

Je dis *fictifs* et j'insiste sur ce point. Il ne faut pas croire, en effet, que l'onde soit effectivement composée de rayons indépendants ayant une existence physique réelle et distincte, et qu'on puisse les séparer les uns des autres. Toutes les fois qu'on essaye de réaliser cette séparation, on change les conditions de la propagation, et l'on voit apparaître des phénomènes inattendus de *diffraction*. Si par exemple on limite l'onde par un écran opaque percé d'un trou étroit B, on aperçoit sur un tableau CC', autour du centre C, des anneaux colorés concentriques. Inversement, quand on dispose sur une lame de verre un petit bouton opaque B, l'ombre qu'il porte en C est brillante à son centre et frangée d'anneaux colorés sur ses bords. Il est donc physiquement impossible de décomposer une effluve lumineuse en éléments ou rayons sans transformer toutes les lois de la propagation.

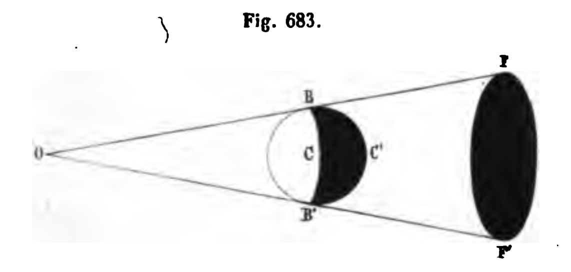
Mais cette impossibilité n'empêche pas de représenter les

effluves lumineuses émanées d'un point A par les directions suivant lesquelles se propage le mouvement, suivant lesquelles on voit l'objet, et que nous nommons *rayons*, sans y attacher aucune idée d'existence physique réelle. Nous représentons ce mouvement d'une autre manière encore, par les surfaces d'ondes successives, c'est-à-dire par les surfaces où arrivent au même moment les mouvements partis en même temps. Ces modes de représentation, imaginés pour faciliter le langage, sont tout à fait indépendants de la théorie qu'on adoptera.

Si nous négligeons dans une première approximation les phénomènes de diffraction, qui sont toujours peu apparents, nous allons tirer quelques conséquences de la propagation rectiligne de la lumière, et, en premier lieu, déterminer les conditions des ombres portées par les corps opaques.

OMBRES. — Un point lumineux unique O, placé devant un corps opaque, envoie un cône de rayons tangents BOB′ (*fig.* 683).

Fig. 683.

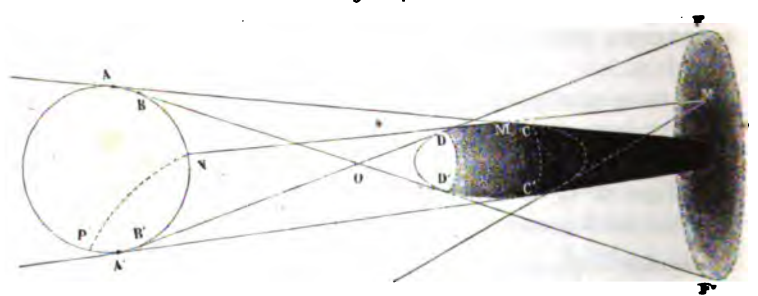


Tous les points du corps situés en avant de la ligne de contact BCB′ sont éclairés; tous ceux qui sont placés derrière sont dans l'obscurité. Tous les corps qui pénétreront dans le tronc de cône FBB′F′ s'éclipseront, et sur un écran vertical on verra se dessiner une ombre portée FF′.

Si, au lieu d'un point, nous avons une surface lumineuse AA′ *fig.* 684), il faudra mener des plans tangents intérieurs et extérieurs communs aux corps éclairant et éclairé. Si ces corps sont de révolution autour d'un même axe, comme dans la *fig.* 684, les plans tangents intérieurs auront pour enveloppe un premier cône AA′FF′, dont le sommet est en O, et les autres un deuxième cône extérieur AA′CC′. Aucun rayon ne

pénétrera dans celui-ci, qui découpera sur l'écran une ombre absolue. Mais l'espace compris entre les deux surfaces sera partiellement éclairé, et marquera une pénombre. Le point M, par exemple, ne verra pas la partie PA′B′N du corps éclairant, mais seulement la portion supérieure PABN, et comme celle-ci, d'abord nulle, augmentera quand le point M ira de la limite

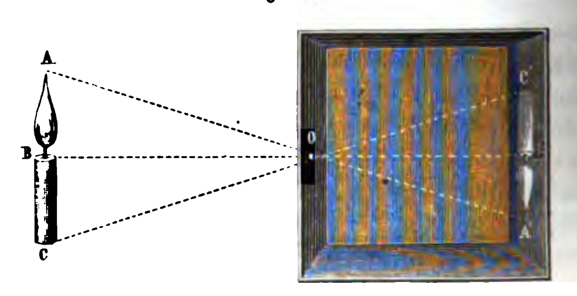
Fig. 684.



de l'ombre à la limite FOF′, la pénombre se dégradera peu à peu jusqu'à se fondre insensiblement dans la lumière complète en FF′. Le point M′ sera dans les mêmes conditions que M, et il y aura sur le corps une pénombre s'éclairant de plus en plus depuis CC′ jusqu'à DD′.

CHAMBRE OBSCURE. — Quand les rayons partis d'un objet ABC (*fig.* 685) ne pénètrent dans une chambre obscure que par un

Fig. 685.



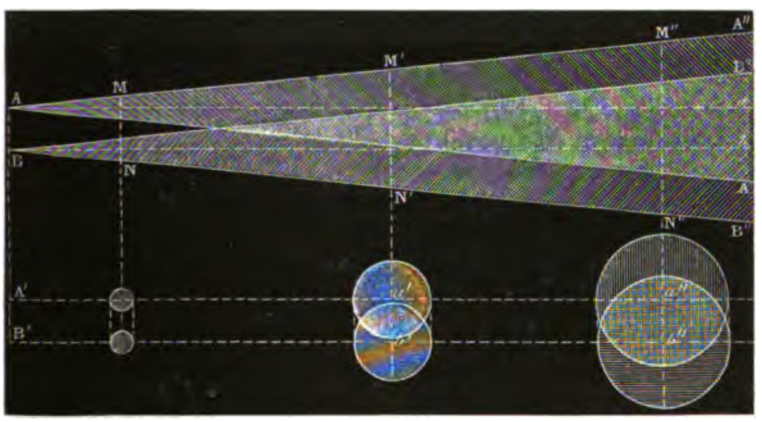
trou O très-étroit, ils peignent sur la paroi opposée l'image renversée de cet objet. En effet, parmi les faisceaux élémentaires envoyés par le point A, un seul traverse l'ouverture O,

et, continuant sa route, va illuminer A'; de même B et C éclairent B' et C'. La couleur des diverses parties de l'objet, le rapport de leurs éclairements, toutes leurs conditions de forme se reproduisent sur l'écran où se peint une image renversée semblable à l'objet. Par conséquent, le soleil sera dessiné par un cercle, et pendant une éclipse, on verra l'ombre envahir progressivement l'image comme elle envahit l'astre lui-même, mais par le bord opposé.

Les objets extérieurs, étant peu éclairés, forment des images difficilement visibles, à moins qu'on n'augmente l'ouverture O; mais alors chaque point extérieur émet un cône qui a pour base cette ouverture et marque sur l'écran une surface éclairée qui a la forme agrandie de cette base. Les images des points voisins empiètent l'une sur l'autre et leur enveloppe cesse d'être nette; mais sa forme générale reste semblable à l'objet et ne dépend pas de celle de l'ouverture.

Supposons, par exemple, qu'il y ait au volet une fente linéaire AB (*fig.* 686). Menons par A et B les rayons venus du

Fig. 686.



centre du soleil; ils seront parallèles et aboutiront en *a*, *b* sur le fond. Mais ceux qui viennent des bords de l'astre aux mêmes points seront sur deux cônes A'AA'', B'BB'' de 32 minutes d'ouverture. Ces cônes, d'abord séparés, se pénétreront de plus en plus en s'éloignant du volet, et si on les reçoit sur un écran, ils marqueront des cercles de plus en

grands $a'b'$, $a''b''$, qui, à une distance suffisante, sembleront n'en former qu'ún seul. On finira donc par avoir encore l'image ronde du soleil, un peu confuse sur les bords.

INTENSITÉS. — Indépendamment de toute idée théorique, on conçoit qu'en superposant deux ou trois luminaires égaux, on obtient des quantités de lumière doubles, triples ou quadruples. La lumière est donc une grandeur susceptible d'évaluation comme toutes les grandeurs. Il n'y a qu'à convenir d'une unité pour mesurer son intensité.

CAS D'UN POINT LUMINEUX. — LOI DES DISTANCES. — Cela posé, considérons d'abord le cas d'un point O (*fig.* 687) envoyant

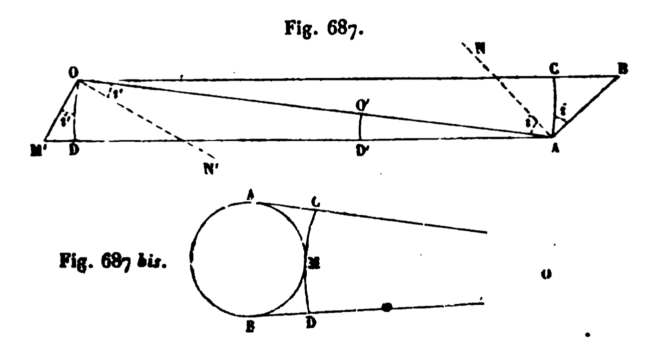


Fig. 687.

Fig. 687 *bis*.

dans l'espace une quantité de lumière totale égale à L pendant un temps que nous supposerons égal à l'unité. Recevons-la sur une sphère de rayon r. Tous les points de sa surface seront également éclairés, et l'on est convenu d'exprimer leur *illumination* ou leur *éclairement* par la quantité de lumière I que reçoit chaque unité de surface. La sphère entière recevra $4\pi r^2 I$, et l'on aura

$$L = 4\pi r^2 I, \quad I = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

L'illumination ou l'éclairement I produit par un point lumineux est donc en raison inverse du carré des distances. La quantité de lumière totale reçue par une portion AC de la sphère sera I $\times$ AC.

LOI DU COSINUS. — Un élément quelconque AB, dont la normale AN fait avec les rayons OA un angle d'incidence égal à i,

recueillera autant de lumière que sa projection AC, soit $I \times AC$. L'éclairement I' sur cette surface AB sera $I\frac{AC}{AB}$ ou $I\cos i$, et en remplaçant I par sa valeur,

$$I' = I\cos i = \frac{L\cos i}{4\pi r^2}.$$

L'illumination d'une surface est donc, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au cosinus de l'angle d'incidence des rayons qu'elle reçoit.

CAS D'UNE SURFACE ÉCLAIRANTE. — Nous venons de supposer que le luminaire était réduit à un point : considérons maintenant le cas où il devient un élément $OM' = s'$ envoyant des rayons en A à une distance r. Il faut commencer par rapporter un fait d'expérience.

Le soleil, ou une sphère quelconque chauffée jusqu'à être lumineuse, étant regardés à distance, paraissent être des disques sensiblement plans; cela veut dire que les divers éléments dont se compose leur surface AMB (*fig.* 687 *bis*) brillent du même éclat que leur projection CD normale aux rayons émis. Partant de là, l'élément OM' peut être remplacé par sa projection $OD = s'\cos i'$ décrite du point A comme centre. La quantité de lumière L envoyée par OD sur l'unité de surface en A sera en raison inverse de r^2, proportionnelle à son étendue $s'\cos i'$ et à un facteur exprimant le *pouvoir d'émission* de la surface OM'. En le désignant par E,

$$L = \frac{Es'\cos i'}{r^2}.$$

On voit que la lumière envoyée, comme la lumière reçue, est proportionnelle au cosinus de l'angle que font les rayons avec les normales.

Une surface inclinée $AB = s$ recevra autant de lumière que sa projection $AC = s\cos i$, c'est-à-dire une quantité que nous représenterons par L', qui est égale à $Ls\cos i$,

$$(1) \qquad L' = \frac{Es'\cos i' s\cos i}{r^2}.$$

Cette formule peut s'écrire autrement. Décrivons du point A

comme centre, avec l'unité pour rayon, une portion de sphère O'D' contenue dans le cône OAD :

$$O'D' = \frac{OD}{r^2} = \frac{s'\cos i'}{r^2},$$

en remplaçant dans l'expression (1)

$$L' = E \times O'D' \times s\cos i.$$

La quantité de lumière apportée en AB restera donc invariable si O'D' reste constant, ce qui arrivera si le luminaire s'éloigne ou s'approche, pourvu qu'il conserve le même diamètre apparent. On peut conclure de là qu'une surface éclairante quelconque OM', qui s'éloigne ou se rapproche, apparaît toujours avec le même éclat que si elle était à une distance OA égale à l'unité, parce qu'on peut la décomposer en éléments d'une même étendue apparente qui envoient toujours la même lumière et ne changent pas d'aspect. Mais le nombre de ces éléments augmentera si la distance diminue, et diminuera si elle augmente. Ainsi, si le soleil s'éloignait de la terre, il nous paraîtrait toujours également brillant : ce qui varierait, ce serait la totalité de la lumière émise, parce que la surface apparente totale changerait.

L' représente la quantité de lumière reçue par AB. L'éclairement ou l'illumination I de cette surface sera

$$(2) \qquad \frac{L'}{AB} = I = \frac{Es'\cos i'}{r^2}\cos i.$$

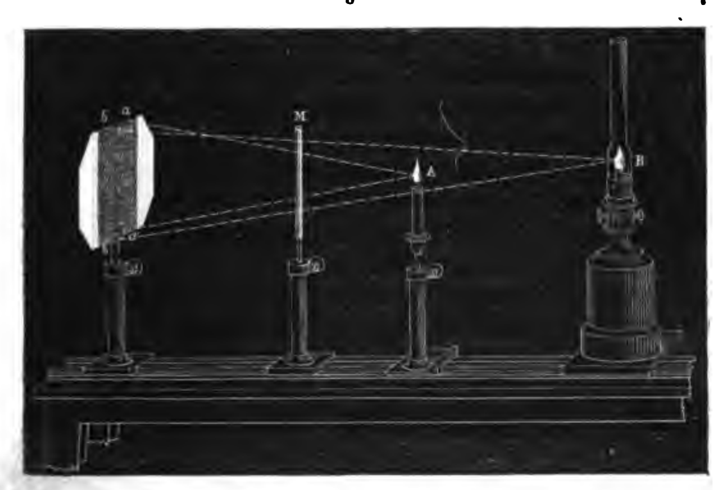
Étant éclairée, la surface AB rayonnera dans l'espace par diffusion, comme si elle était lumineuse par elle-même. Son éclat sera proportionnel à son illumination; on pourra le représenter par KI et calculer la lumière diffusée, comme on calcule celle que rayonne un corps spontanément éclairant.

Pour mettre ces formules en nombre, il suffira d'avoir mesuré l'éclat E des luminaires. On y parvient par des photomètres. J'en vais décrire deux qui s'appuient sur une propriété physiologique de l'œil, sur la faculté qu'il possède de reconnaître si deux corps voisins émettant une lumière de même teinte ont des éclats égaux.

Photomètres. — Plaçons sur le banc d'optique (*fig.* 688) :

1° les deux luminaires A et B que nous voulons comparer; 2° une tige verticale opaque M; 3° un écran blanc $aa'bb'$. La bougie A projette en aa' une ombre qui ne sera éclairée que par B; la lampe B détermine une deuxième ombre bb' illu-

Fig. 688.



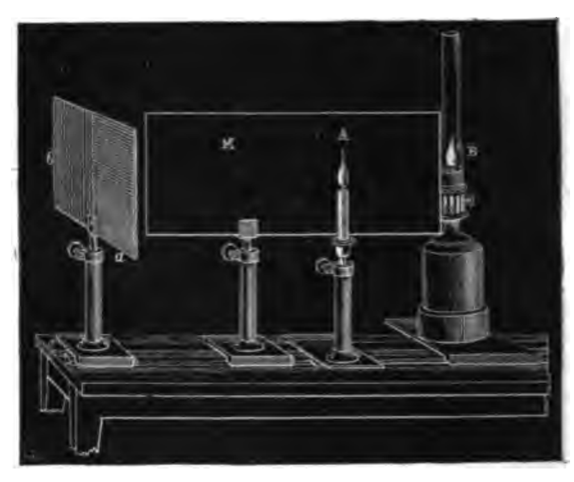
minée seulement par A. En réglant les distances de A et de B on arrive à produire la même illumination en aa' et en bb', et l'œil accuse avec netteté le moment où cette condition est réalisée, c'est-à-dire où aa' et bb' semblent avoir le même éclat. On mesure alors les distances r et r' de A et de B à l'écran, et les surfaces des deux luminaires que nous appellerons S et S'. La formule (2) servira à exprimer les éclairements en aa' et en bb', et en écrivant qu'ils sont égaux,

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S'}{r'^2}.$$

L'instrument que je viens de décrire est dû à Rumford; le suivant, qui n'en est qu'une modification, a été disposé par Bouguer (*fig.* 689). Plaçons toujours sur le banc d'optique une lame de carton noirci longitudinale M, et un écran perpendiculaire ab en verre dépoli, ou, comme le fait avec avantage M. Foucault, en verre transparent sur lequel on a laissé déposer une couche de lait qu'ensuite on a séchée. La bougie

est placée en avant de *ab* à une distance *r*; son éclat est E et sa surface S; elle éclaire la portion antérieure *a*. La lampe est

Fig. 689.



fixée derrière M; elle illumine *b*; les données de distance de surface et d'éclat sont r', S', E'. Au moment où les éclairements sont égaux, on a

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S'}{r'^2}.$$

Ainsi, quel que soit celui des deux appareils que l'on emploie, on trouve le rapport

$$\frac{ES}{E'S'} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

ES c'est la quantité de lumière versée par la bougie à l'unité de distance sur une surface égale à l'unité, c'est son *pouvoir éclairant total.* $\frac{ES}{E'S'}$ représente donc le rapport des pouvoirs éclairants de la bougie et de la lampe, ou le rapport des quantités de lumière qu'elles émettent, toutes choses égales d'ailleurs.

La détermination de ce rapport suffit dans la plupart des cas. Quand on veut, par exemple, comparer les dépenses de l'éclairage à l'huile et au gaz, on compare : 1° les pouvoirs

éclairants d'une lampe Carcel et d'un bec à gaz quelconque; 2° les quantités et les prix des matières brûlées pendant le même temps, et on en conclut le rapport des dépenses pour une même quantité de lumière.

Mais on peut avoir à traiter une tout autre question : à comparer les pouvoirs émissifs E et E′ de deux flammes. Le plus simple sera de les limiter par deux ouvertures égales entre elles et à S. On aura, en opérant avec les mêmes photomètres,

$$\frac{ES}{r^2} = \frac{E'S}{r'^2},$$

$$\frac{E}{E'} = \frac{r^2}{r'^2}.$$

Ayant ainsi comparé les pouvoirs émissifs, il sera facile de calculer par les formules précédentes les éclairements produits dans toutes les circonstances possibles, soit que l'on fasse varier l'étendue des flammes, soit qu'on change leur distance à la surface éclairée.

Pour montrer l'utilité de ces recherches, supposons que l'on compare la lune à une bougie : le rapport des effets varie considérablement avec la distance de la bougie. Si l'on emploie l'appareil de Bouguer, la lune donnera l'éclairement constant $E' \operatorname{tang}^2\alpha$, en désignant par $\operatorname{tang}\alpha$ son diamètre apparent; la bougie donnera $E\frac{S}{r^2}$; on fera varier r jusqu'à ce qu'on ait

$$E' \operatorname{tang}^2\alpha = E\frac{S}{r^2},$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{S}{r^2 \operatorname{tang}^2\alpha} = \mu.$$

On trouvera de cette façon que l'éclat de la lune est plus petit que celui de la bougie, et que le rapport μ est 0,675. Ce rapport est à peu près constant et il importait de le déterminer. Mais si on veut trouver le rapport des pouvoirs éclairants de la lune et d'une bougie, il est très-variable. En effet, la formule donne pour ce rapport

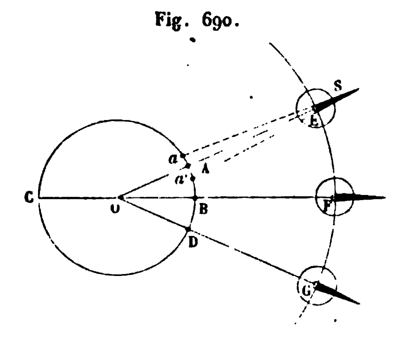
$$\frac{E' \operatorname{tang}^2\alpha}{\frac{ES}{r^2}} = \frac{\mu r^2 \operatorname{tang}^2\alpha}{S}.$$

La bougie éclaire d'autant plus que la distance *r* est plus petite, mais son effet diminue avec la distance, tandis que celui de la lune reste constant.

VITESSE DE LA LUMIÈRE. — RŒMER. — Il nous reste à démontrer que la lumière met un temps appréciable pour se transporter d'un point à un autre. C'est dans l'observation des astres qu'on en a tout d'abord trouvé la preuve, en discutant certaines anomalies qui se présentent dans les mouvements astronomiques. L'une d'elles a été découverte par Rœmer dans les années 1675 et 1676, en observant le premier satellite de Jupiter. Comme le plan de son orbite est sensiblement confondu avec celui de la planète, on voit ce satellite plonger périodiquement dans l'ombre portée par Jupiter, et c'est comme un signal qui s'éteint pour se rallumer ensuite après des intervalles qui doivent être égaux entre eux.

La première chose à faire était de déterminer la durée exacte de ces intervalles. Pour cela on choisissait le moment où l'astre était en E et la terre en *a*, un peu avant la conjonction (*fig.* 690), et on observait les immersions qui seules étaient alors visibles; puis, quand la terre avait dépassé le point de conjonction A et qu'elle se trouvait en *a'*, on ne voyait plus que les émersions dont on notait les moments. Pendant ces observations la distance de la terre au satellite n'avait pas sensiblement changé, et l'on trouva que l'intervalle de temps qui sépare deux extinctions ou deux réapparitions successives est de 42 heures et 30 minutes.

Fig. 690.



Après cette conjonction, les deux astres furent emportés tous deux dans leurs orbites, et comme Jupiter fait sa révolution en 11 ans et 10 mois, il était encore en F quand la terre se trouvait déjà en C et que tous deux étaient en opposition. Leur distance avait donc augmenté peu à peu de tout le diamètre

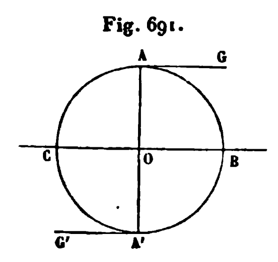
de l'orbite terrestre. Or, pendant qu'elle croissait, Rœmer avait observé que les moments des émersions avaient retardé d'une quantité croissante qui s'éleva progressivement jusqu'à 16 minutes 26 secondes; il en conclut que ce retard total est le temps employé par la lumière pour franchir l'augmentation finale de la distance, c'est-à-dire l'orbite CD.

A partir de cette opposition les astres se rapprochent. Pendant cette période, les immersions sont seules visibles et elles se précipitent jusqu'à la conjonction suivante DG. A ce moment, l'avance totale observée dans la deuxième période est devenue égale au retard total observé pendant la première, c'est-à-dire à 16 minutes 26 secondes, ce qui était de toute nécessité.

La mesure de la parallaxe du soleil avait fixé à 76461000 lieues le diamètre de l'orbite terrestre. En divisant ce nombre par 16 minutes 26 secondes, on trouva la vitesse de la lumière, qui est approximativement égale à 77000 lieues ou à 308000 kilomètres.

BRADLEY. — Soixante années plus tard, en 1728, un autre astronome, Bradley, découvrit une seconde anomalie plus générale et susceptible d'une mesure plus exacte. Quand la terre est au point A de son orbite et qu'elle se transporte suivant la tangente AG (*fig.* 691), on voit à leur place réelle les deux étoiles qui sont dans la direction de cette tangente; mais toutes celles qui sont à ce moment dans le plan perpendiculaire AA' sont déplacées dans le sens de AG d'un angle égal à 20",445. Six mois après, la terre est en A', et les mêmes étoiles ont éprouvé un déplacement égal, mais de direction opposée; et comme le plan AA' tourne de 360 degrés en une année, le même effet se produit successivement sur toutes les étoiles du ciel. Celles qui sont dans l'écliptique, se trouvant deux fois par an dans la direction d'une tangente à l'orbite, oscillent dans son plan de 20",445 autour de leur position moyenne et décrivent une droite. Il y en a deux qui sont placées aux pôles de l'éclip-

Fig. 691.

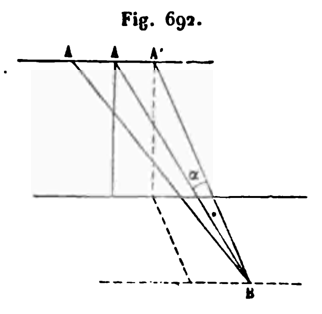


tique; elles sont toujours déviées de 20″,445 dans la direction de la tangente, et elles décrivent des cercles. Enfin, toutes celles qui ne sont ni aux pôles de l'écliptique, ni dans son plan, paraissent se transporter sur des ellipses plus ou moins allongées.

Ces remarquables circonstances constituent l'*aberration*. Comme elles sont générales, il faut qu'elles proviennent d'une propriété de l'agent lumineux lui-même, et Bradley les expliqua aisément comme il suit :

Quand nous observons une étoile, la lumière met un temps t pour parcourir avec sa vitesse V la longueur AB de la lunette (*fig.* 692). Pendant le même temps t, tous les points de la terre ont parcouru un espace égal et parallèle à AA′ avec la vitesse orbitaire v. Il suit de là que depuis le moment où un rayon s'engage dans l'objectif A jusqu'à celui où il arrive à l'oculaire B, cet objectif s'est transporté en A′, et que la direction de la lunette, qui serait AB si la terre était immobile, devient A′B à cause de son déplacement. On a

Fig. 692.



$$\frac{\sin\alpha}{\sin AA'B} = \frac{AA'}{AB} = \frac{v}{V},$$

$$\sin\alpha = \frac{v}{V}\sin AA'B.$$

Le sinus de l'angle d'aberration α est donc égal au rapport des vitesses de la terre et de la lumière, multiplié par le sinus de l'angle que fait la direction A′B de la lunette avec AA′, qui est celle du mouvement de la terre dans son orbite au moment considéré. L'angle α sera nul ou maximum, si AA′B est nul ou égal à 90 degrés. Par conséquent, il n'y a pas d'aberration pour les étoiles situées dans le sens AA′ du mouvement terrestre; elle est maximum et égale à $\frac{v}{V}$ pour celles qui sont dans le plan normal à ce mouvement.

Cette explication rend évidemment compte de toutes les circonstances présentées par l'anomalie que nous étudions en

ce moment. Or, l'angle maximum α a été mesuré et trouvé égal à 20″,445. Nous avons donc une relation simple entre la vitesse de la terre et celle de la lumière, relation qui permettra de calculer l'une de ces quantités si l'autre est connue.

$$\frac{v}{V} = \sin 20'', 445.$$

Les astronomes ayant mesuré la parallaxe du soleil, en ont conclu la distance de cet astre à la terre et la vitesse v qu'a celle-ci dans son orbite; cette vitesse est égale à 7,6 lieues. L'équation précédente a permis ensuite de calculer V, et le nombre qu'on a trouvé ne diffère que de $\frac{1}{100}$ de celui qui avait été obtenu par Rœmer.

On voit, par ce qui précède, que les astronomes ont trouvé dans le ciel des circonstances toutes faites, soit un signal qui se produit à des intervalles réglés, mais à des distances variables, soit une perturbation dans la situation des étoiles, occasionnée par la composition des vitesses de la terre dans son orbite et de la lumière dans le tube des lunettes, et qu'il leur a suffi d'interpréter et de mesurer ces circonstances pour en déduire la vitesse de la lumière. A leur tour, les physiciens ont cherché à mesurer la même vitesse à la surface de la terre, et ils ont été, tout d'abord, obligés d'imaginer des expériences analogues à celles que les astronomes trouvaient réalisées par la nature.

La première combinaison de ce genre est due à M. Fizeau. Je vais décrire d'abord la disposition expérimentale (*fig.* 693, *Pl. III*).

M. FIZEAU. — I. La partie essentielle de l'appareil est un disque tournant aa' porté sur un axe horizontal RR′ en relation avec une série de roues dentées et de pignons EDC. Un poids anime tout l'appareil, et la rotation du disque atteint bientôt une vitesse uniforme. Un frein permet de la modérer, et un compteur B de la mesurer. Le contour du disque est taillé en dents parfaitement égales entre elles et séparées par des intervalles égaux à leur largeur; il y en avait sept cent vingt. Le bord de ce disque représente ainsi un cercle divisé en quarts de degré, dans lequel on aurait évidé tous les quarts

impairs et où on aurait laissé ceux dont l'ordre est pair. La certitude des expériences devant dépendre de l'exactitude apportée dans cette construction, c'est Froment qui en avait été chargé.

II. Un point lumineux A fourni par une lampe éclairait un jeu de lentilles qui concentraient la lumière en A'; mais une lame de verre sans tain et à faces parallèles N réfléchissait une partie des rayons en un deuxième foyer *a*, lequel était précisément dans le plan du disque et dans la partie dentée de son contour (*fig.* 694, *Pl. III*). Quand ce disque tournait, les espaces vides et pleins se succédant alternativement en *a* laissaient passer ou interrompaient le rayonnement de ce foyer.

III. La lumière alternative émanée de *a* arrivait dans un collimateur *a*FG (*fig.* 693); elle traversait une lentille FG qui la transformait en un faisceau de rayons parallèles à *a*OO'.

Toute cette partie de l'appareil avait été établie dans le belvéder d'une maison de Suresnes, et réglée de façon à diriger le faisceau OO' vers un point connu, marqué par une mire O', à une fenêtre d'une autre maison sise à Montmartre. Voici comment on avait pu réaliser cette condition : il y avait en P, derrière la glace N, un oculaire visant au foyer *a* et qui constituait avec l'objectif FG une véritable lunette dont l'axe était *a*O; et en regardant en P on voyait l'image de la mire O'; on la fit coïncider avec *a*, et quand cela fut fait, on put être sûr que les rayons partis de *a* allaient à leur tour rencontrer la mire O'.

Les choses étant ainsi réglées à la première station, on disposa à la seconde, au point visé O', une lunette MLHK que l'on dirigea de manière à voir le point O au centre H du réticule; alors on était assuré que les rayons FM et GL, partis de *a*, viendraient converger au foyer H. Cela fait, on enleva l'oculaire K; on le remplaça par un miroir plan que l'on fixa en H perpendiculairement à O'H. Le rayon *a*FMH fut réfléchi suivant HLG*a*, et *a*GLH suivant HMF*a*; tous revinrent au point de départ *a*, traversèrent la glace inclinée N, et, en regardant à travers l'oculaire P, on vit l'image de *a* après que sa lumière avait fait le trajet de Suresnes à Montmartre et de Montmartre à Suresnes. L'espace parcouru *d* était de 17266 mètres.

IV. Donnons au disque une vitesse croissante. La lumière part de a (*fig.* 694, *Pl. III*) par l'espace compris entre les dents B et C; elle va se réfléchir à Montmartre et revient en a après un temps t égal à $\frac{d}{V}$. Mais pendant ce même temps t, le disque a tourné d'un angle qui augmente avec sa vitesse; quand celle-ci est suffisamment grande, la dent pleine C s'est substituée à l'intervalle C' au moment où la lumière revient en a; et cela se reproduisant pour chaque émission successive, il y a éclipse continue. Si la vitesse de rotation devient double, les rayons de retour passeront dans l'intervalle D'; si elle est triple, ils seront interceptés par D, et ainsi de suite. En général, quand, pendant la durée t du double trajet, le nombre de divisions, pleines ou évidées, qui passent en a est impair, il y a éclipse; quand il est pair, il y a maximum d'éclat. Ce nombre est donné par l'expérience, désignons-le par m.

D'autre part, ce nombre de divisions qui passent devant a est :

Pendant un tour....... 4.360,

Pendant une seconde... $4.360.n$,

Pendant t ou $\frac{d}{V}$........ $4.360.n.\frac{d}{V}$,

et l'on a

$$4.360.n.\frac{d}{V} = m.$$

Pour obtenir V il suffit donc de reconnaître le numéro d'ordre m de l'éclipse ou de l'éclat observé, et d'avoir mesuré : 1° le nombre de tours n du disque, ce qui se fait avec le compteur; 2° la distance d du double trajet. Les expériences de M. Fizeau ont donné pour V une valeur égale à 78841 lieues ou 315364 kilomètres, nombre peu différent de celui de Rœmer.

M. FOUCAULT. — Avant que M. Fizeau exécutât ce travail, une autre entreprise avait été projetée par Arago. Voici à quelle occasion : M. Wheatstone venait de mesurer la vitesse de l'électricité au moyen de miroirs tournants. En gros, son procédé revenait à ceci : on déchargeait une batterie électrique

à travers un circuit interrompu en trois points horizontaux A, B, C. En partant des deux armatures la décharge se faisait d'abord en A et C; elle n'arrivait en B qu'après avoir traversé deux longs circuits et s'être retardée dans ce trajet. On regardait les trois étincelles dans un miroir tournant rapidement; on voyait A et C sur une même ligne horizontale; mais B était dévié, parce que le miroir s'était déplacé pendant le temps qu'avait mis l'électricité pour parcourir les circuits.

Cette méthode, qui avait suffi pour mesurer la vitesse de l'électricité, inspira à Arago, dès 1838, l'idée d'appliquer les miroirs tournants à la mesure de la vitesse de la lumière. Il publia un projet d'expériences très-circonstancié, et il confia à M. Breguet la construction d'un appareil destiné à les réaliser, et qui fut effectivement construit; mais avant qu'on eût essayé de s'en servir, M. Foucault avait obtenu de M. Froment un instrument beaucoup plus simple, et, modifiant les projets d'Arago, qui eussent été difficilement réalisables, il imagina d'autres dispositions dont le succès fut complet et dont il nous reste à parler.

I. L'appareil à rotation est une petite turbine qui ressemble beaucoup à la sirène (*fig.* 695, 696, 696 *bis*, 696 *ter*, *Pl. III*). On fait arriver le vent d'une soufflerie par un tube *aa* dans un tambour annulaire AA. Le couvercle de ce tambour est percé d'une rainure circulaire BB′ interrompue par des lames hélicoïdales. Par les intervalles qui les séparent le vent s'échappe, obliquement et dans le sens des flèches (*fig.* 696 *bis*); il rencontre une boîte CC creuse et mobile autour d'un axe vertical et qui est divisée par d'autres cloisons hélicoïdales CC inclinées dans un sens opposé aux conduits du tambour (*fig.* 696 *ter*). Le vent sortant de ceux-ci frappe les lames de la boîte mobile et la fait tourner avec une vitesse qui peut dépasser huit cents tours à la seconde autour de son axe vertical DD′. Cet axe porte le miroir M.

Mais pour atteindre cette limite il fallait maintenir les pivots humectés avec de l'huile que l'on faisait arriver continuellement sous une pression réglée d'avance. Il fallait aussi et surtout éviter les mouvements latéraux de l'axe, qui, avec une aussi grande vitesse, altèrent rapidement les pivots, mais qui disparaissent quand l'axe d'inertie est confondu avec celui de

rotation. C'est pour satisfaire à cette condition qu'on avait placé un régulateur en *b* (*fig.* 695). C'est un anneau dont le contour est rectangulaire et dont les angles sont traversés par des vis lourdes et verticales. Par des coups de lime donnés systématiquement sur les sommets, on amène le centre de gravité à coïncider avec la ligne des pivots, et, par conséquent, l'axe d'inertie à couper l'axe de rotation; les vis verticales servent ensuite à établir la coïncidence exacte de ces deux axes.

II. Cette turbine est placée sur un support solide, dans une chambre obscure. Soit BC l'une des positions du miroir M (*fig.* 697, *Pl. III*). En face est une ouverture rectangulaire A qui envoie les rayons solaires; elle porte en son milieu un fil vertical pour préciser la visée. Les rayons traversent d'abord une lame de verre MM' à faces parallèles, ensuite un objectif achromatique BC, et ils sont reçus sur le miroir *bc*, que nous supposerons d'abord immobile. Là ils se réfléchissent et viennent former en D l'image réelle de A. En ce point ils rencontrent un miroir concave *pp'*, dont le centre est en O, et où ils se réfléchissent de nouveau. L'un d'eux, B*b*D, revient en D*c*C, puis en A; de même, le rayon C*c*D revient en D*b*B et en A. En général, tous ceux qui ont été reçus par le miroir *bc* forment une image de retour exactement superposée à la ligne lumineuse A; mais avant d'y arriver ces rayons rencontrent la glace MM', où une partie se réfléchit pour venir former une image α qu'on regarde avec une loupe et qu'on fait coïncider avec un réticule fixe R.

Supposons maintenant que le miroir tourne lentement; le point D parcourt une circonférence de rayon OD et sort du miroir *pp'*, mais il y revient à chaque révolution, et à chaque fois les rayons reviennent en α où se forment des images successives qui impressionnent l'œil d'une manière continue si la vitesse est suffisante. Il faut remarquer que si au miroir concave *pp'* on en ajoute un second *qq'* appartenant à la même sphère prolongée, il donnera une image au même point α, et que si on place devant son milieu E un tube FF' plein d'eau, les rayons qui l'auront traversé concourront à former cette image α avec ceux qui auront été réfléchis dans l'air en D; seulement il sera nécessaire de placer avant le tube une lentille convergente pour compenser l'éloignement du foyer produit par l'eau.

Comme il est essentiel de distinguer les images formées en α par les rayons qui ont traversé l'air ou l'eau, voici l'addition ingénieuse qu'on fait à l'appareil. Le diaphragme A formant une image réelle en D dans l'air, on en intercepte les bords en plaçant en D un écran qui en diminue la hauteur; mais on laisse à l'image qui se forme en E toute son étendue. De cette façon, quand on regarde en α avec la loupe R on voit (*fig.* 698, *Pl. III*) l'image complète *pqrs*, qui est donnée par le tube, et une autre image réduite *uvxy* réfléchie par le miroir D, et qui se superpose partiellement à la première; les bords *pquv*, *xyrs* paraissent verts, parce que les rayons ont traversé une longue colonne d'eau. La ligne *ab* représente l'image du fil vertical tendu en A.

Je suppose maintenant qu'on augmente progressivement la vitesse du miroir *bc* jusqu'à lui faire décrire quatre ou cinq cents tours par secondes, voilà ce qui arrivera : les rayons partiront du miroir quand il occupe la position *bc*, arriveront en D et reviendront sur leurs pas; mais comme ils auront mis un certain temps pour faire ce trajet et que le miroir aura subi un déplacement pendant ce temps, ils le retrouveront en $b'c'$; alors ils seront renvoyés en cC' et bB'; ils formeront leur image non en A mais en A', et la loupe la verra non en α mais en α'. La ligne *ab*, dans le champ de vision, aura donc été déplacée en $a'b'$ (*fig.* 699, *Pl. III*), aussi bien dans l'image qui vient du liquide que dans celle qui vient de l'air, et comme la déviation est d'autant plus grande que la vitesse est moindre, il sera aisé de reconnaître celui des deux milieux qui transmet le plus vite un faisceau de lumière. Or, l'expérience montre que l'image aérienne c' est toujours moins déviée que sa congénère $a'b'$ formée à travers l'eau; donc *la vitesse de la lumière est plus grande dans l'air que dans l'eau.*

Ce premier résultat a eu, comme on le verra bientôt, une extrême importance. Mais on pouvait faire plus : mesurer exactement le déplacement d'une part, le nombre de tours du miroir de l'autre, et en conclure la vitesse exacte de la lumière dans l'air. C'est ce que vient de faire M. Foucault, au moyen du même appareil auquel il avait ajouté un rouage chronométrique qui mesurait le nombre des tours de la turbine pendant chaque seconde. La vitesse V a été trouvée, en

moyenne, égale à 298 187 kilomètres, au lieu de 308 333. Elle est réduite de $\frac{1}{30}$.

On se rappelle la relation donnée par la théorie de l'aberration

$$\frac{v}{V} = \sin 20'',445.$$

Une fois qu'on a mesuré directement V, on en tire la vitesse v de la terre dans son orbite. Or, appelant T la durée observée de la révolution de la terre, r le rayon moyen de l'orbite,

$$2\pi r = vT,$$

ce qui fait connaître la distance r de la terre au soleil; et puisque V doit être diminué de $\frac{1}{30}$, il faut aussi réduire dans la même proportion la distance de la terre au soleil.

SOIXANTE-DIX-HUITIÈME LEÇON.

RÉFLEXION ET RÉFRACTION.

Réflexion. — Loi expérimentale de la réflexion. — Image d'un objet. — Déplacement de l'image quand le miroir se meut parallèlement ou angulairement. — Réfraction. — Lois géométriques. — Tableau des indices de réfraction. — Indice de retour. — Indice de passage ou relatif. — Discussion de la formule. — Angle limite. — Réflexion totale. — Explication de la réflexion et de la réfraction dans le système de l'émission. — Contradiction avec l'expérience; abandon définitif de cette théorie. — Explication dans le système des ondes. — Adoption provisoire de cette théorie. — Construction générale des ondes réfléchies et réfractées. — Réflexion sur une sphère. — Réfraction par des surfaces planes. — Cas d'une lame à faces parallèles.

Quand la lumière rencontre une surface polie qui sépare deux milieux différents, elle se divise en deux parties : l'une qui se réfléchit et se propage dans le milieu antérieur, l'autre qui se réfracte et qui se transmet dans le deuxième milieu s'il est transparent, ou qui est absorbée par lui à une petite distance de sa surface, s'il est opaque.

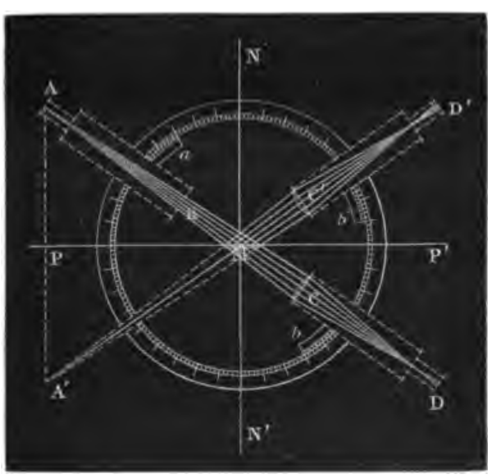
RÉFLEXION.

LOI DE LA RÉFLEXION. — Pour découvrir les lois de la réflexion, nous nous servirons du cercle divisé qui a été précédemment décrit (*fig.* 677, *Pl. III*). L'une des alidades A porte un simple tube $a'a''$ noirci intérieurement, éclairé en a' par une ouverture ronde au centre de laquelle se croisent deux fils rectangulaires. Sur l'autre alidade B est établie une lunette $b'b''$ avec un réticule et une vis de tirage. La surface réfléchissante est fixée en D. Au moyen d'une coulisse et de la vis G on l'élève ou on l'abaisse jusqu'à la placer à la hauteur du

centre du cercle divisé; et on la cale par les vis e, e', de telle sorte que les images réfléchies par elle et observées par la lunette $b' b''$ ne se déplacent pas quand on la fait tourner par le bouton F autour d'un axe FD qui est parallèle au plan du limbe : on est alors assuré que la lame réfléchissante est normale à ce plan. Pour achever de régler l'expérience, il suffira de placer verticalement la lunette $b' b''$ au zéro de la division du cercle et d'amener par l'alidade γ la plaque D dans une position telle, que l'image réfléchie par elle des fils du réticule se voie dans la lunette en coïncidence avec eux-mêmes. Par raison de symétrie, la lunette sera normale à la plaque, et en la faisant ensuite mouvoir sur le cercle, on saura l'angle qu'elle fait avec cette plaque.

La *fig.* 700 représente les conditions théoriques de l'expérience. NN' est la normale à la surface; AB est le tube noirci

Fig. 700.



dans une position quelconque. Voici ce qui résulte de l'observation. Si, avant d'avoir placé en M la plaque réfléchissante, on dispose la lunette en CD et qu'on règle convenablement le tirage, on voit l'image des fils croisés A en coïncidence avec le centre du réticule; et si, après avoir fixé la plaque en M, on amène la lunette en C' D' dans une position symétrique de CD

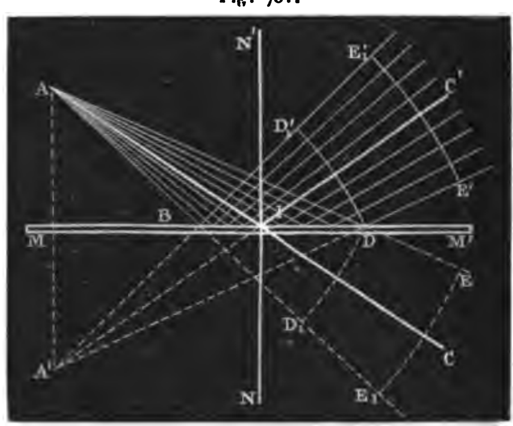
sans changer le tirage, on voit encore distinctement l'image des fils croisés en coïncidence avec le réticule, comme s'ils existaient en un point A' symétrique de A. Ce résultat expérimental, indépendant de la distance de A et de la position du tube CD, résume la loi générale de la réflexion et s'énonce ainsi :

« La lumière qui est envoyée par le point A et qui a été réfléchie par une surface plane est dans les mêmes conditions physiques que si elle partait d'un point A' symétrique de A par rapport au miroir. A' est ce qu'on nomme l'image virtuelle de A. »

On a interprété cette loi de deux manières, correspondant aux deux modes de représentation adoptés pour se figurer la propagation de la lumière.

I. Si l'on représente le mouvement lumineux parti de A par des ondes sphériques concentriques, telles que DD_1, EE_1,... (*fig.* 701), celui qui viendrait d'un point symétrique A'

Fig. 701.



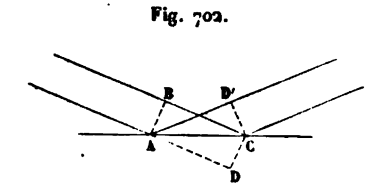
serait figuré par d'autres ondes qui arriveraient au même moment sur les sphères DD'_1, EE'_1, ..., et seraient symétriques des premières. Dès lors :

« Les ondes émises par un point lumineux se changent par la réflexion en d'autres ondes qui au même moment sont symétriques des premières par rapport à la surface polie. »

Dans le cas où le point lumineux est à l'infini, la surface

d'onde incidente DC est plane, la surface réfléchie CD' l'est également, toutes deux restent symétriques (*fig.* 702).

Fig. 702.



II. Si nous supposons, au contraire, que l'effluve lumineuse émanée de A soit décomposée en rayons élémentaires tels que AIC (*fig.* 701), l'effluve partie du point symétrique A' pourra se décomposer de la même manière en rayons tels que A'IC'. Alors on pourra dire :

1° Qu'à un rayon incident AI correspond un rayon réfléchi IC';

2° Que le plan d'incidence AIN' mené par le rayon incident et la normale IN' est confondu avec la plan de réflexion N'IC';

3° Que l'angle d'incidence AIN' est égal à l'angle de réflexion N'IC'.

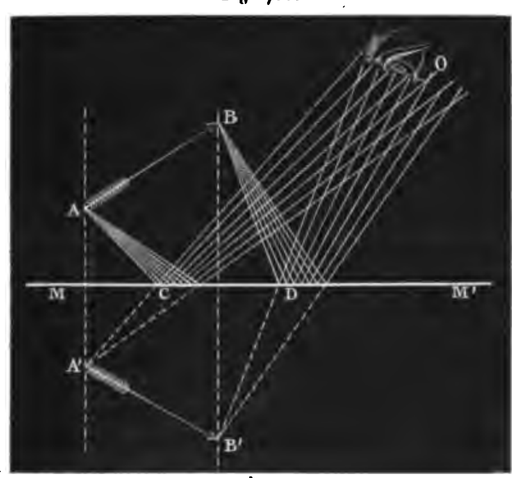
Bien que cet énoncé soit généralement adopté, c'est celui qui s'écarte le plus de l'observation. Il ne faut pas oublier que la décomposition du faisceau en rayons linéaires étant entièrement conventionnelle, l'idée qui les représente comme se réfléchissant individuellement est fictive au même titre; et en effet, aussitôt qu'on cherche à réduire un miroir à une seule ligne I perpendiculaire au plan d'incidence, on voit apparaître tous les phénomènes de diffraction que nous avons réservés. Ce qui est seul réel et strictement conforme à l'expérience, c'est que nous voyons la lumière réfléchie comme si elle partait d'une image symétrique.

IMAGE D'UN OBJET. — Si la lumière part d'un objet AB (*fig.* 703), chacun de ses points A ou B a son image virtuelle en A' ou B', et l'œil, placé en O, reçoit les faisceaux réfléchis comme s'ils étaient envoyés par un objet symétrique A'B'.

L'angle de AB avec son image A'B' est double de celui qu'il

fait avec la surface MM′ du miroir. D'où il résulte qu'un objet

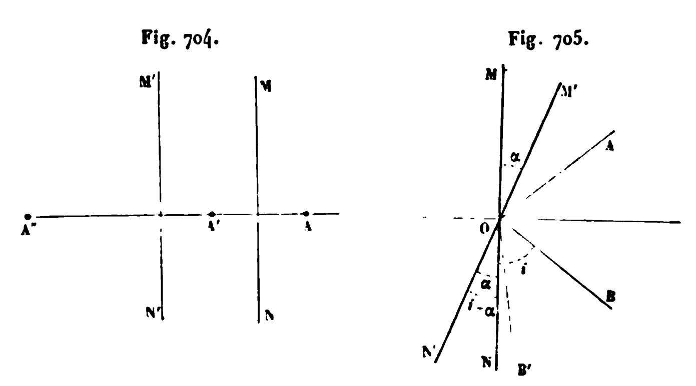
Fig. 703.



vertical est vu horizontal dans un miroir incliné à 45 degrés, et réciproquement.

Si un miroir MN se déplace parallèlement à lui-même d'une quantité a jusqu'en M′N′ (*fig.* 704), l'image qui était en A′ à une distance de A égale $2d$, se place en A″ à une distance $2(d+a)$. La différence A′A″, c'est-à-dire le déplacement de l'image, est $2a$; elle est égale au double du mouvement du miroir.

Fig. 704. Fig. 705.



Il en est de même pour le cas où le miroir se déplace an-

gulairement (*fig.* 705). Soit NOM la première position du miroir, AO et OB les rayons incidents et réfléchis. L'angle $AOM = BON = i$. Quand le miroir tourne d'un angle α et se place en N'OM', l'angle d'incidence diminue de α, le rayon réfléchi est OB', et l'on a

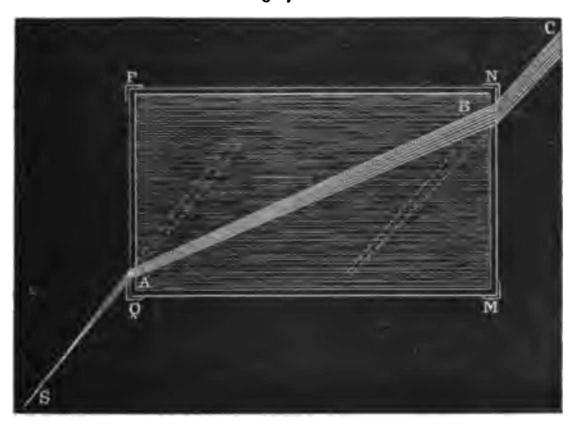
$$N'OB' = i - \alpha, \quad N'OB = i + \alpha,$$
$$B'OB = N'OB - N'OB' = i + \alpha - (i - \alpha) = 2\alpha;$$

par conséquent l'angle des deux rayons réfléchis est égal au double du déplacement donné au miroir.

RÉFRACTION.

On peut avoir une idée générale du phénomène de la réfraction en faisant arriver un faisceau solaire dans une chambre obscure et le recevant obliquement à travers une cuve pleine d'eau (*fig.* 706). Comme il illumine les poussières qui

Fig. 706.



se trouvent sur son passage, on voit dans l'obscurité le chemin qu'il suit. On constate ainsi qu'il se rapproche de la normale en pénétrant dans l'eau, que la déviation est nulle sous l'incidence perpendiculaire, qu'elle augmente avec l'inclinaison jusqu'à une valeur limite et que, dans les cas où la

deuxième surface est parallèle à la première, le faisceau reprend sa direction primitive en sortant de l'eau pour rentrer dans l'air.

LOIS GÉOMÉTRIQUES. — Les lois de la réfraction sont complexes : elles dépendent à la fois de certaines qualités inhérentes aux lumières qu'on étudie, de la distance du point lumineux, de la nature des milieux en contact, et enfin de l'inclinaison du faisceau incident sur la surface de séparation.

Pour commencer par un cas relativement simple, nous choisirons tout d'abord la lumière émise par la combustion de l'alcool salé, lumière d'un jaune pâle et qui dans l'obscurité illumine en jaune tous les objets, quelle que soit leur couleur propre. Les raisons de ce choix ne pourront être données que dans la Leçon suivante où nous chercherons à étendre à toutes les lumières les lois que nous allons trouver avec la lampe à alcool salé. Nous prendrons ensuite un point lumineux situé à l'infini, de sorte que les ondes seront planes en arrivant sur la surface réfringente. Enfin nous choisirons comme premier exemple un milieu déterminé, l'eau. Dans ce cas bien défini, nous n'avons plus qu'à chercher comment varie le phénomène avec les incidences.

Nous emploierons encore le même cercle divisé (*fig.* 707), placé dans un plan vertical et réglé comme précédemment; nous éclairerons les fils croisés qui sont à l'extrémité A du tube AB avec une lampe à alcool salé. Il faudrait que le point A fût reculé jusqu'à l'infini; comme cela n'est pas possible, on a recours à un artifice qui réalise les mêmes conditions et qui consiste à armer l'autre extrémité B du tube d'une lentille convergente dont la distance focale est égale à AB. On prouvera dans la suite, et l'expérience montre aisément que la lumière partie de A et sortant de la lentille B est dans les mêmes conditions physiques que si elle venait d'un point placé à l'infini sur l'axe BA. La lunette, amenée dans la position GH et braquée à l'infini, vise ce point. Soit i l'angle que son axe fait alors avec la verticale NN. Nous disposerons ensuite une cuve en verre CDEF dont le fond ED normal à l'axe G'H' est porté par la même alidade que la lunette et partage tous ses mouvements, et nous y mettrons de l'eau

jusqu'en O. Sortie de la lentille B, la lumière pénètre dans l'eau en se déviant, et l'expérience prouve qu'on peut toujours, en déplaçant la lunette sur le cercle, lui donner une position G'H' telle, que le faisceau traversant DE normalement et sans déviation parcourt la lunette suivant son axe G'H', de façon qu'on voit, sans changer le tirage, l'image du point A en coïncidence avec le réticule. Soit r l'angle que fait alors l'axe

Fig. 707.

de la lunette avec la verticale NN. La réfraction à travers DF se borne donc à changer la direction suivant laquelle on voit un point lumineux situé à l'infini. Cette direction faisait avec la normale NN un angle d'incidence i; elle fait un angle r après la réfraction, et l'on trouve entre i et r la relation

$$\frac{\sin i}{\sin r} = 1,333.$$

Cette loi a été découverte par Descartes et porte son nom. Comme la loi de la réflexion, elle s'interprète de deux manières :

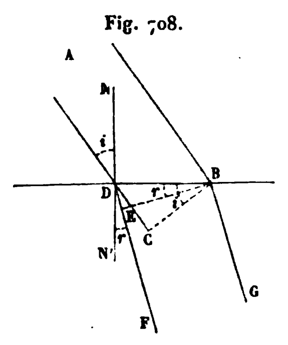
I. On peut d'abord représenter la lumière incidente par des ondes qui seront planes, puisqu'elles viennent de l'infini. Soit CB l'une d'elles (*fig.* 708); elle rencontre la surface

réfringente suivant une ligne B et fait avec elle un angle DBC égal à i. L'onde réfractée est également plane; sa surface, au même moment, est BE; elle rencontre la surface réfringente suivant la même ligne B et fait avec elle un angle EBD égal à r. Les lois s'expriment ainsi :

« 1° A toute onde plane incidente correspond une onde plane réfractée qui lui est simultanée; 2° toutes deux se rencontrent sur la surface réfringente en une trace commune, normale au plan d'incidence; 3° les sinus des angles i et r que font les ondes incidente et refractée avec la surface réfringente sont dans un rapport constant. »

II. Si on décompose la lumière incidente en rayons fictifs parallèles entre eux, puisqu'ils viennent de l'infini, et que l'on considère en particulier celui qui parcourt l'axe AB du tube (*fig.* 707), il forme avec la normale ON un plan et un angle i qu'on nomme *plan* et *angle d'incidence*. La lumière réfractée, puisqu'elle est dans les mêmes conditions que si elle venait de l'infini, est également composée de rayons parallèles, dont l'un OG′H′ suit l'axe de la lunette et continue BO; il fait avec la normale un plan et un angle r qu'on nomme *plan* et *angle de réfraction*, et on dira : « 1° à tout rayon incident correspond un rayon réfracté; 2° tous deux sont contenus dans le même plan normal à la surface en O; 3° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant et égal à 1,333, quand la lumière passe de l'air dans l'eau. »

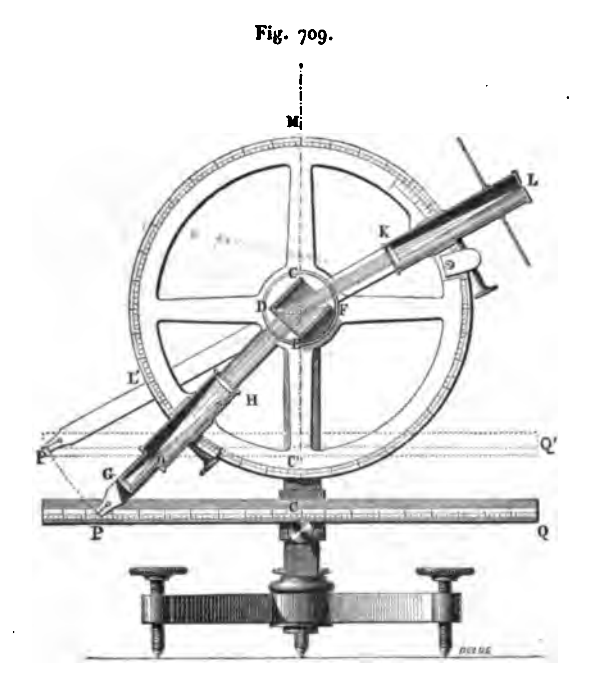
Fig. 708.



On emploie souvent pour la vérification expérimentale un appareil qui n'est pas sans intérêt (*fig.* 709). C'est un cercle portant comme précédemment un collimateur LK et une lunette HG fixée à la cuve DEF; mais les alidades sont prolongées par des tiges KL′P′ et GP, terminées elle-mêmes par deux ouvertures étroites P et P′, que l'on a percées à la même distance du centre. Une règle PQ, qu'on peut élever ou abaisser, mais qui reste toujours horizontale, est placée successivement derrière P et P′. Les distances PC, P′C′ de ces ouvertures à l'ori-

gine des divisions mesurent alors les sinus des angles d'in-

Fig. 709.



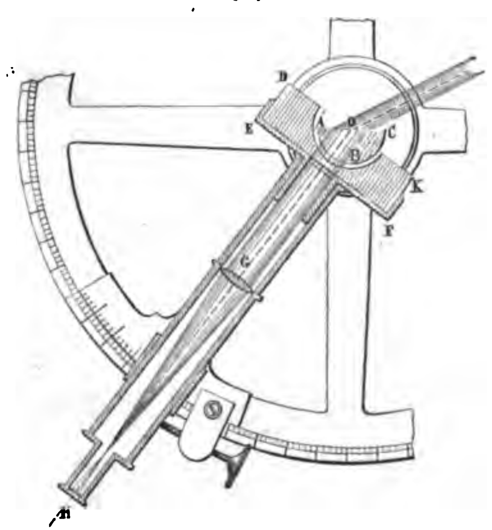
cidence et de réflexion, et on peut aisément reconnaître que leur rapport reste constant.

SUBSTANCES DIVERSES. — Ce rapport est égal à 1,333 pour l'eau. Si dans nos expériences nous remplaçons ce liquide par de l'huile ou des dissolutions salines, ou des essences, ou par toute autre substance liquide que nous voudrons, la loi demeurera la même, mais le rapport des sinus prendra d'autres valeurs : il sera 1,67 pour le sulfure de carbone, 1,47 pour l'huile d'olive, 1,37 pour l'alcool, etc. En général, nous le représenterons par *n* et nous le nommerons *indice de réfraction.*

Pour faire la même étude avec un solide transparent, nous emploierons un appareil qui est dû à Boscovitch (*fig.* 710). ABC est un demi-cylindre de verre; DEFK est un parallélipipède de la même substance, creusé d'une gouttière cylin-

drique au fond de laquelle le demi-cylindre ABC s'enchâsse exactement. On place cet appareil sur un cercle divisé de façon que le demi-cylindre ABC soit fixé horizontalement au

Fig. 710.



centre et que DEFK puisse tourner avec l'alidade de la lunette CH. EF est fixé normalement à l'axe optique de la lunette, et les expériences se font comme précédemment. Elles démontrent les mêmes lois. Voici quelques résultats :

INDICES DE RÉFRACTION.

Chromate de plomb	2,50 à 2,97
Diamant	2,47 à 2,75
Phosphore	2,224
Soufre natif	2,115
Zircon	1,95
Borate de plomb	1,86
Rubis	1,78
Sulfure de carbone	1,67
Huile de cassia	1,63
Topaze	1,61
Béryl	1,60
Huile d'amandes amères	1,60

INDICES DE RÉFRACTION (Suite).

Émeraude	1,58
Flint-glass	1,57
Quartz	1,54
Sel gemme	1,54
Colophane	1,54
Baume du Canada	1,53
Huile de noix	1,50
Crown-glass	1,50
Huile d'olive	1,47
Spath fluor	1,43
Acide sulfurique	1,42
Alcool rectifié	1,37
Éther sulfurique	1,36
Albumine	1,35
Eau	1,33

INDICES DE RETOUR ET RELATIF. — Toutes ces valeurs étant supérieures à l'unité, la lumière se rapproche de la normale en passant de l'air dans ces diverses substances. Qu'arriverait-il si elle suivait la marche inverse? L'expérience prouve qu'une lame à faces parallèles (*fig.* 711), placée entre une lunette et un objet très-éloigné, ne déplace jamais l'image. Cela montre que les rayons incidents SA et les rayons émergents BC sont parallèles, et font le même angle i avec la normale; or on a

Fig. 711.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n,$$

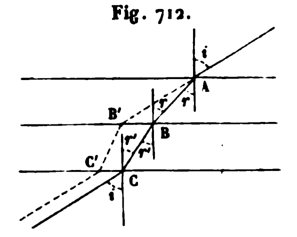
donc

$$\frac{\sin \mathrm{ABF}}{\sin \mathrm{CBG}} = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}.$$

En général, lorsque l'indice au passage de l'air dans un milieu est n, l'indice pour le retour de ce milieu dans l'air est $\frac{1}{n}$.

Si on superpose deux lames parallèles (*fig.* 712), dont les indices respectifs sont n, n', quel sera l'indice relatif à leur limite de séparation? L'expérience prouve que l'ensemble des deux lames ne déplace pas les images, ce qui exige que les rayons incidents et émergents fassent le même angle i avec la normale. On aura successivement

Fig. 712.



$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \frac{\sin r}{\sin r'} = x, \quad \frac{\sin r'}{\sin i} = \frac{1}{n'};$$

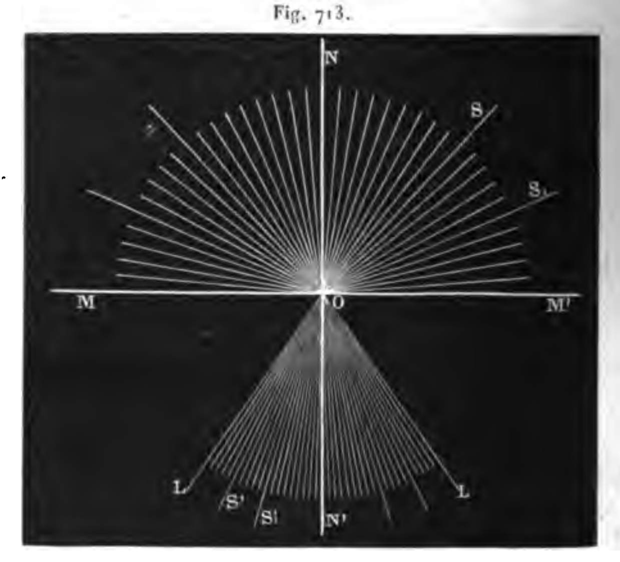
en multipliant membre à membre,

$$1 = \frac{nx}{n'}, \quad x = \frac{n'}{n}.$$

L'indice au passage d'un premier milieu dans un second est égal au rapport des indices du second et du premier milieu.

DISCUSSION. — D'après la formule $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, on voit que n

Fig. 713.



étant plus grand que l'unité, l'angle r est plus petit que i; qu'il

est nul quand $i = 0$; qu'il croît avec i, et que, pour l'incidence rasante, r atteint un maximum R donné par la formule

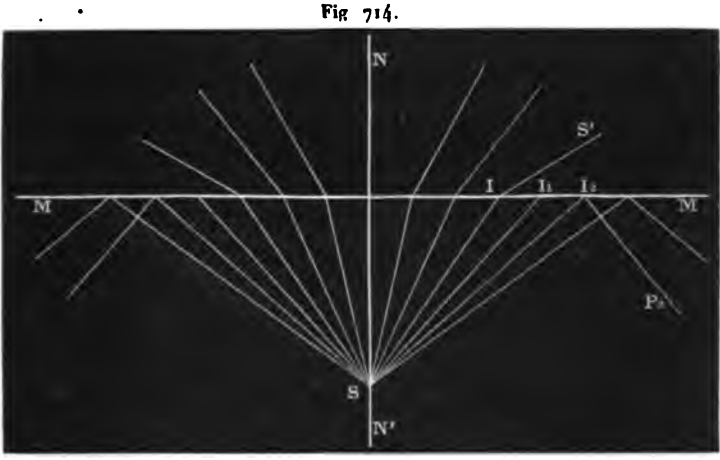
$$\sin R = \frac{1}{n}.$$

R est ce qu'on nomme l'*angle limite*.

Donc, un faisceau continue son chemin en ligne droite, s'il est normal (*fig.* 713); il se rapproche de ON' dans tous les autres cas, et il atteint une limite OL pour $i = 90$. Si on décrit un cône avec OL pour génératrice, il marque la limite de tous les rayons réfractés qui pénétreraient par le point O.

Réflexion totale. — Supposons que la lumière marche en sens inverse (*fig.* 714). Partant du milieu le plus réfringent suivant SI pour entrer dans celui qui l'est le moins, elle s'écartera de la normale et prendra la direction IS'. Le rayon limite

Fig. 714.



SI_1, qui fait un angle d'incidence R, émergera en rasant la surface I_1M. En effet, en appelant I l'angle d'émergence, on a

$$\sin R = \frac{1}{n}, \quad \sin I = n \sin R = 1, \quad I = 90^\circ.$$

Mais quand un rayon arrive sous une incidence r plus grande que l'angle limite R, on trouve

$$\sin r > \frac{1}{n}, \quad \sin i > 1.$$

La formule répond par une impossibilité; elle ne s'applique plus et il faut consulter l'expérience. L'expérience prouve qu'il n'y a plus de rayon réfracté, et qu'il se produit un phénomène nouveau et très-important.

En même temps qu'un rayon tel que SI donnait naissance à un rayon réfracté IS′, il produisait aussi un faisceau intérieur réfléchi, qui était peu intense; mais aussitôt que la lumière SI_1 cesse de se réfracter, le faisceau réfléchi I_1P_1 devient très-vif. On va prouver qu'il contient toute la lumière incidente, et on dira que la réflexion est *totale*.

Soit (*fig.* 715) un prisme de verre ABC, rectangulaire en B: on fait tomber parallèlement à sa base AC la lumière émise par une feuille de papier blanc DD′. Chaque rayon tel que DE se réfracte en E, se réfléchit en F, pour se réfracter de nouveau en G, et rentrer dans l'air parallèlement à sa direction primitive. En plaçant l'œil dans ce faisceau émergent, on voit une image renversée de la surface DP, après une réflexion en F qui n'a pas dû affaiblir l'éclat si elle est totale, mais aussi après que les rayons ont subi deux réfractions en E et en G et traversé une épaisseur de verre EF + FG qui est égale à E′G, ce qui a dû diminuer leur intensité.

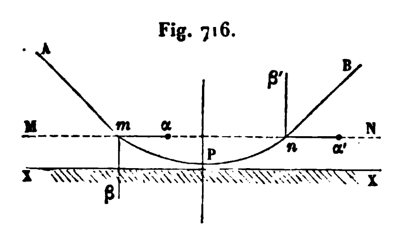
Fig. 715.

Superposons à ce prisme ABC un parallélipipède du même verre ABCB′. Un rayon D′E′ se réfractera en E′, traversera E′G, et se réfractera de nouveau en G; il aura subi les mêmes actions que le rayon DEFG, moins la réflexion en F, et si celle-ci est totale, l'éclat des deux faisceaux qui sont juxtaposés doit être le même : c'est ce que l'expérience vérifie.

EXPLICATIONS THÉORIQUES. — Avant d'aller plus loin, il faut examiner comment les deux théories de la lumière expliquent la réflexion et la réfraction; car si l'une d'elles se trouvait en opposition radicale avec les faits que nous venons de découvrir, on l'abandonnerait dès maintenant. Commençons par l'émission.

D'APRÈS LA THÉORIE DE L'ÉMISSION. — Dans cette théorie, chaque molécule lumineuse se meut nécessairement en ligne droite dans un milieu homogène. Soit Am la trajectoire de l'une d'elles, et supposons qu'elle s'approche d'une surface spéculaire XX (*fig.* 716). Arrivée à une distance limite très-petite, marquée par la surface parallèle MN, elle éprouve l'action du milieu réfléchissant, qui la repousse ou qui l'attire. Admettons qu'il la repousse.

Fig. 716.



Décomposons la vitesse de la molécule en deux autres, l'une verticale $m\beta$, l'autre horizontale $m\alpha$. Celle-ci ne change point; mais $m\beta$ diminue par la répulsion et la trajectoire devient courbe et convexe. Arrivée en P, la molécule n'a plus de vitesse verticale. En continuant sa route elle éprouve la même répulsion de la part du milieu, parcourt un arc Pn symétrique de Pm et reprend peu à peu une vitesse verticale $n\beta'$, égale et contraire à celle qu'elle possédait en m, et qui se compose avec la vitesse horizontale $n\alpha'$; alors elle sort de la limite d'action, ayant été réfléchie suivant les lois connues. La théorie de l'émission explique donc très-bien la réflexion, comme on explique le rebondissement des billes de billard.

Pour concevoir la réfraction, il faut admettre (*fig.* 717) que la molécule arrivée à la limite MN est attirée. Si cela est, elle pénètre dans le milieu; elle continue d'être attirée jusqu'à une certaine limite d'attraction sensible M'N', et sa vitesse verticale $m\beta$ augmente. De MN à M'N' la trajectoire est courbe; à partir de m' elle redevient rectiligne; mais elle s'est rapprochée de la normale, puisque la composante verticale a

augmenté, et la vitesse de propagation n'est pas restée la même : elle était v dans le premier milieu, elle est devenue v' dans le second.

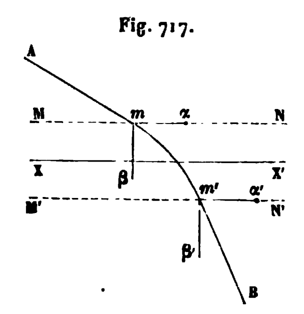


Fig. 717.

Soient i et r les angles d'incidence et de réfraction : les vitesses horizontales seront $v \sin i$ et $v' \sin r$ avant et après l'action du milieu. Or, aucune force n'ayant agi dans le sens horizontal, elles doivent être égales :

$$v \sin i = v' \sin r;$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v'}{v} = n.$$

Je ne m'arrêterai pas à cette difficulté, que la molécule lumineuse est repoussée s'il faut rendre compte de la réflexion, et qu'elle est attirée quand on veut expliquer la réfraction. Newton l'avait levée en partie en admettant que les molécules sont douées d'un mouvement de rotation sur elles-mêmes qui amène en contact avec la surface réfléchissante, tantôt un pôle qui est attiré, tantôt un autre qui est repoussé. Mais ce qui est beaucoup plus grave, c'est que la formule précédente exige que v' soit égal à nv, c'est-à-dire que la vitesse de la lumière soit plus grande dans un milieu plus réfringent, tel que l'eau, que dans un autre qui l'est moins, comme l'air. Cela est absolument contraire à l'expérience de M. Foucault, et nous sommes nécessairement contraints de renoncer d'une manière définitive et absolue aux idées théoriques qui impliquent une pareille contradiction.

D'APRÈS LES ONDULATIONS. — Soumettons la théorie ondulatoire à la même épreuve. Soit A un point lumineux (*fig.* 718, *Pl. IV*). Il est en vibration comme un point sonore; chacun de ses mouvements successifs se transmet dans l'éther et arrive en même temps sur des sphères concentriques. Considérons en particulier l'une d'elles, EFD; elle est l'intermédiaire nécessaire entre A et les parties les plus éloignées. On peut dire que c'est elle qui leur envoie la lumière; que tous les éléments D, E, F vibrent, et qu'ils transmettent leurs mouvements comme s'ils étaient autant de centres lumineux. Dé-

crivons de ces points des sphères avec un même rayon : elles seront toutes tangentes, en des points D′, F′, C, à une autre sphère D′F′C, qui est une nouvelle surface d'onde. On voit qu'elle est l'enveloppe de toutes les ondes élémentaires parties de D, F, E.

Or, les points A, D, D′ sont en ligne droite ainsi que A, F, F′ ou que A, E, C. Par conséquent, le mouvement lumineux est rectiligne, et, *dans son ensemble*, le flux émis par A est en réalité composé de rayons tels que AFF′. Mais on voit en même temps que si on voulait isoler ce rayon AFF′ par une fente mise en F, elle enverrait une onde sphérique *m*F′*n* qui ne serait pas restreinte à un seul rayon FF′. Ces considérations, qui seront complétées dans la suite, expliquent le mouvement rectiligne avec les restrictions que l'expérience a précisément indiquées; elles étaient nécessaires avant d'aborder l'explication de la réflexion comme nous allons maintenant le faire.

Le faisceau total rencontrant une surface XY, chacun des points BIC est ébranlé, il vibre et devient le centre d'un mouvement qu'il transmet, soit au-dessus, soit au-dessous. C'est ce qui constitue la réflexion ou la réfraction. A partir du moment où l'onde a rencontré le point B jusqu'à celui où elle arrive en D′, le point B a commencé à vibrer et a transmis son mouvement à une distance égale à BD′. Décrivons donc une sphère de B comme centre, avec un rayon BD″ = BD′, elle marquera le lieu d'arrivée dans le milieu supérieur de l'onde partie de B, c'est-à-dire réfléchie par ce point. Répétons la même construction pour tous les points de BC, et toutes les sphères auront deux enveloppes : l'une CD′ qui serait l'onde directe si BC n'existait pas, l'autre CD″ qui est le lieu de l'onde réfléchie simultanée.

Il est à peine nécessaire de faire remarquer que l'onde CF′D′ étant quelconque, on peut répéter la même construction avec DFE, décrire des divers points de la surface XY des sphères tangentes à DFE; elles ont deux enveloppes, l'une l'onde incidente DEE, l'autre l'onde réfléchie *dfe*.

Il est évident que les ondes CF″D″ et *dfe* sont symétriques de CF′D′ et DFE, et comme les premières viennent du point lumineux A, on peut dire que les secondes réalisent les mêmes conditions physiques que si elles émanaient du point A′ symé-

trique de A. La théorie des ondulations explique donc la réflexion et en exprime la loi de la même manière que l'expérience elle-même.

La réfraction n'offre pas plus de difficultés. Considérons toujours le cas où le point lumineux est à l'infini, c'est-à-dire celui où les ondes incidentes successives AD, BC,..., sont planes (*fig.* 719, *Pl. IV*). Depuis le moment où le front de l'onde a occupé le plan AD, jusqu'à celui où il est parvenu en BC, il a parcouru l'espace AC pendant un temps t avec une vitesse v :

$$AC = vt.$$

Mais à partir du premier moment jusqu'au second, le point A de la surface de séparation s'est mis en vibration, et l'onde émise par lui est arrivée dans le milieu inférieur sur une sphère dont le rayon AE a été parcouru pendant le même temps t, mais avec une vitesse différente v' ; on aura

$$AE = v' t,$$

et en divisant ces deux équations

$$AE = AC \frac{v'}{v}.$$

Il faudra donc prendre la distance AC des points tels que A, à l'une quelconque des surfaces primitives BC de l'onde; multiplier cette distance par $\frac{v'}{v}$ pour avoir AE; décrire des sphères avec AE pour rayon, et chercher leur enveloppe, qui sera l'onde réfractée. Il est clair que cette enveloppe est le plan mené par B tangentiellement à la sphère de rayon AE.

Or on a

$$AC = AB \sin i, \quad AE = AB \sin r,$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AC}{AE} = \frac{v}{v'}.$$

Donc : 1° le rapport des sinus d'incidence et de réfraction est constant; 2° il est égal au rapport direct des vitesses dans les deux milieux. Ces conclusions sont exactement conformes à l'expérience. Ainsi, pendant que la théorie de l'émission conduit à des conclusions incompatibles avec les mesures de la vitesse de la lumière, la doctrine des ondulations concorde

avec elles; elle en avait annoncé le résultat longtemps avant qu'elles eussent été faites. Il faut donc oublier la première, nous n'y reviendrons plus, et conserver la seconde; nous la développerons dans les chapitres suivants, et nous continuerons de la comparer aux faits.

Construction générale des ondes réfléchies et réfractées. — En nous restreignant au cas des milieux homogènes et non cristallisés, nous pouvons généraliser maintenant les lois de la réflexion et de la réfraction. Soit DEF (*fig.* 720, *Pl. IV*) une onde que nous ne supposerons pas nécessairement sphérique et qui pourra être quelconque. Le temps croissant, chacun des points D, E, F émet des ondes sphériques partielles égales entre elles, dont l'enveloppe ABG représente la nouvelle surface d'onde. On peut admettre comme évident qu'elle est parallèle à DEF et que les points de tangence A, B, G des ondes partielles avec leur enveloppe sont sur les normales communes aux deux surfaces DEF et ABG. En résumé, la lumière se transmet par ondes successives parallèles entre elles; elle se propage rectilignement suivant les normales communes à ces ondes, et ces normales représentent les *rayons de lumière.*

Soit maintenant une surface spéculaire quelconque MNP. Nous pouvons la décomposer en ses éléments M, N, P, considérer la portion d'onde qu'ils reçoivent comme plane, et déterminer la portion d'onde qu'ils réfléchissent ou qu'ils réfractent par la construction décrite page 391. Pour construire l'onde réfléchie, il faudra, des points M, N, P, décrire des sphères tangentes à ABG; elles auront deux enveloppes, l'une qui est l'onde incidente ABG, l'autre qui sera l'onde réfléchie abg; la direction des rayons sera celle des normales aM, bN, gP menées de abg à MNP, et ces rayons se propageront après la réflexion suivant MA', MB' et PG'. Pour trouver l'onde réfractée, il faudra encore décrire des points M, N, P les sphères tangentes à ABG et mesurer leurs rayons MA, NB et PG; puis, des mêmes centres, décrire d'autres sphères avec des rayons différents Ma_1, Nb_1 et Pg_1 donnés par les relations

$$\frac{Ma_1}{MA} = \frac{Nb_1}{NB} = \frac{Pg_1}{PG} = \frac{v'}{v}.$$

L'enveloppe de ces sphères représentera la situation qu'aurait l'onde réfractée au moment où l'onde directe occupe la surface ABG. Cette enveloppe est $a_1 b_1 g_1$. Les rayons se propagent ensuite suivant le sens et dans la direction des normales $a_1\mathrm{MA}_1$, $b_1\mathrm{NB}_1$, $g_1\mathrm{PG}_1$.

Considérons en particulier l'une ou l'autre des trois ondes incidente, réfléchie ou réfractée, par exemple *abg*. Prolongeons les rayons jusqu'à leur rencontre, ils seront tangents à une surface $\alpha\beta\gamma$ qui est la développée de *abg* et de toutes les autres ondes réfléchies, puisqu'elles ont toutes les mêmes normales. En optique on donne à cette développée le nom de *surface caustique*.

Ces caustiques figurent géométriquement le lieu de rencontre de rayons très-voisins. Mais ces points de rencontre, tels que α, ne représentent pas physiquement le point d'où ces rayons sont censés partir; car ils sont à des distances de l'onde *abg* représentées par les rayons de courbure, distances inégales; les mouvements qui partiraient à un moment donné de α, β, γ n'arriveraient donc pas en même temps sur l'onde.

Quand on connaît la développée $\alpha\beta\gamma$ (*fig.* 720), on peut décrire aisément toutes les surfaces d'onde. Ne considérons que le cas élémentaire où ces surfaces sont de révolution et où *abg* est une de leurs génératrices. Dans ce cas la caustique est aussi une surface de révolution dont $\alpha\beta\gamma$ est la génératrice. En vertu de la propriété des développées, il suffira de mener une tangente $a\alpha a'$ à la développée, de la faire rouler sur $\alpha\beta\gamma$, et tout point de cette tangente décrira l'une des surfaces d'onde. Si nous prenons ce point en a' avant que le rayon ait touché la caustique, l'onde $a'b'g'$ est concave; elle devient convexe *abg*, si le point générateur est en *a* après les contacts, et, s'il est intermédiaire, en β, l'onde est composée de deux nappes, l'une convexe $\beta x''$ pour les rayons compris entre aa' et bb', l'autre concave dans les directions situées entre bb' et gg'. Ces deux nappes sont normales à la caustique en β', tangentes entre elles, et la section génératrice de l'onde offre un point de rebroussement β. Nous allons maintenant appliquer cette théorie à deux exemples simples.

RÉFLEXION SUR UNE SPHÈRE. — Soit un miroir sphérique dont

le centre est en O (*fig.* 721, *Pl. IV*), et un point lumineux D, à une distance OD $= \alpha$. Un rayon quelconque DM se réfléchit suivant MF, et si nous prolongeons MF d'une quantité MB égale à MD, le rayon DM après s'être réfléchi aura parcouru la même distance et pris la même direction que s'il venait directement de B. En cherchant le lieu des points B, nous aurons donc la surface de l'onde réfléchie, considérée au moment même où le mouvement part de l'origine D.

Le triangle DMB est isocèle. L'angle D' est égal à la moitié de DMF ou à DMO; DB est donc parallèle à OM.

Soient X et Y les coordonnées de B. L'équation de la droite OM et du cercle sont

$$y = \frac{Y}{X}(x - \alpha),$$

$$y^2 + (x - \alpha)^2 = r^2.$$

Cherchons entre ces deux équations les coordonnées de M.

$$\left(\frac{Y^2}{X^2} + 1\right)(x - \alpha)^2 = r^2;$$

$$x = \alpha \pm \frac{rX}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad y = \pm \frac{rY}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Exprimons que DM est égal à BM :

$$DM^2 = x^2 + y^2 = MB^2 = (X - x)^2 + (Y - y)^2,$$

$$(X - x)^2 - x^2 + (Y - y)^2 - y^2 = X^2 + Y^2 - 2(xX + yY) = 0,$$

et, en remplaçant x et y par leurs valeurs, on a successivement

$$X^2 + Y^2 \mp \frac{2r(X^2 + Y^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}} - 2\alpha X$$

$$= X^2 + Y^2 \pm 2r\sqrt{X^2 + Y^2} + r^2 - r^2 - 2\alpha X = 0,$$

$$(\sqrt{X^2 + Y^2} \mp r)^2 = r^2 + 2\alpha X,$$

et enfin

$$\sqrt{X^2 + Y^2} \mp \sqrt{r^2 + 2\alpha X} = \pm r,$$

équation du quatrième degré très-simple et très-facile à dis-

cuter. Nous allons la construire géométriquement (*fig.* 722, *Pl. IV*); et comme elle est de révolution par rapport à l'axe des x, il suffit de considérer la section faite par un plan diamétral.

L étant le point lumineux, on mènera des rayons tels que Le, puis le rayon réfléchi correspondant eEE″, qu'on prolongera en sens inverse d'une distance ee' égale à eL. e' sera sur l'onde dont on a dessiné la moitié supérieure $a'b'f'k'$. Dans le cas de la figure, le point L étant dans l'intérieur du cercle et plus près de a que de O, la courbe offre un point d'inflexion en b'; alors toutes les normales à l'onde, c'est-à-dire tous les rayons réfléchis compris de b' en a' se rencontrent virtuellement de s en β sur une première nappe de caustique sCβ. Tous ceux qui ont touché le miroir de b en k se rencontrent au contraire réellement et dessinent par leurs intersections la deuxième nappe B″REFK de cette caustique. Elle a pour asymptote la droite $b'b$B″..., et présente deux points de rebroussement en R et en k.

La surface $a'd'f'k'$ figure l'onde au moment où le mouvement lumineux considéré part de L. Si le temps croît, ce mouvement se propage de quantités égales sur chaque normale. Prenons par exemple des distances égales entre elles $a'a'_1$, $b'b'_1$,..., $f'f'_1$,.., $k'k'_1$...; les points a'_1, b'_1,..., k'_1 figureront la nouvelle position de l'onde après un intervalle égal à $\frac{a'a'_1}{v}$. Mais si le temps continue à croître, elle éprouve de graves modifications de forme.

Pour les trouver toutes, faisons rouler sur la caustique une tangente quelconque, eE par exemple, et considérons les courbes engendrées par les points e', e'_1, E, E″; ce seront autant d'ondes successives. La première est la courbe originelle $a'b'c'k'$; la deuxième $a'_1b'_1e'_1k'_1$ n'en diffère pas dans son aspect général. La troisième, qui est très-différente, est décrite par le point E. En roulant sur les points KFE, la tangente décrit l'arc K′F′E; en continuant son mouvement elle s'appuie sur EDR et marque EB′; enfin en s'enroulant sur la nappe virtuelle $s\beta$, elle trace B′A′, avec un point de rebroussement en B′. Pendant tout ce mouvement de la tangente, le point E″ engendre une quatrième courbe K″F″E″B″A″. Et

enfin tout autre point plus éloigné que E″ décrira des ondes pour lesquelles le sommet K″ reculera vers la gauche pendant que A″ avancera vers la droite, et il y aura toujours un point de rebroussement sur la branche asymptotique RB″.

Réfraction par les surfaces planes. — On peut trouver de la même manière les surfaces d'onde après une ou plusieurs réfractions. Commençons par démontrer quelques propriétés communes à l'hyperbole et à l'ellipse. L'équation de ces courbes est

$$a^2y^2 \pm b^2x^2 = \pm a^2b^2.$$

La normale en M′ (*fig.* 723 et 724, *Pl. IV*) aura pour équation

$$y - y' = \pm \frac{a^2y'}{b^2x'}(x - x');$$

elle rencontrera l'axe des y en un point N dont les coordonnées seront

$$x = 0, \quad y = y' \mp \frac{a^2y'}{b^2} = \mp \frac{c^2y'}{b^2}.$$

Joignons N et F, menons l'horizontale M′Q; le point P où ces lignes se rencontrent sera déterminé par la relation

$$\frac{PQ}{NQ} = \frac{FO}{ON}, \quad PQ = \frac{(y - y')c}{y} = \frac{a^2}{c}.$$

Donc :

1° Le point P est sur la directrice BP de la courbe.

Les distances NM′ et NF sont

$$NM' = \sqrt{(y-y')^2 + x'^2} = \sqrt{\frac{a^4y'^2}{b^4} + \frac{a^2}{b^2}(b^2 \mp y'^2)}$$
$$= \frac{a}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2},$$
$$NF = \sqrt{c^2 + y^2} = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{c^2}{b^2}y'^2 + b^2}.$$

2° Le rapport de ces quantités est

$$\frac{NF}{NM'} = \frac{c}{a}. \qquad (1)$$

Appelons i et r les angles que FN et M′N font avec l'axe des x :

$$\sin i = \frac{y}{\text{NF}} = \mp \frac{c^2 y'}{b^2 \text{NF}},$$

$$\sin r = \frac{y - y'}{\text{NM}'} = \mp \frac{a^2 y'}{b^2 \text{NM}'},$$

et en divisant, on tire cette troisième relation

(2) $$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c^2}{a^2} \frac{\text{NM}'}{\text{NF}} = \frac{c}{a}.$$

Cela posé, étudions la réfraction au passage de l'air dans un milieu plus réfringent dont l'indice est n, et qui est terminé par une surface plane Oy (*fig.* 723, *Pl. IV*). Soit F le point lumineux à une distance OF égale à c; menons un rayon incident quelconque FN faisant avec la normale un angle égal à i. Pour construire le rayon réfracté, nous décrirons d'abord une hyperbole ayant son centre en O, son foyer en F et telle que $\frac{c}{a} = n$; ses axes seront par conséquent

$$a = \frac{c}{n}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} = \frac{c}{n}\sqrt{n^2 - 1}.$$

Ensuite nous abaisserons du point d'incidence N une normale NM′ à cette hyperbole, faisant avec l'axe des x un angle égal à r, et, d'après ce qui vient d'être démontré, nous aurons

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{a} = n;$$

la normale sera dans la direction du rayon réfracté.

En vertu de l'équation (1), on a, en second lieu,

$$\text{NF} = n\,\text{NM}',$$

ou bien, en désignant par v et v' les vitesses de la lumière dans l'air et dans le milieu,

$$\frac{\text{NF}}{\text{NM}'} = n = \frac{v}{v'};$$

par suite,

$$\text{NF} = vt, \quad \text{NM}' = v't,$$

ce qui veut dire que la lumière mettrait le même temps à venir du point F dans l'air que du point M' dans le milieu, perpendiculairement à l'hyperbole. Cette courbe est donc, virtuellement, la surface d'onde originelle des rayons réfractés. Le foyer de l'hyperbole étant toujours au point lumineux et son centre en O, cette courbe change avec la distance OF; mais le rapport des axes $\frac{b}{a}$ demeurant constant et égal à $\sqrt{n^2-1}$, toutes les hyperboles qu'il faudra construire auront les mêmes asymptotes.

L'équation de la développée de l'hyperbole est

$$\sqrt[3]{b^2y^2}-\sqrt[3]{a^2x^2}=\sqrt[3]{c^4}.$$

On pourra construire cette courbe CC'C'' : tous les rayons réfractés lui seront tangents, et si on fait rouler l'un deux, NM' par exemple, sur son contour, chacun des points de cette ligne, M' ou D, décrira des hyperboles parallèles qui seront autant d'ondes successives.

On a démontré précédemment qu'en menant la ligne M'Q parallèle à l'axe des x elle rencontre NF en un point P situé sur la directrice. On a donc

$$\frac{\text{FM}'}{\text{M}'\text{P}}=\frac{c}{a},$$

et comme on a démontré d'autre part que

$$\frac{\text{FN}}{\text{NM}'}=\frac{c}{a},$$

les triangles FM'N, PM'N sont semblables, et l'angle FM'A est égal à FPM' ou à i. En menant le deuxième rayon vecteur F'M', il fera avec la normale un angle AM'R égal aussi à i.

D'après cela, supposons que le milieu réfringent soit prolongé jusqu'à la surface concave de l'hyperbole et terminé par elle, et qu'une onde plane, confondue avec la directrice PB, se présente pour sortir. Chaque rayon PM' fera un angle d'incidence PM'N égal à r, et donnera un rayon réfracté M'R qui, prolongé, passera par F'.

On peut conclure de là que l'onde réfractée sera une sphère

dont le centre sera en F'. Pour chercher son rayon, rappelons-nous que

$$\frac{PM'}{FM'} = \frac{a}{c} = \frac{v'}{v}.$$

Donc, le rayon mettra le même temps pour venir de P à M' dans le milieu, que de F à M' dans l'air, et si nous prenons M'K égal à M'F, K sera un point de l'onde réfractée. Or, F'K étant la différence des rayons vecteurs est égal à $2a$, c'est le rayon cherché. On voit en résumé que toute onde plane, réfractée par une surface hyberbolique telle que $\frac{b}{a}$ soit égal à $\sqrt{n^2-1}$, peut être considérée comme venant d'une origine unique F' qui est le foyer intérieur de l'hyperbole.

Les propriétés de l'hyperbole qui nous ont conduit à toutes ces conséquences optiques appartiennent également à l'ellipse, ce qui va nous autoriser, sans aucune nouvelle démonstration, à énoncer les propositions suivantes (*fig.* 724, *Pl. IV*).

1° Si un point lumineux F est placé dans un milieu d'indice n à une distance c d'un plan qui sépare ce milieu de l'air, l'onde réfractée originelle est une ellipse qui a son foyer en F, et dont les axes sont

$$a = cn, \quad b = c\sqrt{n^2-1}.$$

2° L'équation de la développée est

$$\sqrt[3]{b^2y^2} + \sqrt[3]{a^2x^2} = \sqrt[3]{c^4},$$

elle rencontre l'axe des y à une distance du centre $OD = \frac{c^2}{b}$. Supposons qu'un rayon lumineux arrive de F en D, il fait avec l'axe des x un angle I

$$\sin I = \frac{\frac{c^2}{b}}{\sqrt{c^2 + \frac{c^4}{b^2}}} = \frac{c}{a} = \frac{1}{n};$$

l'angle I est l'angle limite.

3° Les rayons réfractés sont tangents à cette développée, et

pour construire une onde quelconque il faut les faire rouler sur son contour; ainsi le point M′ décrit l'ellipse CC′G.

Si on prend le point C, il décrit une seconde ellipse CC″C′. La tangente à la développée EM′ est normale en E et en M′ aux deux ellipses considérées; la distance EM′ est constante et égale à CC′ ou a $2b$; la portion concave CGC′ de la première ellipse est l'onde originelle; la portion convexe CC″C′ de la deuxième est la surface de l'onde quand la lumière aura parcouru l'espace $2b$. Son grand axe est $OC = b$, et son petit ou OC″ est $2b - a$.

Quand on prendra un point A situé entre E et M′, la surface d'onde aura quatre points de rebroussement intérieurs; elle se composera de quatre portions d'ellipses tangentes entre elles et normales à la développée aux points où elles la rencontrent.

4° Si une onde plane PB menée par la génératrice et se propageant dans l'air rencontre un milieu d'indice n ayant la forme d'une ellipsoïde CGC′, dont les axes sont cn et $c\sqrt{n^2 - 1}$, l'onde réfractée est une sphère KK′ de rayon $2a$, dont le centre est en F′. F′ est un foyer réel.

Lame a faces parallèles (*fig.* 725, *Pl. IV*). — Considérons en dernier lieu le cas où la lumière partie de F traverse une lame PHNG à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur e, placée à une distance $GF = d$. Un rayon FN pénétrant dans la lame prend la direction NP; il est dans les mêmes conditions que s'il partait normalement de l'onde hyperbolique MD. Ce rayon, continuant sa route dans la lame, sort en P, reprend sa direction primitive PE, et pour avoir le point de l'onde E il faudra prendre $PE = n.PM$.

Or, si on prolonge MF jusqu'à la rencontre de PE, les triangles semblables PEM et NFM donnent

$$\frac{PE}{PM} = \frac{NF}{NM} = n.$$

Donc le point E de l'onde réfractée est à la rencontre de PE et de MF.

Menons la ligne FA parallèle à PN : elle lui sera égale en longueur; sa projection FB sur l'axe des x sera égale à l'épais-

seur e de la lame. Le triangle EAF étant semblable à FNM, on a

$$EA = n\,AF,$$

FA et EA font avec la normale à yy' des angles égaux à AFB et à ACB tels que

$$\sin ACB = n \sin AFB.$$

Le lieu des points cherchés E sera donc le même que celui qu'on trouverait si le point F, étant dans le milieu, envoyait sur un plan $y'y'$ des rayons FA qui se réfracteraient dans l'air suivant AP. Or, dans ce cas, les points E sont sur une ellipse qui a son foyer en F, son centre en B, à une distance $FB = c = e$, telle que le rapport $\frac{c}{a}$ soit égal à $\frac{1}{n}$; elle a par conséquent pour axes

$$a = en, \quad b = e\sqrt{n^2 - 1};$$

son centre est en B à une distance de G égale à $d - e$ et son équation sera

$$\frac{y^2}{e^2(n^2 - 1)} + \frac{(x - d + e)^2}{e^2 n^2} = 1.$$

On trouvera aisément de nombreuses applications de ces formules.

SOIXANTE-DIX-NEUVIÈME LEÇON.

ANALYSE DES RADIATIONS SOLAIRES.

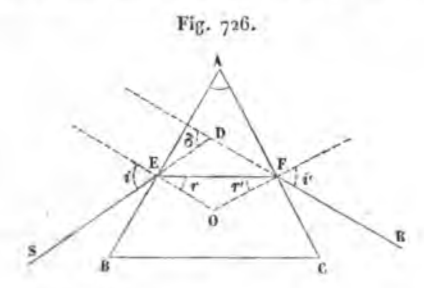
Formules du prisme. — Discussion. — Vérification avec la lampe monochromatique. — Foyer virtuel du prisme. — Manières de l'observer. — Cas de la lumière solaire. — Raies du spectre. — La loi de Descartes s'applique à chaque couleur simple. — La lumière blanche est composée des diverses radiations simples superposées. — Dédoublement des lumières simples par des réfractions multipliées. — Loi du mélange des couleurs. — Cercle chromatique de Newton. — Spectre calorifique. — Spectre chimique. — Raies. — Travail de M. Mascart. — Les trois espèces de radiations suivent la loi de Descartes.

Mesure des indices de réfraction. — Solides et liquides. — Cas des gaz. — Expériences de Biot et Arago. — Dulong. — Expériences de M. Le Roux.

Nous avons, dans le chapitre précédent, cherché les lois de la réfraction pour une lumière spéciale; aujourd'hui nous les généraliserons et nous les étendrons à toutes les espèces de radiations que nous envoie le soleil.

FORMULES DU PRISME. — Calculons d'abord la marche que suivraient des rayons parallèles à SE (*fig.* 726) venant d'une

Fig. 726.



lampe à alcool salé tombant sûr un prisme dans la section normale ABC. Il est clair que les rayons réfractés resteront

contenus dans ce plan ABC. Soient i et r' les angles d'incidence en E et F, r et i' les angles de réfraction aux mêmes points. On a

(1) $$\sin i = n \sin r,$$

(2) $$\sin i' = n \sin r'.$$

Les normales en E et F se rencontrent au point O. Dans le quadrilatère AEOF, l'angle O est supplémentaire de A; dans le triangle EOF, le même angle O est encore supplémentaire de $r + r'$. Donc

(3) $$r + r' = A.$$

Les rayons incident et émergent prolongés forment, à leur point de rencontre D, un angle δ qu'on nomme angle de déviation, et le triangle DEF donne

$$\delta = \mathrm{DEF} + \mathrm{DFE} = i - r + i' - r';$$

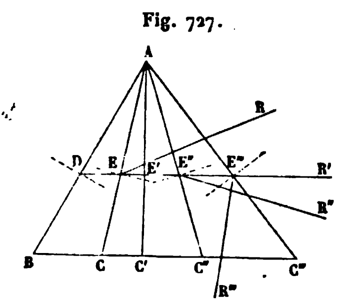
(4) $$\delta = i + i' - A.$$

Nous avons ainsi quatre relations entre les sept quantités i, i', r, r', n, A et δ; il suffira d'en connaître trois pour calculer les autres.

DISCUSSION. — 1° Si le rayon incident est d'abord confondu avec BA, r est l'angle limite; r', qui est égal à $A - r$, prend la plus petite valeur possible, qui peut être négative, nulle ou positive, suivant la grandeur de A.

Supposons que cet angle A, d'abord très-petit, augmente progressivement (*fig.* 727), et que la face d'émergence devienne AC, AC', AC''. Le rayon DE fait en E, E', E'', un angle d'incidence intérieur r' qui est négatif, ou nul, ou positif; il croît avec A et finit par devenir égal ou supérieur à l'angle limite quand la surface de sortie atteint ou dépasse AC'''. Dans ces divers cas, l'angle i' augmente avec r'; il est négatif en E, nul en E', positif en E''. Le rayon émergent

Fig. 727.



prend les directions ER, E'R', E''R''; il s'abaisse de plus en plus vers la base du prisme et finit par se réfléchir totalement en E'''.

2° Faisons diminuer l'angle d'incidence i de $+90°$ à $-90°$, alors r' et par suite i' augmentera. Le rayon émergent, quelque petit que soit l'angle A, tendra à s'incliner de plus en plus vers la base du prisme et se réfléchira totalement pour une valeur déterminée et suffisamment petite de i.

3° Si le rayon incident devient normal à AB, les formules précédentes se simplifient.

$$(1) \qquad i = 0, \quad r = 0,$$

$$(2) \qquad \sin(A + \delta) = n \sin A,$$

$$(3) \qquad r' = A,$$

$$(4) \qquad \delta = i' - A.$$

Il suffirait de connaître A et δ pour pouvoir calculer n.

4° Supposons que l'angle du prisme soit moindre que BAC''' et égal par exemple à BAC''. Quand le rayon incident rasera la surface BA et que l'angle i sera égal à 90 degrés, le rayon réfracté sera E''R'' et l'angle i' plus petit que i. En faisant tourner le prisme autour du point D de manière à diminuer i, i' augmentera, et il arrivera un moment où i et i' seront égaux. Ensuite i' deviendra plus grand que i et finira par être égal à 90 degrés. Il y aura donc toujours deux positions du prisme pour lesquelles i et i' auront échangé leurs valeurs, quelles que soient ces valeurs.

Or, la formule

$$(4) \qquad \delta = i + i' - A$$

montre que la déviation reste la même si i se change en i'. Donc elle croîtra ou diminuera depuis l'incidence rasante jusqu'à $i = i'$, et elle reprendra ensuite les mêmes valeurs en diminuant ou en croissant jusqu'à l'émergence rasante. Elle sera maxima ou minima pour la situation particulière du prisme dans laquelle $i = i'$: le calcul et l'expérience prouvent qu'elle est minima. Dans ce cas remarquable les formules

sont

(1) et (2) $$\sin \frac{A+\delta}{2} = n \sin \frac{A}{2},$$

(3) $$2r = A,$$

(4) $$\delta = 2i - A.$$

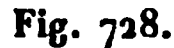
Il suffira d'avoir fait tourner le prisme jusqu'au moment où la déviation est minima, et de la mesurer à ce moment, pour pouvoir calculer l'indice de réfraction n. C'est le procédé qu'on emploie généralement pour déterminer cette quantité, comme nous le montrerons bientôt.

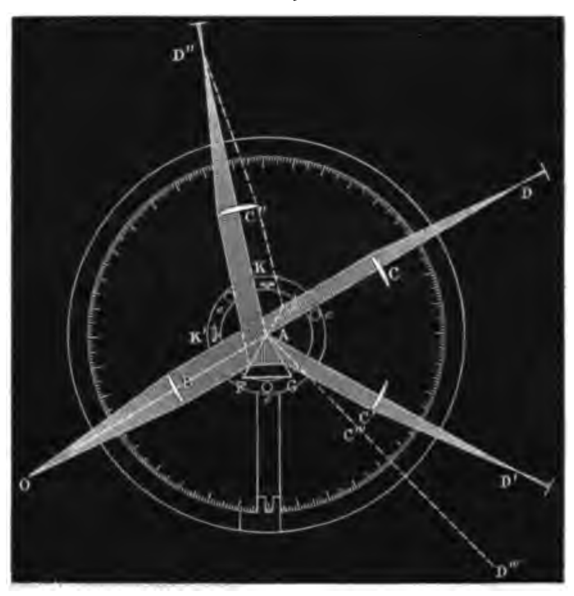
VÉRIFICATION. — Ces formules sont rigoureusement déduites de la loi de réfraction qui a été expérimentalement établie. Cependant il importe de les vérifier, parce que leur confirmation démontrera *à posteriori* la loi des sinus, et nous fournira un moyen précis pour la généraliser et l'étendre à toutes les lumières connues. Nous ferons cette vérification avec le cercle divisé, figuré *fig.* 677, *Pl. IV*, dont on a tracé une coupe théorique (*fig.* 728). Nous éclairerons avec la flamme de l'alcool salé le point de croisement O des fils du collimateur fixé en OB. Il faut commencer par trois opérations préliminaires : orienter le prisme, mesurer son angle A, et déterminer son indice n.

I. Nous fixerons à la cire le prisme AFG sur la plate-forme centrale, et nous la ferons glisser par des vis de rappel K, K', de manière à placer l'arête réfringente A au centre du cercle, c'est-à-dire de manière à voir cette arête en contact avec le fil vertical du réticule de la lunette DC, dans quelque position qu'on la place. Il faut ensuite que cette arête soit normale au plan AOD'DD'' dans lequel se meuvent les axes des deux lunettes; condition qui sera réalisée si l'image du point O réfléchie par AF ou AG se voit toujours en coïncidence avec l'axe de la lunette C''D'', quel que soit l'angle d'incidence : on y parviendra au moyen de trois vis calantes e, e, e.

II. Pour mesurer A on donne à la lunette une direction fixe C''D'', et on place le prisme dans deux positions successives, telles que l'image de O réfléchie, d'abord par AF, ensuite par la face AG amenée en AG', se voie en D''. Dans ces

deux cas, AF et AG′ sont dans le même plan, et A est supplémentaire de l'angle dont le prisme a tourné pour passer de la première à la deuxième position.


Fig. 728.



III. On trouvera l'indice en cherchant comme il suit le minimum de déviation. Supposons que la déviation soit d'abord égale à DAD‴ et que la lunette soit dirigée suivant C‴D‴. Quand on fait tourner le prisme dans un sens, cette déviation augmente; mais dans le sens contraire elle diminue. On continue de faire marcher le prisme dans ce dernier sens, et on déplace la lunette de manière à suivre le mouvement de l'image. Il arrive un moment où elle paraît s'arrêter suivant C′D′, pour rétrograder ensuite, se dévier davantage et revenir en C‴D‴. Ce moment d'arrêt est celui où la déviation devient minima. On la mesure : c'est l'angle DAD′, et on calcule n par la formule connue

$$\sin\left(A+\frac{\delta}{2}\right)=n\sin\frac{A}{2}.$$

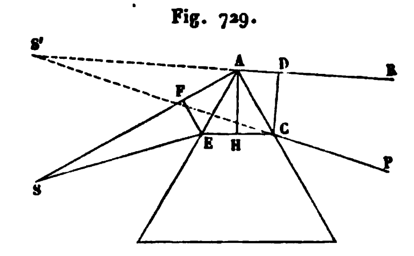
Ces opérations terminées, on procède à la vérification des formules de la manière suivante :

1° On donne au prisme des positions successives pour lesquelles l'incidence est i, i', i''.... On mesure avec soin cette incidence, qui est, dans tous les cas, complémentaire de la moitié de l'angle DAD″ que font les rayons directs et les rayons réfléchis sur la face AF.

2° Pour chaque incidence on mesure l'angle de déviation DAD′ du faisceau réfracté, et on trouve des valeurs δ, δ', δ'',.... D'un autre côté, puisque l'on connaît A et n on peut, d'après les formules du prisme, calculer les déviations correspondantes aux incidences mesurées i, i', i'',.... Or, dans tous les cas, on trouve que le calcul et l'observation sont rigoureusement d'accord. La loi des sinus est donc exacte puisque ses conséquences sont vérifiées.

FOYER DU PRISME. — Dans ces expériences, le point lumineux O était reculé à l'infini. Si on dispose maintenant une fente étroite en S à une distance d (*fig.* 729), on trouve que pour la voir avec netteté à travers le prisme, il faut faire varier le tirage de la lunette en même temps que l'incidence. Cela tient à ce que les rayons, en sortant du prisme, sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'un foyer virtuel S′ situé à une distance $S'C = x$, qui varie avec l'incidence des rayons et que nous allons calculer. Admettons que les rayons partis de S fassent entre eux un angle très-petit; considérons l'un d'eux SECP, nous aurons

Fig. 729.



$$\sin i = n \sin r, \quad \sin i' = n \sin r', \quad r + r' = A.$$

Pour SADR, très-voisin du premier et passant par le sommet A :

$$\sin(i + \alpha) = n \sin(r + \beta), \quad \sin(i' + \alpha') = n \sin(r' + \beta'),$$
$$r + r' + \beta + \beta' = A.$$

En développant les sinus et supposant que α et β soient très-petits, on trouve

$$\sin i + \alpha \cos i = n \sin r + n\beta \cos r,$$
$$\sin i' + \alpha' \cos i' = n \sin r' + n\beta' \cos r'.$$

En combinant ces équations avec celles qui correspondent au rayon SECP :

$$\alpha \cos i = n\beta \cos r, \quad \alpha' \cos i' = n\beta' \cos r', \quad \beta = -\beta'.$$

En éliminant β et β', on a l'équation de condition

$$\alpha \frac{\cos i}{\cos r} = -\alpha' \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

Elle prouve que α et α' sont de signe contraire. Cela veut dire que l'angle d'incidence du rayon SA étant plus grand que celui de SE, les angles d'émergence des mêmes rayons sont dans des conditions opposées. Donc, CP et AR se rencontreront vers un point S' situé du même côté que S; et comme l'œil juge la position des objets par la direction des rayons qu'il reçoit, nous verrons une fente lumineuse en S'. Ce sera le foyer virtuel de S, dont nous allons calculer la distance S'C ou x. On a

$$\mathrm{SE} = d, \quad \frac{\mathrm{EF}}{d} = \alpha, \quad \frac{\mathrm{DC}}{x} = -\alpha',$$
$$\frac{x}{d} = -\frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{EF}} \cdot \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{EF}} \frac{\cos i' \cos r}{\cos i \cos r'}.$$

Les triangles ADC et ACH donnent

$$\frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{AC}} = \cos i', \quad \frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{AC}} = \cos r',$$
$$\mathrm{DC} = \mathrm{AH} \frac{\cos i'}{\cos r'}.$$

On tire de même des triangles AEF et AEH

$$\frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{AE}} = \cos i, \quad \frac{\mathrm{AH}}{\mathrm{AE}} = \cos r,$$
$$\mathrm{EF} = \mathrm{AH} \frac{\cos i}{\cos r}.$$

Remplaçant DC et EF dans la valeur de x

$$(\beta) \qquad x = d\,\frac{\cos^2 i' \cos^2 r}{\cos^2 r' \cos^2 i}.$$

Si l'incidence décroît de 90 degrés jusqu'à zéro, x prend les valeurs suivantes

$$i = 90, \quad x = \infty,$$
$$i = i', \quad x = d,$$
$$i = 0, \quad x = d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right).$$

Ces résultats conduisent à trois conséquences importantes.

CONSÉQUENCES. — 1° Si nous plaçons l'œil derrière le prisme, dans l'angle RS'P, nous devons voir une fente lumineuse en S', puisque c'est le lieu où se rencontrent virtuellement et d'où sont censés partir les rayons qui nous arrivent; nous devons la voir à une distance variable x décroissant à mesure que l'incidence moyenne i diminue, et devenant égale à la distance d de la fente réelle S, quand la déviation est minima.

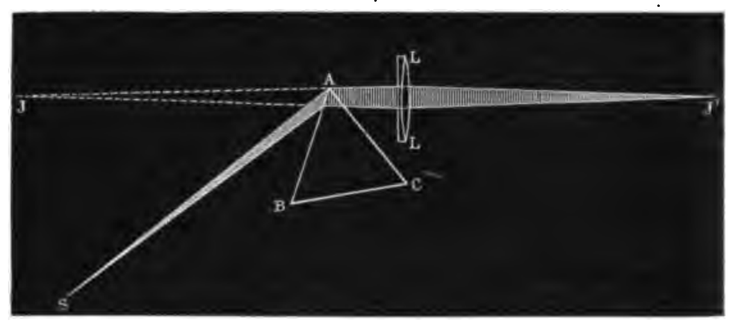
2° Au lieu de regarder l'image S' à l'œil nu, nous pourrons l'examiner avec une lunette, et nous la verrons distinctement, à la condition de faire varier le tirage de l'instrument, de façon qu'il pointe toujours en S', c'est-à-dire à l'infini quand $i = 90$, à la distance d pour le cas où $i = i'$, et à $d\left(\frac{1 - n^2 \sin^2 A}{\cos^2 A}\right)$ lorsque $i = 0$. Grossie et rapprochée par la lunette, l'image virtuelle sera vue plus distinctement qu'à l'œil nu, et l'on en saisira mieux les détails.

3° On peut enfin fixer derrière le prisme une lentille convergente LL (*fig.* 730); celle-ci recevant les rayons comme s'ils venaient de J, les fera converger en un foyer réel J', où ils s'accumuleront; et quand on placera un écran en ce point, on y devra voir l'image réelle et renversée de la fente. Le lieu de ce foyer dépendra de la distance x ainsi que de la place et du degré de convergence de la lentille, et il pourra être déterminé à l'avance par le calcul.

Toutes ces prévisions se réalisent avec la plus grande exactitude en éclairant la fente S par la lampe à alcool salé. On voit

donc qu'il n'y a plus rien d'inconnu au sujet de la réfraction de cette lumière spéciale. Elle suit la loi de Descartes dans toutes ses conséquences; mais jusqu'à présent nous n'avons

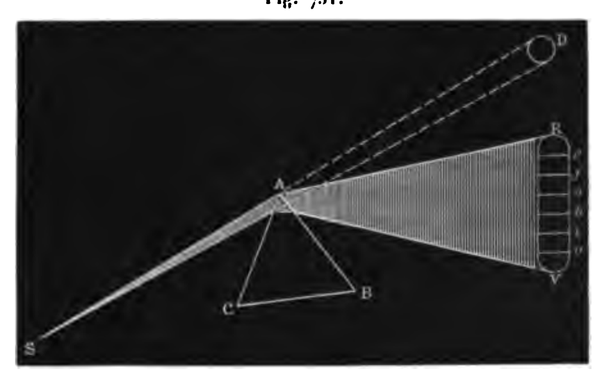
Fig. 730.



employé qu'elle. Il faut maintenant sortir de ces conditions toutes particulières, aborder le cas général et étudier la réfraction des rayons émis par une source quelconque; commençons par les rayons du soleil, les conditions seront entièrement différentes.

SPECTRE SOLAIRE. — Newton fit pénétrer dans une chambre obscure un faisceau solaire horizontal par une ouverture circulaire très-petite S. Ce faisceau formait un cône de rayons d'un angle égal à 32′ et dessinait sur l'écran opposé au volet

Fig. 731.



une image blanche et circulaire du soleil, en D (*fig.* 731). On

le reçut sur un prisme ABC dont les arêtes étaient verticales; il fut dévié en RV, et l'on vit sur l'écran une image allongée colorée d'une infinité de teintes de R en V. Cette image est *le spectre solaire*. Elle offre d'abord en R un rouge sombre qui s'éclaire peu à peu en même temps que sa couleur passe insensiblement à une teinte orangée; à son tour, et par une dégradation continue, cet orangé se transforme en jaune, le jaune en vert, le vert en bleu, après quoi viennent l'indigo et le violet. Le spectre nous offre ainsi une succession de couleurs distinctes en nombre infini; mais, comme on ne peut les nommer toutes, on les a rapportées aux sept types principaux dont les noms suivent et qui sont rangés par ordre de déviation croissante : *rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet*.

RAIES DU SPECTRE. — En voyant la dilatation que le faisceau solaire éprouve dans le sens RV, Newton a admis que les diverses couleurs dont il est question étaient superposées et confondues dans le rayon incident, et qu'elles se séparent en traversant le prisme, parce qu'elles sont diversement réfrangibles et inégalement déviées. Mais si l'on veut démontrer rigoureusement cette conclusion, il faut observer le spectre par l'un des trois procédés que nous avons fait connaître; c'est ce que Wollaston fit le premier. Il fit passer la lumière des nuées à travers une fente verticale très-mince, et plaçant l'œil à la distance de la vision distincte, il regarda cette fente à travers un prisme également vertical qui lui imprimait la déviation minimum. Il vit un spectre virtuel offrant les mêmes successions de teintes que celui de Newton, mais il reconnut distinctement au milieu d'elles un petit nombre de raies noires qui semblaient séparer les couleurs par des traits verticaux, et qui étaient irrégulièrement distribuées, depuis le rouge jusqu'au violet; elles constituaient des groupes qu'on reconnaissait aisément et où elles occupaient chacune une place fixe. Wollaston n'eut pas l'idée d'employer une lunette pour les mieux observer, et il ne comprit pas l'importance de sa découverte. Quinze ans après, un opticien de Munich, Frauenhofer, retrouva ces mêmes raies qu'on avait oubliées, et en fit l'objet d'une étude remarquable.

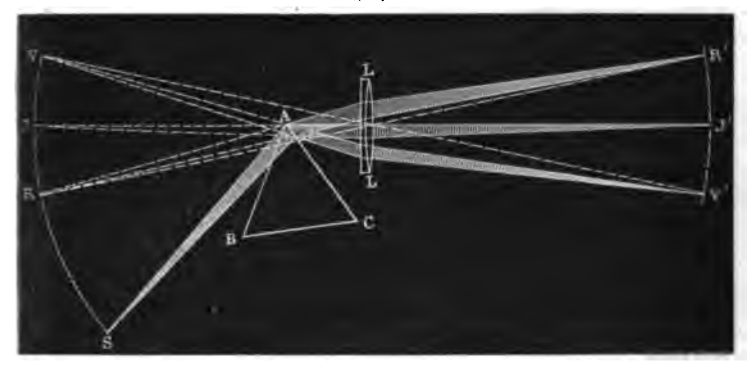
L'appareil qu'il employait était un cercle semblable à celui que nous avons décrit (*fig.* 728). Le prisme AFG y était fixé de la même manière; il était tourné au minimum de la déviation; le collimateur et la lunette étaient disposés comme précédemment, et cette lunette avait été préalablement pointée sur la fente à travers le collimateur. Dans ces conditions, Frauenhofer observa, non pas quelques raies, mais un nombre considérable de lignes noires très-fines, distinctes, parallèles aux arêtes; il en compta plus de six cents. Elles ne sont pas égales en grosseur ni placées à des distances régulières; elles se pressent à certains endroits pour s'écarter en d'autres, sans aucun ordre apparent. En étudiant attentivement la disposition des groupes principaux, Frauenhofer remarqua qu'ils sont toujours composés des mêmes raies élémentaires se suivant dans le même ordre et occupant les mêmes places dans la série des couleurs. On les retrouve avec tous les prismes et dans toutes les lumières qui viennent du soleil, soit directement, soit après avoir été diffusées par les nuages ou les planètes. Les résultats changent avec des rayons provenant de sources différentes.

Étant constantes, les raies deviennent des repères excellents pour caractériser les diverses portions du spectre solaire, et on peut nommer les principales (*fig.* 732, *Pl. V*). Frauenhofer désigna les groupes qu'on voit à l'œil nu par les lettres de l'alphabet. Les trois premiers, A, B, C, sont dans le rouge : A à l'extrémité sombre, C près de l'orangé. D occupe la partie la plus brillante du spectre, entre l'orangé et le jaune; c'est une des raies les plus nettes; c'est la plus précieuse à cause de sa situation moyenne. Le jaune en contient trois qui sont très-vives; la dernière est désignée par E. Le vert en renferme trois autres, presque équidistantes, dont la moyenne est représentée par F. G se voit entre le bleu et l'indigo. H est très-large et termine le violet; on ne la voit que dans l'obscurité complète.

Ces résultats montrent qu'après leur sortie du prisme les rayons sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient d'un objet RJV (*fig.* 733) qu'on verrait distinctement à l'œil nu ou avec la lunette, qui serait à une distance de A égale à AS, composé de bandes brillantes et de raies obscures

parallèles à la fente, et colorées de teintes variant à l'infini depuis le rouge R jusqu'au violet V.

Fig. 733.



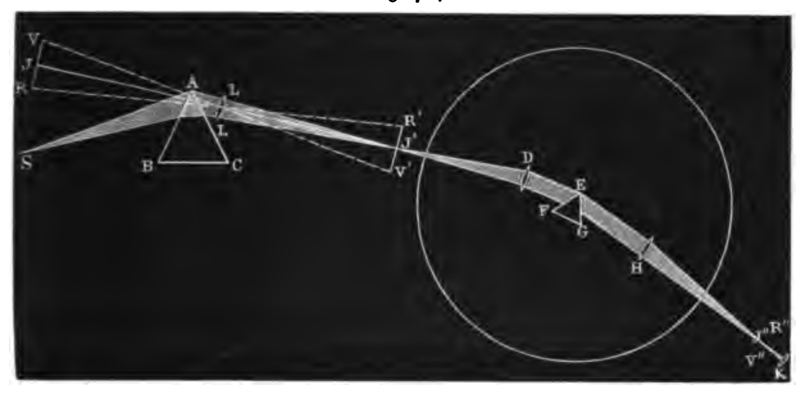
Cette conclusion se confirme en observant le spectre par la troisième méthode, comme le fit Frauenhofer, c'est-à-dire en recevant directement les rayons solaires SA d'abord sur le prisme ABC, ensuite sur une lentille achromatique LL. L'image virtuelle RJV, qu'on voyait avec la lunette et qui se formait à une distance AJ égale à AS, devient réelle en R' V' au foyer conjugué de RV; et si on la reçoit sur un écran en R' J'V', on y distingue les mêmes raies, disposées de la même manière dans les mêmes couleurs. Ce procédé permet de les montrer dans les cours publics.

LOI DE RÉFRACTION DE CHAQUE RAIE. — Il faut aller plus loin, prouver que la lumière émise par chacune des bandes brillantes virtuelles de RJV est analogue à celle de l'alcool salé, qu'elle a un indice particulier et qu'elle suit, sous toutes les incidences, la loi de Descartes. Il suffira pour cela de répéter avec chacune de ces lumières les vérifications que nous avons faites à propos de la flamme de l'alcool salé.

Pour cela on commencera par disposer un spectre réel en R' J' V' (*fig.* 734), et on le recevra sur le collimateur du cercle divisé qui nous a jusqu'à présent servi. En déplaçant la fente parallèlement à elle-même, on la mettra en coïncidence avec une raie quelconque J', et on introduira ainsi dans le collimateur J' D un faisceau divergent, qui sera exclu-

sivement composé de rayons identiques, qui tombera sur le prisme FEG, et dont on observera la déviation par la lu-

Fig. 734.

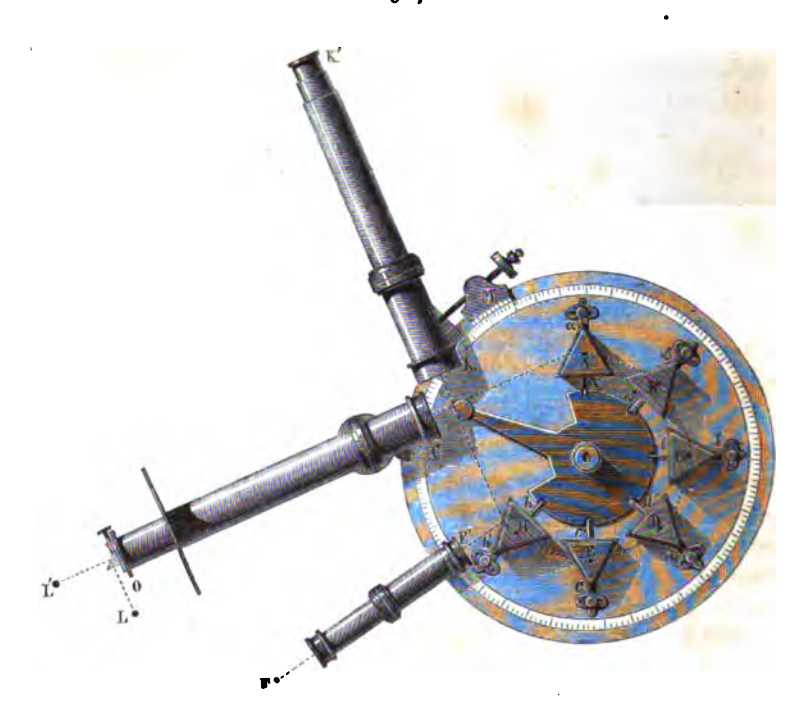


nette HK. Or, cette lumière ne donne plus de spectre; elle se réfracte en J″ sans se décomposer, comme le faisait celle de l'alcool salé; elle est *simple*. On mesure son indice, et on vérifie à son sujet l'exactitude des formules qui donnent δ et x : elle suit donc la loi de Descartes. On trouve que l'indice, et par suite la déviation, augmente de R′ à V′.

SIMPLICITÉ DES TEINTES. — L'expérience vient de montrer qu'en chaque lieu du spectre réel la lumière est simple. Il faut cependant s'entendre sur cette simplicité. Tous les rayons de même réfrangibilité viennent concourir en un même foyer sur une bande dont la largeur est comparable à celle de la fente S. Si donc on considère deux lumières partant de cette fente, et dont les indices soient très-peu différents, elles donneront deux foyers qui pourront être en contact et même se superposer partiellement, sans être séparés par une raie obscure. Mais si on les fait passer à travers 2, 3,..., n prismes, l'écartement de leurs images sera multiplié par 2,3,..., n, ce qui finira par dédoubler les deux couleurs qui paraissaient confondues après une seule réfraction. Citons un exemple remarquable. La lumière de l'alcool salé apparaît comme un simple trait lumineux quand on la regarde à travers un seul prisme et à l'œil nu. Observée avec une bonne lunette après son

passage successif à travers deux ou trois prismes, elle se sépare en trois autres, c'est-à-dire en deux lignes extrêmes et très-vives, qui en comprennent une troisième plus fine et moins éclairée, au milieu de leur intervalle. M. Cooke a été plus loin : avec neuf prismes creux remplis de sulfure de carbone, il a vu cette même lumière se résoudre en plus de soixante traits brillants extrêmement purs et parfaitement dis-

Fig. 735.



tincts. Il en a été de même de la raie obscure D du spectre solaire, qui a donné des raies obscures aussi nombreuses et placées aux mêmes points que les lignes brillantes de la lumière de l'alcool salé. Les raisons de cette coïncidence, signalée pour la première fois par M. Foucault, seront données dans la suite.

On voit que la décomposition de la lumière par un seul prisme n'est pas complète, et qu'il est nécessaire de multiplier les réfractions pour résoudre en leurs éléments les groupes de foyers virtuels ou réels, comme on résout les nébuleuses astronomiques en étoiles distinctes. On y emploie un appareil nommé spectroscope (*fig.* 735). La lumière arrive par un collimateur OC; la moitié supérieure de la fente est cachée par un prisme à réflexion totale, qui reçoit la lumière d'un point L placé latéralement, et qui la renvoie dans la direction de l'axe; mais les rayons du soleil ou d'un luminaire L' pénètrent directement dans la partie inférieure de cette même fente. Cette disposition permet d'obtenir deux spectres superposés, provenant de deux sources différentes, et de comparer les raies qui les composent. En sortant du collimateur la lumière traverse successivement une série de prismes qui reposent sur une plate-forme horizontale dressée, qu'on amène au minimum de déviation, en les faisant tourner autour d'axes verticaux A, B, C, D, E, H, et qu'on fixe par des vis α, β, γ,.... Le faisceau émergent HK est enfin reçu dans une lunette astronomique KK' munie d'un fort grossissement, et qui se meut au moyen d'une vis micrométrique M. Pour rapporter les mesures à des repères fixes, un second collimateur FF' porte un micromètre tracé sur verre; les rayons partis de ce micromètre se réfléchissant sur la face d'émergence du dernier prisme H se joignent aux rayons réfractés, et l'observateur voit à la fois les traits du micromètre et les raies obscures. Celles-ci peuvent être reliées à ceux-là. C'est ainsi que M. Kirchhoff a pu dessiner plus de deux mille raies.

COMPOSITION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — Divisons la fente J' en deux moitiés (*fig.* 734); éclairons la partie supérieure par la lumière des nuées, et recevons successivement dans la moitié inférieure toutes les raies du spectre R'V'; puis regardons avec la lunette qui est astronomique et qui renverse les objets. Nous verrons en bas du champ de vision le spectre complet de la lumière blanche avec ses raies, et en haut le trait indécomposé de la lumière simple prise au spectre R'V'. Nous remarquerons que sous toutes les incidences, les mêmes raies des deux lumières se voient sur une même ligne verticale.

Cela veut dire qu'en faisant arriver successivement par la

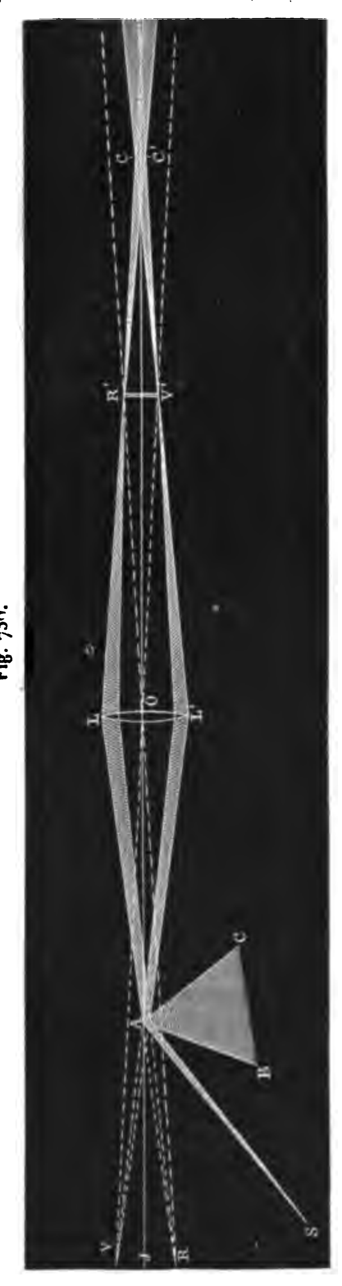


Fig. 736.

fente J', dans la même direction, sur le prisme EFG toutes les lumières simples du spectre R'V', elles donnent successivement et à leur place tous les éléments du spectre de la lumière blanche; par conséquent, elles reproduiraient ce spectre dans son ensemble si elles arrivaient simultanément de la même fente sur le prisme EFG. D'où Newton a conclu que la lumière blanche n'est autre chose que cette superposition des lumières simples diversement colorées et diversement réfrangibles du spectre.

Pour justifier cette conclusion il restait à faire la synthèse de la lumière blanche, après en avoir fait l'analyse; c'est-à-dire à montrer qu'on la reproduit avec tous ses caractères, en réunissant en un même point toutes les lumières simples du spectre. Newton institua à ce sujet un très-grand nombre d'expériences; nous nous contenterons de citer l'épreuve suivante. Ayant préparé, comme de coutume, un spectre RJV (*fig.* 736), on reçoit les rayons sur une lentille LL' qui donne un spectre réel en R'V', et un peu plus loin, en CC', l'image du point A : image commune à tous les rayons qui viennent s'y superposer et qui alors reproduisent la lumière blanche.

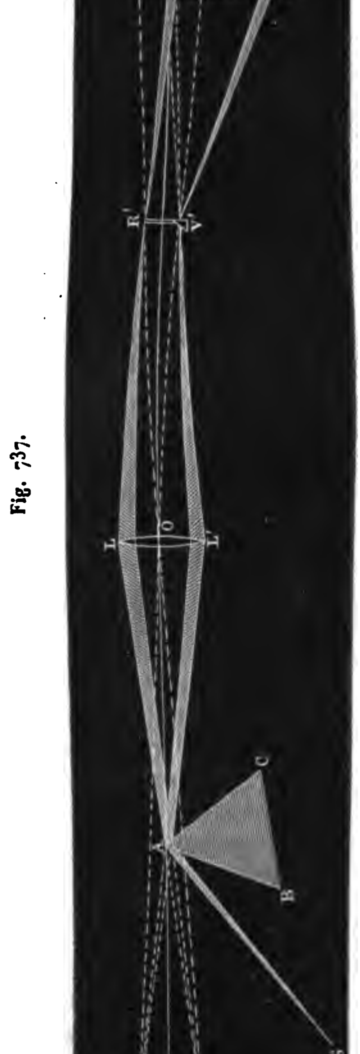


Fig. 737.

LOIS DU MÉLANGE DES COULEURS. — On réaliserait toutes les nuances en formant toutes les combinaisons possibles et en toutes proportions des rayons simples. Nous pourrons former l'une quelconque d'entre elles par une disposition analogue à celle qui a servi à recomposer la lumière solaire (*fig.* 736). Les rayons sortant du prisme se réunissaient tous en CC', foyer de l'arête A; ils y formaient du blanc; mais si, au moyen d'un obstacle interposé en R'V', on intercepte un certain nombre de rayons simples et qu'on les retranche ainsi de la lumière blanche, on voit en CC' une teinte mixte qui varie à l'infini quand on change les proportions et la nature des éléments simples qu'on a laissé passer.

Supposons qu'on place en R'V' un prisme d'un angle très-aigu et très-petit (*fig.* 737), il interceptera certaines couleurs et laissera passer les autres; celles-ci se réuniront en CC', celles-là se mêleront en $C_1C'_1$ tout près de CC'; les unes et les autres composeront deux teintes qui se partagent les éléments de la lumière blanche, et qui la reproduiraient si on venait à les superposer. Ces teintes sont

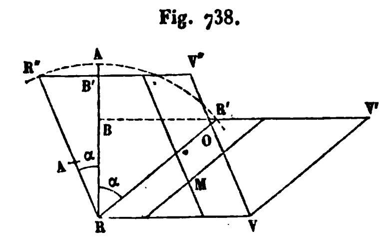
dites complémentaires. Voici celles qu'on obtient en retranchant successivement de R′V′ chacune des couleurs simples.

Couleurs simples....	*r*	*o*	*j*	*v*	*b*	*v*
Leurs compléments..	vert	bleu	violet	rouge	orangé	jaune.

On remarque que les compléments des lumières simples offrent le même aspect que l'une des couleurs simples; ils en diffèrent en ce que le prisme les décompose.

M. HELMHOLTZ. — On doit à M. Helmholtz un procédé meilleur pour composer deux couleurs simples, celles qu'on veut et dans les proportions qu'on veut. On regarde à travers un prisme et avec une lunette pointée au foyer virtuel de ce prisme une fente ayant la forme d'un V, dont les deux branches, de longueur l, font un angle égal à A. Cette fente donne deux spectres RVV′R′, RVV″R″ (*fig.* 738), traversés l'un et l'autre par des raies parallèles à RR′ et à RR″. Toutes les raies du premier système coupent toutes celles du second dans l'espace RVO, et par conséquent tous les mélanges possibles de deux couleurs simples se font dans cet espace avec les intensités qu'elles ont dans les deux spectres. Ces intensités peuvent être variées à volonté. Soit α l'angle que fait l'une des branches AR′ avec la verticale AR. Son spectre RVV′R′ aura pour surface $RV \times RB = RV \times l \cos\alpha$, surface variable, qui diminue quand α augmente. Au contraire la fente RR″ fait avec la verticale un angle $(A - \alpha)$, la surface du spectre qu'elle produit est $RV \times l \cos(A - \alpha)$; elle augmente avec α. Or les intensités de chaque couleur simple seront, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse des surfaces occupées par les spectres ou des cosinus des angles α et $(A - \alpha)$. Il suffira donc de faire varier l'angle α, c'est-à-dire de faire tourner la double fente autour du point de rencontre des deux branches, pour augmenter l'éclat E du spectre RVR′V′ et pour diminuer

Fig. 738.



E' celui de l'autre spectre RVR''V''. On aura pour le rapport de E à E'

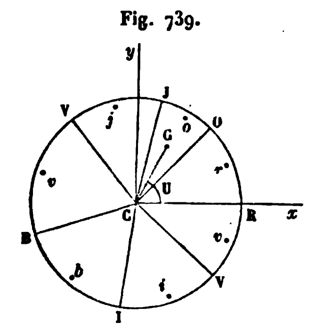
$$\frac{E}{E'} = \frac{\cos(A - \alpha)}{\cos \alpha}.$$

Afin de bien apprécier les teintes en chaque point de RVO sans que l'œil soit influencé par le contraste des nuances voisines, M. Helmholtz plaçait le réticule de la lunette en contact avec le point de croisement M de deux raies connues, puis il éloignait l'œil de manière à ne recevoir que la lumière envoyée par M ou par les points voisins.

Aucune des théories de l'optique ne permet de prévoir la nuance qui résulte du mélange de deux couleurs simples dans des proportions données. On ne connaît à ce sujet qu'une règle empirique assez bizarre que Newton indique sans la justifier, et qui résume avec assez d'exactitude les observations qu'il a faites.

CERCLE CHROMATIQUE DE NEWTON. — Ayant décrit un cercle de rayon égal à l'unité, divisez sa circonférence en 7 parties proportionnelles aux nombres $\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$ (*fig.* 739). Considérez maintenant ces différents arcs, dans l'ordre où ils se suivent, comme représentant les sept couleurs principales du spectre, en sorte que la circonférence entière reproduise toute la série des nuances par lesquelles ces couleurs passent du rouge au violet; puis, ayant déterminé les centres de gravité successifs des arcs en *r, o, j, v, b, i, v*, placez en chacun d'eux un poids proportionnel à l'arc total qui y correspond, leur centre de gravité commun se trouvera au centre C. Mais supposez que les couleurs de la lumière blanche soient mélangées dans des proportions différentes, il faudra placer sur chaque centre de gravité partiel, non pas le poids total de l'arc correspondant, mais la $n^{ième}$ partie de ce poids, si le mélange contient le $n^{ième}$ de toute la lumière qui

Fig. 739.



compose cette couleur dans le spectre. Cela fait, vous prenez le centre de gravité commun, et il tombera quelque part en G, à une distance d du centre. Or, dit Newton, le mélange aura la nuance de la couleur où tombe le point G; la proportion de cette couleur sera représentée par d, et celle du blanc qui y est mêlé le sera par $1-d$. Quoique cette règle, ajoute-t-il, ne soit pas d'une justesse mathématique, elle est pourtant assez exacte dans la pratique.

Pour effectuer les calculs dans chaque cas particulier, il faut d'abord se rappeler que le centre de gravité d'un arc de a degrés est sur le rayon mené en son milieu à une distance du centre égale à R, et qui est donnée par la formule

$$R = \frac{360 \sin \frac{a}{2}}{\pi a}.$$

Prenons pour axe des x la ligne OR; calculons les angles u que font avec cette ligne les rayons menés aux centres de gravité r, o, j, v, b, i, v et les distances R de chacun d'eux au centre; leurs coordonnées x et y seront

$$x = R \cos u, \quad y = R \sin u.$$

En faisant ce calcul pour chacun des secteurs, on trouvera depuis le rouge jusqu'au violet les coordonnées $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$, etc.

Appliquons maintenant en *rojvbiv* des forces $r, o, j, \ldots, b, i, v$ égales aux proportions des diverses lumières qui doivent constituer le mélange, et nous obtiendrons les coordonnées du centre de gravité G par le théorème des moments :

$$X = \frac{rx_1 + ox_2 + jx_3 \ldots + vx_7}{r + o + \ldots + v},$$

$$Y = \frac{ry_1 + oy_2 + \ldots + vy_7}{r + o + \ldots + v}.$$

En effectuant les calculs indiqués on a trouvé

$$X = \frac{(r+u)\,0{,}822840 + (o+i)\,0{,}207398 - (j+b)\,0{,}513992 - v\,0{,}753796}{r + o + \ldots + v},$$

$$Y = \frac{(r+u)\,0{,}482350 + (o-i)\,0{,}963163 + (j-b)\,0{,}813736}{r + o + \ldots + v},$$

d'où on déduit la distance d du centre de gravité G, ainsi que l'angle U formé par CG avec l'axe des x :

$$\tan U = \frac{Y}{X}, \quad d = \frac{Y}{\sin U}.$$

U indiquera le secteur dans lequel tombera le centre de gravité, et par conséquent la couleur du mélange, d la proportion de cette couleur, et $(1-d)$ celle du blanc. Si $r, o, \ldots, v$ sont proportionnels aux arcs RO, OJ, ..., c'est-à-dire aux nombres $\frac{1}{7}, \frac{1}{16}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{16}, \frac{1}{9}$, le centre de gravité est au centre C.

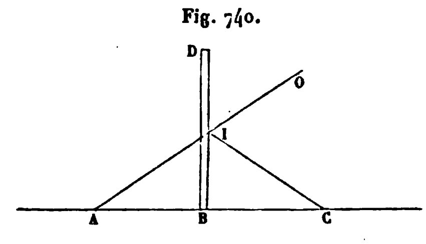
Newton a vérifié cette règle par trois méthodes : la première, que nous avons décrite, les deux autres, qui sont loin d'offrir la même exactitude. Il mêlait des poudres colorées en proportions variables. Il prit, par exemple, un mélange de pourpre, d'orpiment, de vert-de-gris et d'azur, et l'étendit sur un plancher. Ce mélange était gris; mais ayant disposé tout auprès une feuille de papier un peu moins éclairée que ses poudres, il trouva qu'il n'y avait aucune différence entre le papier et le mélange. Ce même procédé lui montra que deux couleurs qui, dans l'ordre du spectre, sont séparées par une troisième, reproduisent cette troisième par leur superposition, et qu'ainsi le jaune et le bleu font du vert, le violet et l'orangé du rouge. Cependant Newton avait quelques doutes sur ce dernier cas.

Le cercle chromatique de Newton est en optique une grande ressource, et c'est la seule qu'on ait pour trouver la teinte d'un mélange à proportions connues. Biot, Fresnel et moi-même en avons fait usage. Cependant M. Helmholtz a montré qu'en beaucoup de points il conduisait à des inexactitudes.

Ce n'est pas du violet que l'on obtient par le rouge et le bleu, c'est du rose pourpre; le rouge ne peut être produit par aucune combinaison; le jaune qui résulte de l'orangé et du vert, et le vert qu'on forme avec le jaune et le bleu verdâtre, sont plus pâles que dans le spectre. La plus grosse différence résulte d'une combinaison de jaune et de bleu indigo, qui devrait produire du vert et qui donne du blanc parfaitement pur. Il faut pourtant observer que dans le cercle de Newton, les points j et i sont presque sur le prolongement l'un de l'autre, et peuvent donner un mélange très-voisin du blanc.

Cependant, si on mélange le jaune de chrome et l'outremer porphyrisés on trouve du vert. M. Helmholtz explique cette contradiction comme il suit : Ces substances affectent les colorations jaune et bleue, parce que la lumière qui a traversé les grains se compose, pour le jaune de chrome, d'orangé, de jaune et de vert; pour l'outremer, de vert, de bleu et de violet. Or la lumière qui a traversé successivement deux grains des deux espèces ne peut plus contenir que du vert. Quant à celle qui est envoyée séparément par deux grains voisins et qui se mêle dans l'œil à cause du voisinage, elle serait blanche par la combinaison du jaune et de l'indigo; le tout formera donc un vert lavé, ce que l'expérience confirme. Mais si (*fig.* 740) on couvre deux feuilles de papier, l'une, AB, d'outremer, l'autre, CB, de jaune de chrome, et qu'on dresse entre les deux une glace de verre BD, l'œil placé en O voit le jaune par réflexion en CIO, l'indigo par réfraction en AIO; ces teintes se superposent, et le mélange est blanc-gris.

Fig. 740.



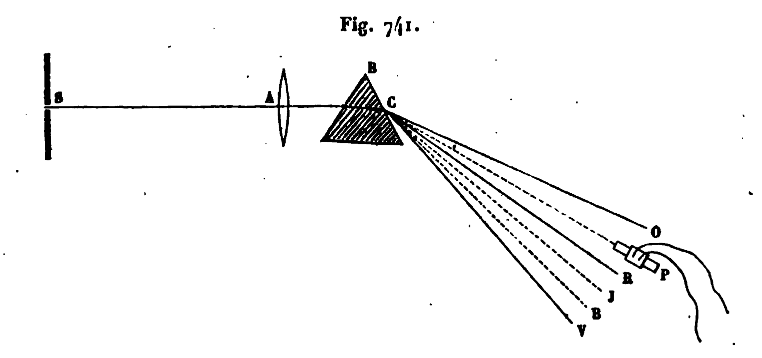
C'est encore ce résultat qu'on obtient en couvrant deux secteurs d'un cercle des deux teintes en question et en les faisant tourner rapidement autour de leur centre. Si chacun d'eux était seul, on verrait un cercle jaune ou un cercle indigo; agissant ensemble, ils produisent le même effet que les deux teintes superposées, et cet effet est celui d'un blanc pur.

SPECTRE CALORIFIQUE. — L'étude qui précède fait connaître à peu près complétement la composition de la lumière du soleil; mais outre la lumière, cet astre émet aussi de la chaleur, et dans ces dernières années on a découvert qu'il envoie encore une troisième espèce de radiations qui ne sont ni lumineuses ni calorifiques, et qui produisent des effets chimiques. Il faut répéter, à l'occasion de ces rayons calorifiques et chimiques, l'analyse que nous venons de faire de la lumière. W. Herschel est le premier qui ait observé la réfraction de la chaleur. En promenant dans le spectre solaire, au minimum de

déviation, un thermomètre très-sensible, il reconnut que la température s'élève de plus en plus quand on le transporte du violet vers le rouge; qu'elle s'élève encore en deçà du rouge visible pour diminuer ensuite à une assez grande distance de cette limite. Cette expérience prouvait : 1° qu'il y a des chaleurs de diverses réfrangibilités, puisqu'elles se séparent en un spectre dilaté comme le spectre lumineux; 2° qu'il en existe une infinité dont l'indice est le même que celui des diverses lumières simples, puisqu'elles sont confondues avec elles dans leur réfraction : on les nomme chaleurs lumineuses; 3° qu'il y a enfin un nombre infini d'autres radiations invisibles ou obscures, lesquelles ont un indice de réfraction moindre que le rouge extrême et décroissant à mesure que leur déviation diminue.

Longtemps après Herschel, Melloni refit la même expérience; mais comme il avait prouvé que le flint absorbe certaines chaleurs, il se servit d'un prisme et d'une lentille de sel gemme (*fig.* 741), et promena sa pile dans le plan focal où

Fig. 741.



était étalé l'ensemble des images réelles de la fente. Cette pile était assez mince pour ne recevoir, en chaque position qu'on lui donnait, que des chaleurs de même réfrangibilité. Melloni reconnut, comme Herschel, que la propriété calorifique existe et croît depuis le violet, où elle est faible, jusqu'au rouge limite. Il vit ensuite qu'elle continue de croître en deçà du rouge jusqu'à atteindre un maximum en P, et qu'elle disparaît progressivement en O, à une très-grande distance de R: la presque totalité des chaleurs solaires sont donc

des chaleurs obscures, beaucoup moins réfrangibles que les lumières qui le sont le moins.

SPECTRE CHIMIQUE, RAIES. — Puisqu'il existe, en deçà du rouge, des rayons qui n'affectent pas l'œil, il est naturel de chercher s'il y en a d'autres qui dépasseraient le violet. On fait usage, pour les découvrir, de la propriété que possède la lumière de développer certaines actions chimiques.

Scheele découvrit, en 1781, que le chlorure d'argent noircit dans le spectre et particulièrement dans le violet extrême. Reprenant cette observation, Wollaston reconnut que cette propriété se continue bien au delà du spectre, jusqu'à une distance du violet au moins égale à celle qui sépare ce violet du rouge. Depuis lors on admit l'existence de radiations ultra-violettes, plus réfrangibles que les lumières qui le sont le plus, et on les nomma radiations chimiques; mais c'est M. Edm. Becquerel qui réussit le mieux à les isoler, en 1842. M. Becquerel prépara un spectre réel très-pur, avec un prisme et une lentille de flint (il vaudrait mieux un prisme et une lentille de quartz). Ce spectre fut recueilli sur un écran au foyer conjugué de la fente et au minimum de déviation pour les rayons violets extrêmes; il était sillonné de toutes les raies de A en H.

Il fut reçu enfin sur une plaque daguerrienne ou sur une feuille de papier sensible, et après quelque temps d'exposition, on développa l'image par les procédés en usage dans la photographie.

Cette image s'étendait très-loin au delà du spectre visible. Il y a donc des rayons ultra-violets obscurs.

Mais ce qu'il y eut de remarquable, c'est que toutes les raies du spectre solaire y étaient marquées à leur place et avec leurs caractères, et qu'un nombre immense d'autres raies se dessinaient à la suite de H dans toute l'étendue du spectre ultra-violet.

Elles sont très-nombreuses et aussi irrégulièrement distribuées que dans le spectre visible; elles sont aussi constantes dans leur succession et dans leurs places. Dès lors, continuant la nomenclature de Frauenhofer, M. Becquerel a désigné celles qui suivent le violet par les lettres qui suivent H, c'est-

à-dire par L, M, N, O, P, Q, R, S, T (*fig.* 732, *Pl. V*); mais ces lettres ne représentent que les plus apparentes, et il y en a une infinité. M. Muller en a photographié environ soixante-dix, et M. Mascart plus de sept cents.

EXTENSION DE LA LOI DE DESCARTES. — Après avoir reconnu l'existence des radiations calorifiques et chimiques il faut prouver, comme nous l'avons fait pour la lumière, qu'elles suivent la loi de Descartes. Cela est facile, si l'on se contente de considérer la partie moyenne du spectre où se trouvent superposées les trois propriétés.

Recevons, à cet effet, comme nous l'avons déjà fait précédemment, une raie quelconque, D par exemple, sur le collimateur du cercle divisé (*fig.* 734), faisons-la réfracter par un deuxième prisme EFG, et recevons son image lumineuse au centre du réticule dans la lunette HK, que nous fixerons dans cette situation. Nous placerons ensuite en J″ un verre collodioné derrière le réticule, et nous verrons l'image chimique de la raie D se former à l'endroit précis où se voit l'image lumineuse. Nous enlèverons enfin la plaque pour y substituer une pile linéaire de Melloni, qui montrera que les rayons calorifiques eux-mêmes se concentrent dans le même lieu. Comme cette triple coïncidence persiste pour toutes les incidences, et se reproduit avec toutes les raies, il faut que la lumière, la chaleur et la radiation chimique qui arrivent au même point d'un spectre, obéissent à la même loi de réfraction, c'est-à-dire à la loi de Descartes. Par extension, on l'admet même pour les radiations qui dépassent le spectre visible.

COURBE DES INTENSITÉS. — Chaque raie du spectre possède donc trois propriétés inséparables par la réfraction, puisqu'elles ont le même indice et suivent les mêmes lois; mais le rapport des intensités de ces effets chimiques, calorifiques et lumineux n'est pas le même dans toute l'étendue du spectre. Voici comment on a mesuré ces intensités. Pour le spectre calorifique, il suffit de promener une pile dans toute son étendue et de mesurer en chaque point la déviation communiquée au galvanomètre. Malheureusement, il n'y a dans cette

partie obscure du spectre aucun repère analogue aux raies, ce qui fait que l'on ne possède, jusqu'à présent, aucune mesure exacte de l'étendue ni des variations d'intensités de ce spectre calorifique; on sait seulement que cette étendue est sensiblement égale à AH. Nous la diviserons par la pensée en 7 parties ou en 7 groupes de rayons, par imitation des 7 couleurs principales, et nous les désignerons par les lettres O_1, O_2,..., O_7; puis nous figurerons les intensités relatives par les ordonnées de la courbe $O_7\beta a G$ (*fig.* 742), commençant en O_7, finissant vers G,

Fig. 742.

et ayant son maximum en O_2. La quantité totale de chaleur est mesurée par l'aire $O_7\beta a G$ remplie par des lignes verticales.

Il est très-difficile de comparer les intensités des lumières comprises entre A et H. Comme les couleurs sont dissemblables, l'expérience ni la théorie ne peuvent établir de rapport entre elles. Cependant, il est évident que le rouge extrême éclaire peu; que le bleu, l'indigo et le violet sont très-sombres, tandis que le jaune et l'orangé ont un grand éclat. On peut donc à la rigueur apprécier les *pouvoirs d'illumination* de ces diverses parties du spectre. Frauenhofer les a mesurés par un procédé qui manque d'exactitude, et que nous ne ferons pas connaître; néanmoins nous reproduisons la courbe qu'il a construite : elle est représentée par l'espace A*de*H marqué au moyen de traits inclinés à 45 degrés.

M. Edm. Becquerel a voulu ensuite mesurer l'intensité des actions chimiques qui se développent de A en P; elles sont très-différentes, suivant les substances impressionnables dont on fait usage. Pour le moment, ne considérons que les plaques

d'argent recouvertes d'iode par le procédé de Daguerre. L'expérience prouve que l'impression augmente depuis le rouge jusqu'à la raie D, qu'elle diminue ensuite pour prendre un minimum vers F, dans le vert bleu; qu'elle croît de nouveau jusqu'à un maximum entre G et H, pour diminuer ensuite lentement et disparaître enfin en T. Mais cette expérience de l'impression photographique, tout en montrant les maxima et les minima d'action, ne mesure pas les intensités des effets. M. Becquerel a eu recours à un instrument nouveau qu'il nomme l'actinomètre.

Actinomètre. — M. Becquerel prend deux lames identiques d'argent poli; il expose une de leurs faces à la vapeur d'iode jusqu'à produire une teinte violette, puis il les plonge toutes deux parallèlement dans une auge en verre pleine d'un liquide peu conducteur, en tournant la face iodée en dehors, et il les réunit par un galvanomètre de trois mille tours au moins. Tout aussitôt un courant se produit, qui tient à des inégalités perturbatrices; mais au bout de vingt-quatre heures il a cessé sans que les dépôts d'iodure soient détruits. Si à ce moment on éclaire l'une de ces plaques par le soleil, il se forme un courant très-intense; et même avec une bougie, la déviation atteint 15 ou 20 degrés. Elle indique que la plaque est négative et le liquide positif. Elle est la même quand on éclaire également les diverses parties de la plaque, et en répétant plusieurs fois de suite la même expérience en un même endroit, on trouve la même déviation, pourvu qu'on ne prolonge pas l'expérience au delà du temps nécessaire pour obtenir l'arc d'impulsion primitive. Cette constance va permettre de comparer les intensités des effets en divers lieux du spectre.

Recevons en effet, à travers une fente étroite, les divers rayons du spectre pur depuis A jusqu'à T; mesurons les déviations du galvanomètre et construisons la courbe des intensités du courant, elle représentera, non pas l'intensité des rayons eux-mêmes, non pas l'action daguerrienne ou d'impression photographique; mais elle mesurera l'action chimique par l'énergie du courant auquel celle-ci donne naissance.

En faisant ces expériences, M. Ed. Becquerel trouva que de A en F la courbe de ces actions chimiques est presque identique à celle des actions lumineuses donnée par Frauenhofer. Nous admettrons, ce qui sera une approximation suffisante, que toutes deux se confondent absolument. Mais à partir de F l'action chimique se ravive et suit la ligne *gh*T. Nous figurerons l'espace A*degh*T, que la courbe chimique enveloppe, par des traits horizontaux. La *fig.* 742 représente ainsi, par un diagramme convenu, les trois espèces de propriétés qui se superposent ou se séparent dans le spectre complet : par des traits verticaux l'effet calorifique, par des lignes inclinées l'action lumineuse, et par les lignes horizontales la propriété chimique mesurée au moyen de l'actinomètre.

Nous connaissons maintenant la composition du rayonnement solaire. Il contient, superposés dans chacun de ses faisceaux, un ensemble de rayons qui sont tous soumis à la loi de Descartes, mais qui diffèrent par la valeur de leurs indices. A cause de cela ils se séparent en une infinité de rayons quand ils traversent des prismes, et comme les indices croissent d'une manière discontinue, le spectre montre des raies qui occupent les lacunes. Telles que la réfraction les sépare, les radiations du spectre offrent la triple propriété de produire de la chaleur, de la lumière et des actions chimiques, et de les produire avec des intensités très-variables suivant leur réfrangibilité. Nous les nommons simples : elles le sont en ce sens que la réfraction ne peut plus les décomposer; elles le seraient d'une manière absolue si en un lieu défini du spectre un seul rayon produisait les trois effets que nous venons de signaler; mais elles pourraient aussi être composées de trois radiations distinctes, superposées parce qu'elles ont le même indice, et développant chacune, ou la chaleur, ou la lumière, ou l'action chimique. Avant d'aborder cette étude nous devons mesurer leurs réfrangibilités, c'est-à-dire leurs indices de réfraction à travers toutes les substances.

MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION.

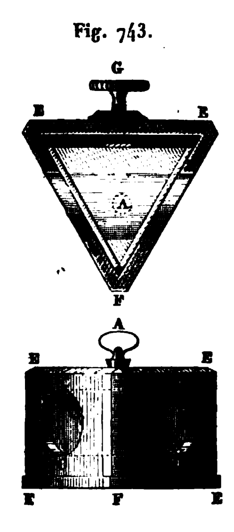
SOLIDES ET LIQUIDES. — Il n'y a qu'une seule bonne méthode pour déterminer les indices : celle qui consiste à mesurer la

déviation minima pour chaque raie, et à calculer n par la formule

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}.$$

J'ai donné tous les détails de l'opération (p. 406), et je n'ai rien à y ajouter, si ce n'est que pour opérer sur les liquides on les enferme dans des prismes de verre creux (*fig.* 743),

Fig. 743.



fermés par des glaces parallèles CC, DD, que l'on serre par une enveloppe métallique EFE au moyen d'une vis G.

CAS DES RADIATIONS CHIMIQUES. — M. MASCART. — Il est très-facile de mesurer ainsi les indices correspondants aux diverses raies depuis A jusqu'à H, à travers une substance de composition constante, telle que le spath d'Islande; mais de nouvelles difficultés se présentent pour les raies ultra-violettes de H en T. Voici comment a opéré M. Mascart. Un collimateur (*fig.* 728) amène la lumière sur un prisme de spath ou de quartz taillés tous deux parallèlement à l'axe de cristallisation. Chacun possède la double réfraction et donne naissance à deux spectres : l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, qu'on étudie

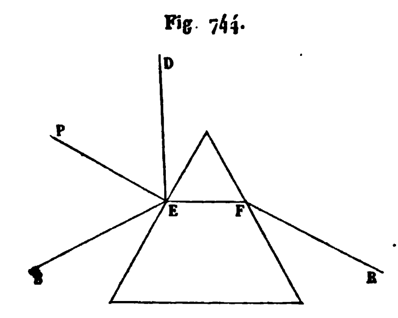
successivement. Prenons comme exemple le spectre ordinaire du spath, qui est le plus dispersé et le plus dévié. On le reçoit dans la lunette C′D′, qu'on place exactement au minimum de déviation et au point pour la raie H. Cela étant, on introduit dans la lunette en D′, derrière et tout contre le réticule, une petite lame de verre préparée pour la photographie. On laisse cette plaque exposée aux rayons pendant le temps convenable; ensuite on y verse de l'acide gallique, ce qui développe une image très-fine du réticule et des raies qui entourent H. Ce n'est là qu'une portion très-restreinte du spectre chimique, il faut dessiner les autres par le même procédé.

On se rappelle que le prisme étant à la déviation minima, on a

$$\delta = 2i - A \quad \text{ou} \quad 2i = A + \delta,$$

cela veut dire que si on passe de la raie H à une autre, et que la déviation minima augmente ou diminue d'une certaine quantité, l'angle $2i$ ou SED que font les rayons incident et réfléchi augmentera ou diminuera de la même quantité (*fig.* 744).

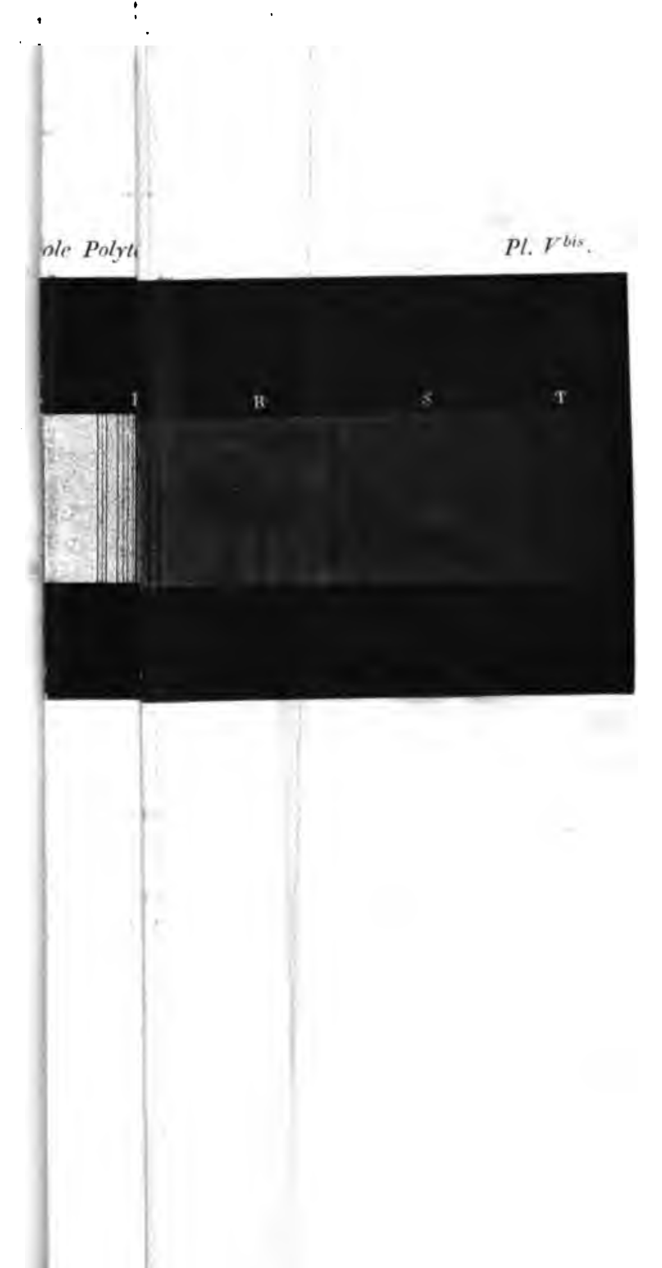
Fig. 744.



Or, comme le prisme et la lunette viennent d'être placés à la déviation minima pour la raie H, si on tourne cette lunette de 20′ et ce prisme de 10′, de manière à augmenter l'angle SED de 20′, on aura encore placé le prisme à sa déviation minima pour les radiations, qui se peindront sous le réticule, au foyer de la lunette. On en prendra l'image photographique et on continuera de la même manière jusqu'à l'extrémité du spectre chimique. Alors, 1° on aura obtenu une série d'images successives ayant toutes, de l'une à l'autre, quelques raies communes qui serviront à les raccorder; on mesurera au microscope les distances relatives de ces raies, et on reproduira leurs dispositions dans un dessin général fait à une échelle commune; 2° comme à chaque opération on a mesuré la déviation minimum de la lunette, on a pu calculer l'indice des raies principales dans les rayons ordinaire et extraordinaire

ole Polyt

Pl. V^{bis}.



des deux cristaux étudiés. La *fig.* 732, *Pl. V*, représente le dessin simplifié, que je dois à l'obligeance de M. Mascart, et le tableau suivant donne les indices des diverses raies, du rouge jusqu'au violet :

RAIES.	SPATH. Indices Ordinaire.	SPATH. Indices Extraordinaire.	QUARTZ. Indices Ordinaire.	QUARTZ. Indices Extraordinaire.	LONGUEUR D'ONDE.
A	1,65012	1,48285	1,53902	1,54812	0,68667
B	1,65296	1,48409	1,54099	1,55002	0,65607
C	1,65446	1,48474	1,54188	1,55095	0,5888
D	1,65846	1,48654	1,54423	1,55338	0,52678
E	1,66354	1,48885	1,54718	1,55636	0,48596
F	1,66793	1,49084	1,54966	1,55897	0,43075
G	1,67620	1,49470	1,55429	1,56372	0,39672
H	1,68330	1,49777	1,55816	1,56770	0,38190
L	1,68706	1,49941	1,56019	1,56974	0,37288
M	1,68966	1,50054	1,56150	1,57121	0,35802
N	1,69441	1,50256	1,56400	1,57381	0,34401
O	1,69955	1,50486	1,56668	1,57659	0,33602
P	1,70276	1,50628	1,56842	1,57822	0,32856
Q	1,70613	1,50780	"	1,57998	0,31775
R	1,71155	1,51028	"	1,58273	"
S	1,71580	"	"	"	"
T	1,71939	"	"	"	"

Cas des gaz. — La lumière, en passant du vide dans les gaz, se rapproche de la normale et suit la loi de Descartes. L'indice est très-voisin de l'unité; il augmente avec la densité et proportionnellement à celle-ci quand elle varie dans des limites étroites. On peut donc écrire

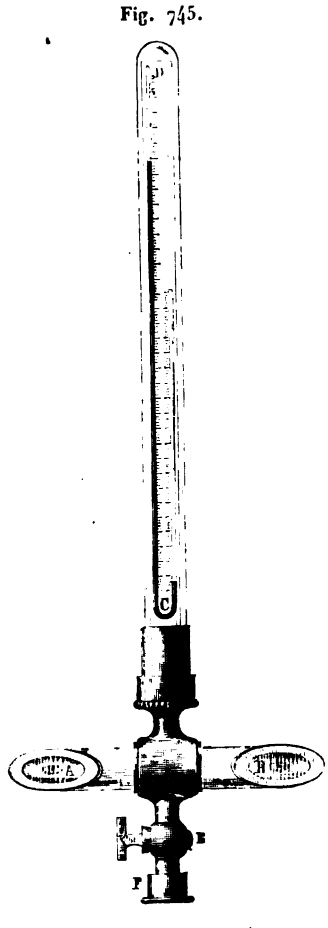
$$n = 1 + \alpha d \quad \text{ou} \quad \frac{n-1}{d} = \alpha.$$

Comme αd est très-petit, on peut aussi écrire

$$n^2 - 1 = 2\alpha d \quad \text{ou} \quad \frac{n^2-1}{d} = 2\alpha.$$

La théorie de l'émission conduisait à admettre que pour tous les corps de la nature, la quantité $n^2 - 1$, qu'on appelait *puissance réfractive*, était proportionnelle à la densité, et que cette autre quantité $\frac{n^2 - 1}{d}$, qu'on désignait du nom de *pouvoir réfringent*, devait être constante. L'expérience a montré que ces prévisions ne se réalisent pas habituellement; et si, par exception, elles s'appliquent aux gaz, cela tient simplement à ce que $n^2 - 1$ est une fonction de la densité d, qui s'annule quand $d = 0$, et qui croît avec elle tout en restant très-petite. Admettons néanmoins, pour nous conformer à l'usage, cette loi approximative et empirique.

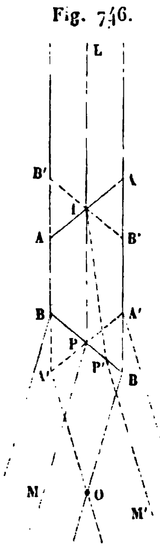
Fig. 745.



EXPÉRIENCES DE BIOT ET ARAGO (*fig.* 745). — Pour trouver l'indice des gaz, Biot et Arago employaient un prisme de verre AB formé par un tube épais, qu'on avait rodé, et sur lequel étaient collées deux glaces parallèles formant un angle de 145 degrés environ. Un baromètre CD couvert d'une cloche mesurait la pression du gaz à l'intérieur. On pouvait fixer l'appareil par un pas de vis inférieur F sur une machine pneumatique, faire le vide plusieurs fois et laisser rentrer le gaz qu'on voulait étudier; ensuite on fermait le robinet E, et on montait l'appareil sur un axe vertical autour duquel il pouvait tourner.

Soit AABB (*fig.* 746) une première position du prisme. La lumière envoyée par un paratonnerre éloigné arrive en un faisceau de rayons parallèles à LI, se réfracte et sort parallèlement à PM, après avoir subi une déviation δ. En retournant le prisme de 180 degrés, le sens de la déviation change et les rayons émergents P'M' font avec les premiers PM un angle égal à 2δ. Si l'on place en O le centre d'un cercle répétiteur, on peut, en visant la mire dans les deux positions du prisme, mesurer 2δ, et comme cet angle est très-petit, augmenter la précision en répétant la mesure. Le prisme est sensiblement dans la position du minimum de déviation, et les formules connues permettront de calculer l'indice moyen K pour le passage de la lumière de l'air atmosphérique au gaz contenu dans le prisme. Je dis l'indice moyen, car la dispersion des couleurs n'est pas sensible.

Fig. 746.



Occupons-nous d'abord de l'air. Nous voulons trouver l'indice n_0 en passant du vide dans ce gaz pris à zéro et à 760 millimètres, et dont la densité est d_0. A cet effet nous ferons le vide dans le prisme; mais comme ce vide n'est pas complet, il restera à t°, sous une pression h', de l'air dont la densité sera d' et l'indice n'. D'après la loi approximative admise tout à l'heure, nous aurons

$$\frac{n'^2 - 1}{d'} = \frac{n_0^2 - 1}{d_0},$$

d'où

$$n'^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{d'}{d_0} = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h'}{760(1 + at)}.$$

D'autre part, l'air atmosphérique extérieur est à t°, à une pression h; sa densité est d et son indice est n. On a comme précédemment

$$\frac{n^2 - 1}{d} = \frac{n_0^2 - 1}{d_0},$$

$$n^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{d}{d_0} = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h}{760(1 + at)}.$$

Mais l'expérience a donné l'indice K de passage de l'air extérieur à celui du prisme

$$K^2 = \frac{n'^2}{n^2} = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{760(1 + at)}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{760(1 + at)}},$$

$$n_0^2 = 1 + \frac{(K^2 - 1)760(1 + at)}{h' - K^2 h}.$$

Si la température t était égale à zéro, h à 760 millimètres, et que h' fût nul, c'est-à-dire le vide parfait, on aurait

$$n_0 = \frac{1}{K}.$$

Comme l'expérience s'éloigne fort peu de ces conditions, les corrections que l'on fait sont toujours peu importantes.

Passons au cas d'un gaz quelconque. On veut trouver l'indice ν_0 à 0° et à 760 millimètres, la densité étant δ_0. On emplit le prisme de gaz à t^o et à h'; sa densité est δ', et son indice ν'. On a comme précédemment

$$\frac{\nu'^2 - 1}{\delta'} = \frac{\nu_0^2 - 1}{\delta},$$

$$\nu'^2 = 1 + (\nu_0^2 - 1)\frac{\delta'}{\delta} = 1 + (\nu_0^2 - 1)\frac{h'}{(1 + at)760},$$

l'air qui entoure le prisme à la pression h, et à la température t, a un indice n déjà calculé

$$n^2 = 1 + (n_0^2 - 1)\frac{h}{(1 + at)760}.$$

L'expérience mesure K_1 c'est-à-dire le rapport entre ν' et n, et il est donné par la relation

$$K_1^2 = \frac{\nu'^2}{n^2} = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'}{(1 + at)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1 + at)760}},$$

formule qui ne contient d'autre inconnue que ν_0.

Expériences de Dulong. — Voulant traiter certaines questions de la théorie de la lumière, Dulong reprit ces expériences par une autre méthode. Il introduisait successivement dans le prisme deux gaz qu'il voulait comparer, et il diminuait la pression du plus réfringent jusqu'à rendre égales les deux déviations produites par chacun d'eux; cela suffisait pour obtenir l'indice de l'un en fonction de l'indice de l'autre.

Introduisons d'abord de l'air sous une pression h', à une température t, pendant que la pression extérieure est h. K est donné par la formule

$$K^2 = \frac{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h'}{1 + at(760)}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h}{(1 + at)760}}.$$

Emplissons ensuite le prisme du gaz que nous voulons examiner; et, pendant que la température est t_1 et la pression extérieure h_1, faisons varier celle du prisme jusqu'à h'_1, l'indice de passage K_1 sera

$$K_1^2 = \frac{1 + (\nu_0^2 - 1)\dfrac{h'_1}{(1 + at_1)760}}{1 + (n_0^2 - 1)\dfrac{h_1}{(1 + at_1)760}},$$

et si nous avons fait en sorte que les deux déviations soient égales, ou que K soit égal à K_1, nous trouverons

$$\frac{(1 + at)760 + (n_0^2 - 1)h'}{(1 + at)760 + (n_0^2 - 1)h} = \frac{(1 + at_1)760 + (\nu_0^2 - 1)h'_1}{(1 + at_1)760 + (n_0^2 - 1)h_1},$$

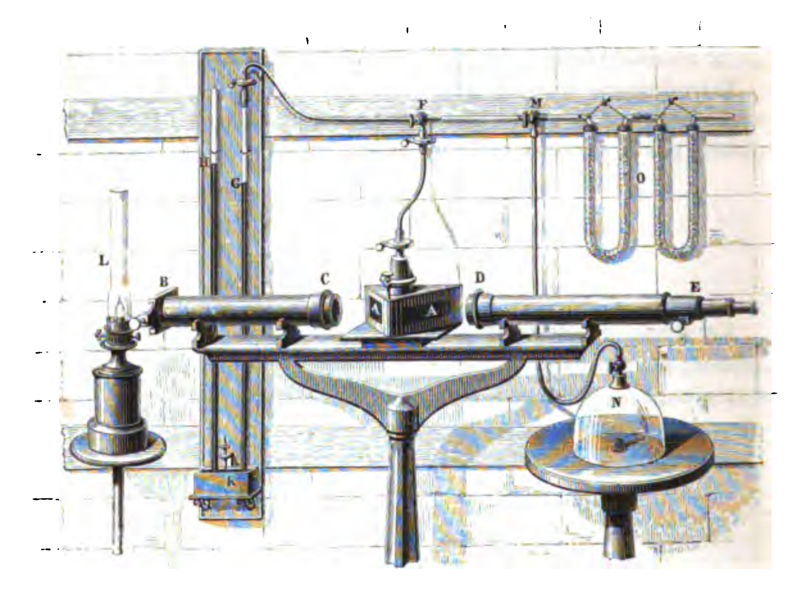
ce qui permettra de trouver ν_0 en fonction de n_0, qui est connu. Si l'on admet que la pression et la température extérieure n'ont point changé pendant les deux mesures, ou plutôt si on néglige les changements apportés par leurs variations, la relation précédente se réduit à

$$(n_0^2 - 1)h' = (\nu_0^2 - 1)h'_1;$$

d'où l'on voit que les puissances réfractives sont inversement proportionnelles aux pressions qu'il faut donner aux deux gaz pour qu'ils produisent des déviations égales.

Voici une disposition d'appareils qui ne diffère pas essentiellement de celle de Dulong, et qui permet d'opérer très-commodément (*fig.* 747). AA est un prisme creux de porcelaine

Fig. 747.



de 160 degrés, fermé par des glaces. La lumière envoyée par une lampe L pénètre dans un collimateur BC et en sort comme si elle venait d'une fente située à l'infini. Elle se réfracte dans AA; elle est reçue dans une lunette DE, et il est facile de déplacer la fente B jusqu'à mettre son image en coïncidence avec le réticule de DE quand le prisme est rempli d'air à la pression atmosphérique. On fait alors le vide par une machine pneumatique au moyen d'un tube MN dans le prisme A et dans un manomètre différentiel HGK; puis on laisse rentrer du gaz par les tubes O, et on répète l'opération plusieurs fois. Supposons que le gaz dévie plus que ne le faisait l'air; alors on fera partiellement et lentement le vide jusqu'à ramener la nouvelle déviation à la valeur qu'elle avait dans le cas de l'air. Si le gaz était moins réfringent que l'air on changerait l'ordre des deux opérations.

RÉSULTATS. — Les tableaux qu'on trouvera à la fin du chapitre résument les recherches précédentes. On peut remarquer que l'indice d'un mélange de deux gaz est moyen entre celui des éléments qui le forment. Examinons l'air, qui contient $\frac{21}{100}$ d'oxygène et $\frac{79}{100}$ d'azote. Soient O et AZ les indices de ces gaz pris dans les conditions normales, et N celui de l'air, on trouve que

$$\frac{21}{100}O + \frac{79}{100}AZ = N.$$

On donne ordinairement de cette loi simple une expression bien plus complexe, en disant que la somme des puissances réfractives des gaz composants, pris avec la densité qu'ils ont dans le mélange, est égale à la puissance réfractive de ce mélange; ce qui s'exprime par la relation

$$\frac{21}{100}(O^2 - 1) + \frac{79}{100}(AZ^2 - 1) = (N^2 - 1),$$

et il est facile de voir que AZ et N étant respectivement très-près d'être égaux à l'unité, ces deux équations expriment numériquement la même chose. Il n'existe aucune relation de cette nature entre les éléments d'un gaz composé et ce gaz lui-même.

EXPÉRIENCES DE M. LEROUX. — M. Leroux admet que le rapport des indices de réfraction de deux substances gazeuses reste le même à toute température, et partant, qu'il suffit de mesurer ce rapport entre une vapeur et l'air chauffés dans une même enceinte, et de les multiplier ensuite par l'indice normal n_0 de l'air, pour avoir celui qu'aurait cette vapeur à zéro et à 760, si elle pouvait être maintenue gazeuse jusque-là.

Pour faire l'expérience il emploie un prisme à gaz en porcelaine fermé par des glaces lutées au moyen d'un verre fusible, et placé au milieu d'une caisse qu'on chauffe directement par un fourneau. Deux tubes opposés, fermés par des glaces, permettent de viser à travers le prisme. La lumière part d'un collimateur; elle est reçue dans une lunette qui me-

sure la déviation. On commence par viser le collimateur et par mettre l'image en contact avec le réticule quand le prisme est échauffé et plein d'air : c'est le zéro des déviations. On place ensuite dans le prisme la substance qu'on veut étudier : soufre, mercure, arsenic, iode, phosphore, etc., et quand la vapeur est formée on observe une déviation qui demeure constante. On la mesure, puis on retourne le prisme de 180 degrés pour recommencer cette observation dans le sens opposé. Connaissant δ, on calcule le rapport des indices de la vapeur et de l'air.

Ces expériences ont montré que l'oxygène et le soufre d'une part, l'azote et le phosphore de l'autre, ont sensiblement le même pouvoir réfringent quand ils sont en vapeurs :

Oxygène	0,4924	Azote	0,6187
Soufre	0,4923	Phosphore	0,6264

Elles ont montré, en outre, que les vapeurs, notamment celle du soufre, offrent une très-grande dispersion, et que l'iode, se comportant tout autrement que les autres corps, réfracte plus fortement le rouge que le violet, de sorte que le spectre de cette substance est opposé à celui de toutes les autres. Ce fait est aussi curieux qu'il était peu attendu.

Voici les résultats des observations de Dulong et de M. Leroux :

	Indices.	Densités.
Air	1,000294	1,000
Oxygène	1,000272	1,103
Hydrogène	1,000138	0,068
Azote	1,000300	0,976
Chlore	1,000772	2,476
Oxyde d'azote	1,000503	1,527
Gaz nitreux	1,000303	1,039
Acide chlorhydrique	1,000449	1,254
Oxyde de carbone	1,000340	1,992
Acide carbonique	1,000449	»
Cyanogène	1,000834	1,818
Gaz oléfiant	1,000678	0,990
Gaz des marais	1,000443	0,559
Éther chlorhydrique	1,001095	2,234
Acide cyanhydrique	1,000451	0,944
Ammoniaque	1,000385	0,591

	Indices.	Densités.
Gaz chloroxycarbonique	1,001159	3,442
Acide sulfhydrique	1,000644	1,178
Acide sulfureux	1,000665	2,247
Éther sulfurique	1,000153	2,580
Sulfure de carbone	1,000150	2,644
Protophosphure d'hydrogène	1,000789	1,256
Soufre	1,001629	6,617
Phosphore	1,001364	4,355
Arsenic	1,001114	10,39
Mercure	1,000556	6,97

QUATRE-VINGTIÈME LEÇON.

DE L'ABSORPTION ET DE L'ÉMISSION.

De l'absorption. — Chaleur obscure. — Rayons ultra-violets. — Radiations moyennes. — Identité des trois radiations de même indice. — Cas des gaz. — Raies atmosphériques. — Diffusion.
De l'émission. — Cas des solides. — Cas des gaz. — Spectre électrique. — Tubes de Geissler. — Spectre de l'arc électrique. — Analyse spectrale. — Rubidium. — Cœsium. — Thallium. — Les autres métaux. — Relation entre les pouvoirs émissifs et absorbants.

Tous les corps absorbent, transmettent et diffusent les radiations qu'ils reçoivent. Ils rayonnent eux-mêmes dans toutes les directions quand ils sont échauffés. Les lois de ces phénomènes ont été déjà partiellement étudiées (t. II, p. 235); il nous reste à résumer et à généraliser les résultats que nous avons trouvés précédemment.

Nous représentons, comme précédemment (*fig.* 742), par des lignes verticales la courbe des intensités calorifiques; elle s'étend de O_7 à A pour les chaleurs obscures et de A à G pour les chaleurs lumineuses. Les intensités de la lumière sont figurées par la ligne A*de*H et marquées par des traits inclinés à 45 degrés. Enfin la courbe des effets actinométriques A*degh*T se distingue par des lignes horizontales. Au moyen de cette représentation conventionnelle on voit d'un seul coup d'œil comment les trois propriétés des radiations solaires se superposent ou s'isolent dans le spectre total.

DE L'ABSORPTION.

I. Nous avons prouvé qu'une radiation calorifique simple, de réfrangibilité donnée et d'intensité C, s'affaiblit et devient C' quand elle traverse un milieu d'épaisseur *e*. Nous avons démontré la relation

$$C' = C\gamma^e.$$

γ est une fraction qui se nomme le coefficient de transmission. Quand il est égal à 1, $C' = C$, et le milieu est absolument diathermane. S'il diminue de plus en plus, la substance transmet de moins en moins. Quelle que soit la valeur de γ, C' diminue jusqu'à devenir insensible, quand l'épaisseur e de l'écran interposé augmente suffisamment.

II. On peut étudier de la même manière la transmission de la propriété chimique. Faisons tomber une radiation déterminée, celle qui correspond à la raie H, par exemple, sur l'actinomètre, et mesurons la déviation galvanométrique A, puis recommençons immédiatement l'expérience en interposant dans le trajet des mêmes rayons la lame d'épaisseur e dont nous voulons connaître le pouvoir absorbant, nous trouverons une deuxième déviation A'. En opérant ainsi, M. Becquerel a vérifié la loi déjà démontrée pour la chaleur,

$$A' = A\alpha^e.$$

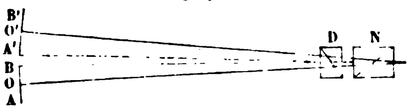
Ce nouveau coefficient de transmission α change avec la nature des radiations observées et des lames interposées.

III. La propriété lumineuse est limitée en A et H. Si on isole une radiation simple, en D par exemple, et qu'on la transmette à travers une lame d'épaisseur e, elle s'affaiblit de L à L'. Or, en employant des photomètres, qui seront décrits dans la suite (*), nous avons trouvé, Masson et moi, la relation

$$L' = L\lambda^e.$$

(*) Soit AOB (*fig.* 748) la couleur simple qu'on veut éprouver. On la regarde à travers un prisme réfringent D et un nicole O : le prisme donne deux images égales AOB, A'O'B' polarisées dans des plans rectangulaires, et le nicole permet d'affaiblir l'une ou l'autre dans une proportion qu'on sait calculer. Or,

Fig. 748.



si on interpose un verre blanc devant A'B', un verre coloré devant AB, les deux images ordinaire AB et extraordinaire A'B' ont des éclats différents qu'on rend égaux en faisant tourner N d'un angle α qu'on mesure; l'une des images est $L\cos^2\alpha$, l'autre $L'\sin^2\alpha$, et on a

$$L\sin^2\alpha = L'\cos^2\alpha.$$

On voit que la formule de transmission est la même pour les trois propriétés, formule qui était évidente *à priori*, car si en traversant le premier millimètre une radiation se réduit de L à $L\lambda$, à travers le deuxième elle diminuera de $L\lambda$ à $L\lambda^2$, et après l'épaisseur *e* elle sera $L\lambda^e$. Cela posé, si nous voulons comparer les absorptions calorifiques lumineuses et actinométriques, il suffira de choisir une radiation comprise entre A et H et de comparer les coefficients γ, α et λ. Nous avons fait cette comparaison entre la chaleur et la lumière, et M. Edm. Becquerel entre la lumière et la propriété actinométrique.

Or, il est résulté de ces diverses études que, dans tous les cas, α, γ et λ étaient égaux, et l'on a pu énoncer la loi générale qui suit : « Quand les radiations qui se concentrent en un point déterminé du spectre solaire se transmettent à travers un milieu, les trois propriétés lumineuse, calorifique et chimique se transmettent en proportion égale. »

Il résulte de là que dans la partie du spectre où elles sont superposées, les trois propriétés qui nous occupent sont absolument inséparables. On ne peut en effet les dissocier ni par la réfraction prismatique, puisqu'elles ont le même indice et qu'elles suivent la loi de Descartes, ni par les milieux absorbants, puisqu'ils agissent proportionnellement sur chacune d'elles. On a cherché à les différencier en les polarisant ou en les faisant interférer, mais MM. de la Provostaye et Desains ont constaté que, dans tous les cas, chaque propriété d'une lumière simple se retrouve avec la même intensité et le même sens dans les deux autres propriétés qui l'accompagnent dans le spectre.

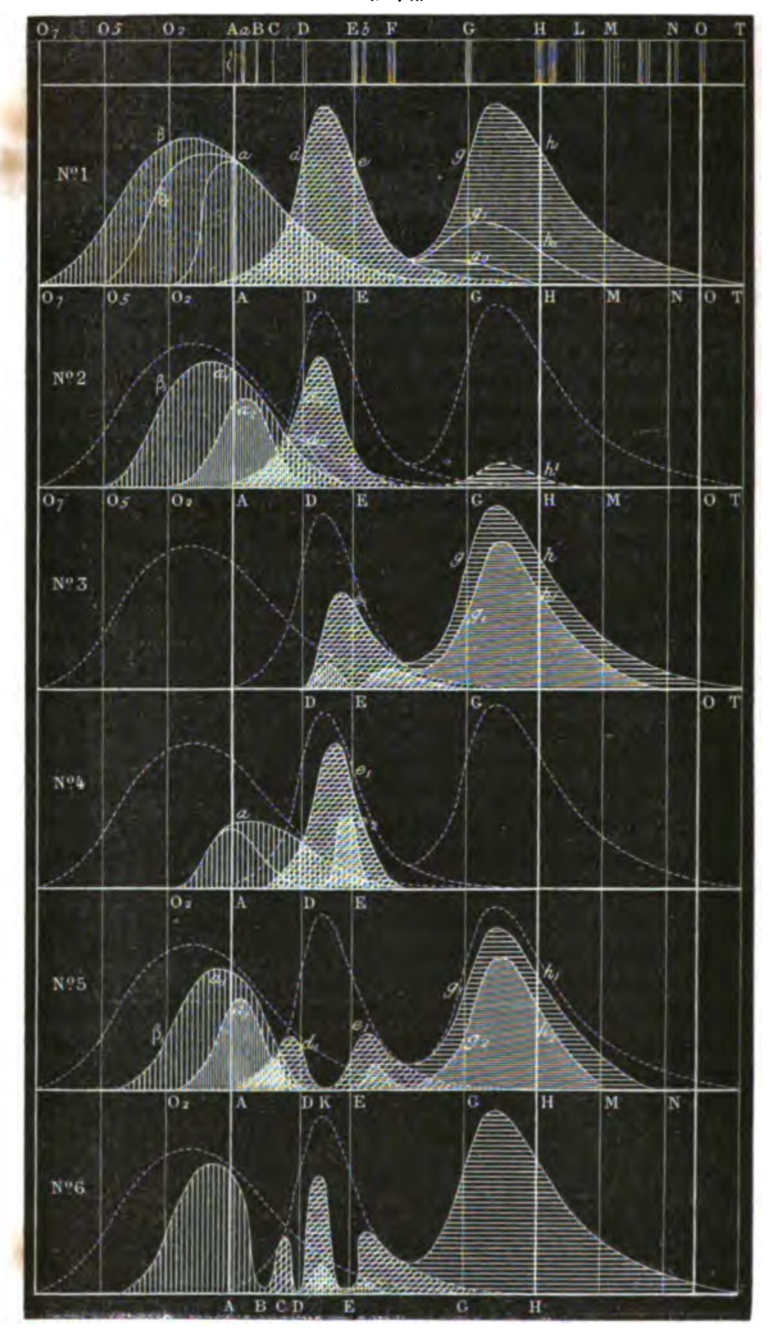
L'interprétation philosophique de cette loi générale ne peut être douteuse. On a supposé autrefois que trois agents distincts émanaient du soleil : la chaleur, la lumière et les rayons chimiques, et que chacun d'eux donnait lieu à un spectre partiellement superposé aux deux autres, mais distinct dans sa nature autant que dans ses propriétés. On a imaginé depuis une théorie nouvelle : on admet que le soleil envoie des vibrations qui sont toutes de même nature, qui ne se distinguent que par leur longueur d'onde et qui se séparent en traversant un prisme, parce que leur réfrangibilité est différente, de telle sorte qu'en un lieu donné du spectre il n'y en a qu'une seule

et qu'elle est réellement simple. Tombe-t-elle sur un thermomètre, il l'absorbe et s'échauffe. Rencontre-t-elle certains composés chimiques, elle les altère. Enfin, pénètre-t-elle dans l'œil, elle y développe l'effet lumineux. C'est entre ces deux hypothèses qu'il faut choisir. Or, si la triple propriété résultait de trois rayonnements distincts superposés, il est certain qu'ils auraient des propriétés distinctes qui permettraient de les isoler; tandis que l'identité des trois effets, que l'expérience constate, est nécessaire si on regarde la chaleur, la lumière et l'action chimique comme des manifestations d'une même radiation simple. Dans cette alternative, la logique nous conduit à admettre une cause unique qui explique tout, plutôt que trois causes différentes auxquelles il serait impossible d'assigner des caractères distincts.

A l'avenir nous admettrons que le soleil envoie une série de vibrations superposées différant entre elles non par leur vitesse de propagation, non par la direction de leurs mouvements, mais seulement par la rapidité de leurs oscillations. Elles diffèrent comme le font les notes envoyées à la fois par les divers instruments d'un orchestre. Elles se séparent par la réfraction, et nous prouverons que les vibrations peu réfrangibles sont les plus lentes et les plus déviées les plus rapides; de sorte que les chaleurs obscures sont analogues aux sons graves, les rayons chimiques extrêmes aux notes aiguës. Il est extrêmement probable que nous ne connaissons pas dans toute son étendue la gamme des radiations solaires, car tous les milieux connus absorbent à la fois les moins et les plus réfrangibles d'entre elles, et il est possible que le spectre puisse être prolongé un jour bien au delà des limites entre lesquelles il est aujourd'hui contenu.

Chaque vibration étant un mouvement dans l'éther apporte pendant un temps donné sur les points qu'elle rencontre une certaine somme de force vive qui mesure son intensité. Tous les effets qu'elle produit sont nécessairement proportionnels à cette force vive, mais ils dépendent aussi de la durée de chaque ondulation. Ainsi les rayons rouges traversent le verre rouge sans affaiblissement, tandis que les jaunes sont arrêtés au passage. Cela veut dire que deux radiations sont absorbées dans des proportions variables avec leur réfrangibilité ou leur

Fig. 749.


O7 O5 O2 AaBC D Eb F G H L M N O T
N°1
N°2
N°3
N°4
N°5
N°6
O7 O5 O2 A D E G H M N O T
D E G O T
O2 A D E
O2 A DK E G H M N
A B C D E G H

longueur d'onde; et s'il en est ainsi de leur faculté d'absorption, il en est de même de la propriété qu'elles ont de produire la chaleur, la lumière ou l'effet chimique. D'où il suit que l'action calorifique peut être limitée entre O_7 et G, l'effet lumineux entre A et H, et l'effet chimique entre d'autres points du spectre. On verra dans la suite que ces points changent avec les corps impressionnables. Quand nous mesurons l'intensité calorifique lumineuse ou chimique dans les divers points du spectre, nous ne mesurons donc qu'un effet complexe qui ne nous renseigne point sur la force vive ou l'intensité propre des radiations elles-mêmes.

Du moment que d'un bout à l'autre du spectre il n'y a plus que des radiations simples ordonnées par rapport aux vitesses d'oscillations croissantes, peu importe qu'on apprécie les absorptions par l'effet lumineux calorifique ou chimique. Il suffit de mesurer le coefficient d'extinction α dans la formule $I' = I\alpha^e$, soit par un photomètre, soit par une pile de Melloni, soit par un actinomètre, et de chercher comment il varie de O_7 à T. C'est ce qui nous reste à faire.

I. Tous les corps transparents, comme le verre ou l'eau, qui ne colorent pas les objets qu'on regarde à travers, laissent passer intégralement ou au moins en proportion égale les rayons lumineux de A en H. Ils agissent donc identiquement sur cette partie du spectre, mais leur action sur les radiations extrêmes est très-inégale.

Un seul corps, le sel gemme, laisse passer toutes les radiations. Lui seul est transparent d'une manière absolue. Tous les autres éteignent les rayons extrêmes, soit du côté des chaleurs obscures, soit du côté des rayons chimiques; et cette extinction augmente à mesure qu'on s'approche des extrémités du spectre. Les courbes des intensités se réduisent à $O_5\beta_1\alpha$ d'une part et à g_1h_1M de l'autre (*fig.* 749, n° 1), de façon qu'une épaisseur suffisante de ces substances absorbe toutes les radiations obscures et ne laisse passer que les rayons lumineux.

Après le sel gemme, les corps qui laissent le mieux passer la chaleur sont le fluorure de calcium, le spath, le quartz et le verre. Au contraire, l'alun, l'acide citrique, la glace et l'eau sont remarquables par la qualité inverse d'arrêter tous les

rayons de petite réfrangibilité pour ne transmettre que ceux qui avoisinent le rouge.

Le quartz et le sel gemme transmettent à peu près intégralement la propriété chimique depuis la raie H jusqu'à la limite extrême T. Viennent ensuite l'alcool, beaucoup d'essences, et enfin, à un moindre degré, le verre et l'eau. La plupart des autres milieux transparents éteignent partiellement la propriété chimique, et dans une proportion qui croît avec la réfrangibilité des rayons (*fig.* 749, n° 1). La courbe s'abaisse de *gh*T à $g_1 h_1$M, et la limite du spectre chimique se rapproche de plus en plus de H, à mesure que l'épaisseur des écrans augmente.

M. Edm. Becquerel, ayant étudié diverses substances sous une épaisseur commune et égale à 15 centimètres cubes, a trouvé que l'effet électro-chimique cesse d'être appréciable :

De N en O avec l'essence de térébenthine et l'huile de naphte;

En M avec l'eupione, l'aldéhyde, l'iodure d'amyle, l'essence de citron, les acides azotique et chlorhydrique;

Vers I avec le chlorure et le sulfure de carbone et l'huile d'élémi;

Enfin en H avec la créosote et l'essence d'amandes amères.

Le bisulfate de quinine, la dissolution d'écorce de marronnier d'Inde (esculine), le verre jaune d'urane, et quelques autres substances qu'on étudiera bientôt, jouissent de cette même propriété d'absorber entièrement les radiations depuis H jusqu'à T.

II. Les corps noirs ont la propriété inverse d'éteindre entièrement la lumière et aussi les rayons ultra-violets; mais ils laissent passer de la chaleur obscure. Le sel gemme noirci, le quartz enfumé, éteignent à la fois tous les rayons voisins du rouge A et tous ceux qui se trouvent à la limite O_1. La courbe atteint dans la partie moyenne un maximum qui est très-rapproché du rouge A pour l'alun noirci, et beaucoup plus éloigné pour le sel gemme enfumé. Si l'épaisseur de l'écran augmente, la chaleur transmise finit par être à peu près simple.

M. Tyndall vient de faire connaître une substance qui jouit à un haut degré de cette propriété : c'est la solution d'iode dans le sulfure de carbone. Étendue, elle est rouge; concen-

trée, elle intercepte tous les rayons visibles du soleil, mais elle laisse passer assez de chaleur pour enflammer de l'amadou au foyer d'un miroir.

III. Dans une troisième catégorie de milieux les coefficients α diminuent à mesure que la réfrangibilité augmente (*fig.* 749, n° 2). Dans ce cas, l'extinction commence par le spectre chimique, et s'étend de H en A quand l'épaisseur augmente; en même temps les rayons calorifiques obscurs s'affaiblissent d'autant plus qu'ils sont plus éloignés de A. Les trois courbes prennent d'abord les formes

$$O_1 a_1 E, \quad A d_1 G, \quad A d_1 g h_1 M.$$

Si l'épaisseur augmente, les courbes s'abaissent et deviennent

$$O_2 a_2 D, \quad A d_2 E;$$

peu à peu les trois maxima se rapprochent et finissent par se confondre dans la région du rouge; la teinte dominante, qui était jaune, passe à l'orangé, et finit par se réduire à un rouge pur. On constate ces changements avec les vins vieux, l'eau-de-vie, le verre jaune, etc., et l'on conçoit pourquoi cette dernière substance est employée pour garnir les fenêtres des ateliers de photographie, puisqu'elle laisse passer assez de lumière pour éclairer l'opérateur dans ses manipulations, tandis qu'elle éteint tous les rayons chimiques, qui depuis E jusqu'en P impressionnent si vivement les substances sensibles.

Presque tous les corps transparents que nous considérons comme incolores appartiennent à cette troisième catégorie. Hassenfratz ayant fait passer les rayons solaires à travers un tube plein d'eau dont il augmentait progressivement la longueur, vit que la lumière transmise paraissait jaune, puis orangée, puis rouge. Il reconnut en même temps que tout le liquide était devenu lumineux et répandait une lueur verte ou bleue. Cela tient à ce que l'eau partage les rayons en deux parts : l'une, qu'elle transmet, qui est jaune et passe au rouge; l'autre, qu'elle diffuse intérieurement, et qui est complémentaire. C'est celle-là que nous renvoient les eaux profondes des lacs ou de la mer, et c'est pour cette raison qu'elles sont vertes ou bleues. L'air est dans le même cas que l'eau : bleu par diffusion, tandis qu'il colore en rouge le soleil à son cou-

cher et les flammes lointaines. A mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère, l'air devenu plus rare diffuse moins de lumière, et le ciel paraît d'un bleu très-sombre. Aux limites de l'atmosphère, on le verrait noir comme pendant la nuit.

IV. Les milieux colorés en bleu ou en violet offrent des propriétés inverses. Ils transmettent très-abondamment les rayons très-réfrangibles de E en P; ils éteignent les groupes des chaleurs obscures et des lumières jusqu'au vert (*fig.* 749, n° 4); ils transmettent très-peu de chaleur de D en E, de la lumière en De_1G et presque tous les rayons chimiques De_1ghT. Quand leur épaisseur augmente, le maximum de lumière se recule en EG vers le violet, qui est la dernière lumière transmise, et les rayons chimiques continuent encore de passer suivant Eg_1h_1P quand déjà toute lueur est éteinte.

V. Les sels de nickel et les verres verts ont des coefficients de transmission croissants du rouge au vert, décroissants du vert au violet; les trois courbes offrent alors un maximum dans cette couleur, et pour une épaisseur suffisante ne laissent passer qu'elle (*fig.* 749, n° 4).

VI. Avec les sels de manganèse et de chrome, on voit un minimum dans le jaune orangé, en k, et deux maxima vers les extrémités (*fig.* 749, n° 5). Quand l'épaisseur est moyenne, les courbes sont B_1a_1D, Ad_1ke_1H, $ke_1g_1h_1N$; les actions chimique, lumineuse et calorifique s'éteignent à la fois dans le jaune orangé; la teinte est verte. Si cette épaisseur croît suffisamment, la fente obscure s'élargit, gagne l'orangé et le vert; les deux extrémités AD et EGH demeurent seules, et la teinte devient violette (*fig.* 749, n° 6).

VII. On trouve enfin des cas où les coefficients de transmission se distribuent très-irrégulièrement. Le verre bleu de cobalt réduit le spectre à quatre bandes brillantes (*fig.* 749, n° 6) : l'une de B en A, la seconde entre C et D, la troisième un peu après D, la quatrième de E en H. Elles sont séparées par trois raies obscures : en C, un peu avant D, et enfin tout près de E (*fig.* 749, n° 7). Les rayons obscurs ultra-violets se transmettent aisément.

CAS DES GAZ. — En faisant passer les rayons solaires dans un tube qui contenait de l'acide hypoazotique et ensuite à

travers un prisme et une lentille, Brewster a trouvé un spectre interrompu par de larges bandes obscures à peu près équidistantes. Il en fut de même avec le chlore et la vapeur d'iode. Pour étudier celle-ci, qui s'attache aux parois des vases, il faut la produire en chauffant un peu d'iode dans un ballon percé de deux fentes opposées.

En regardant ces bandes sombres avec plus d'attention, on a reconnu qu'elles sont composées d'une multitude de raies lumineuses et obscures fort étroites, et tout à fait analogues à celles du spectre solaire. Il est probable que tous les gaz offriraient chacun un système de raies spéciales si on pouvait les étudier sous une assez grande longueur. Ce qui autorise cette hypothèse, c'est une observation faite il y a longtemps par Brewster. Il avait remarqué, au moment du lever ou du coucher du soleil, dans la partie la moins réfrangible du spectre des bandes sombres et larges vers les raies B, C et D, et même un peu au delà de D. Au moyen d'un spectroscope multiple, M. Janssen a résolu ces bandes larges en raies très-fines, lesquelles recouvrent très-exactement certaines raies signalées par Frauenhofer. Elles sont faibles quand le soleil est élevé sur l'horizon; elles s'accentuent et s'élargissent sans changer de place quand il baisse et que la couche atmosphérique traversée par les rayons augmente d'épaisseur. Par contre, elles s'éteignent presque complétement au sommet des montagnes. Ces observations viennent heureusement confirmer l'explication que Brewster avait donnée de ces raies au moment même où il les a découvertes, et qui consiste à dire qu'elles proviennent d'une absorption que l'air exerce sur les rayons qui ont la réfrangibilité de ces raies. Il y en a d'autres, au contraire, qui n'éprouvent aucune variation quand le soleil s'approche ou s'éloigne de l'horizon : elles ne sont donc pas dues à l'air; mais elles pourraient peut-être provenir de l'absorption exercée par l'atmosphère du soleil.

Nous reviendrons bientôt sur cette idée. Pour le moment, nous devons faire observer qu'il y a une différence essentielle entre les effets de transmission des solides et des liquides d'une part, et des gaz de l'autre. Ceux-là exercent une absorption continue depuis O, jusqu'à P, et les coefficients de transmission varient continûment avec la réfrangibilité. Rien

de pareil ne se voit avec les gaz; ils laissent passer tous les rayons, à l'exception d'un très-petit nombre, qui ont une réfrangibilité très-limitée et qui s'éteignent; de façon que le spectre transmis montre quelques raies extrêmement fines, tout à fait discontinues et irrégulièrement distribuées dans la série des couleurs.

DIFFUSION. — Si les idées que nous avons exposées sur la nature des radiations sont exactes, si ces radiations apportent sur les corps qu'elles rencontrent une certaine somme de force vive, il faut que celle-ci se conserve ou se dépense en un travail équivalent. Cette idée sera développée bientôt. Donc quand une radiation est absorbée, il faut qu'elle produise un effet ou qu'elle se retrouve. Nous allons montrer que souvent elle ne fait que se disperser en se répandant dans tous les sens. C'est le phénomène de la diffusion. Les expériences d'Hassenfratz font voir en effet que de longues colonnes d'eau éclairées par le soleil semblent devenir lumineuses; elles diffusent la partie des rayons qu'elles ne transmettent pas directement. Or, ce qui n'est visible qu'avec une très-longue colonne d'eau, se manifeste pour les corps opaques sous une épaisseur très-petite. On étudie ce phénomène de deux manières :

1° Contre un écran parfaitement noir on dispose verticalement et sur le prolongement l'une de l'autre deux bandes étroites, l'une de papier blanc, l'autre couverte de la matière qu'on veut essayer, et on les regarde avec un prisme vertical. On voit ainsi deux spectres, l'un normal, celui du papier, qui contient toutes les couleurs dans les proportions qui réalisent le blanc; l'autre, qui est juxtaposé, où manquent les couleurs absorbées, et où restent les rayons diffusés par la matière qu'on essaye.

2° Après avoir préparé et fait tomber sur un écran parfaitement noir un spectre réel et vertical bien pur, on en reçoit la partie supérieure sur un papier blanc, et la portion inférieure sur la substance à examiner.

Ces deux méthodes permettent également bien de comparer les deux spectres juxtaposés, c'est-à-dire les effets produits par les deux substances sur chacun des rayons qui composent la lumière blanche.

En faisant cette épreuve avec des matières très-diverses, Newton reconnut que chaque couleur simple conserve sa nuance, c'est-à-dire qu'elle ne change pas de nature et que l'effet d'une surface opaque se borne à diffuser les rayons dans des proportions qui varient avec la réfrangibilité, et que l'on peut mesurer au moyen de photomètres. Supposons que cette mesure ait été faite. Si la même substance reçoit ensuite de la lumière blanche, elle diffusera individuellement chacune des couleurs simples dans les proportions qu'on vient de mesurer et par la règle chromatique de Newton. On pourra calculer la teinte résultante dans chaque cas particulier.

Il y a des corps qui renvoient toutes les couleurs simples suivant les mêmes proportions que dans le spectre, c'est-à-dire dans la lumière blanche. Ces couleurs se mêlant, le corps est blanc, gris ou noir; blanc s'il renvoie beaucoup de ces lumières; gris plus ou moins foncé si leur quantité décroît plus ou moins; enfin, noir si elles sont insensibles.

Le plus généralement, cette proportion des couleurs élémentaires est changée. Quand l'une des couleurs diminue dans le spectre diffusé, elle diminue aussi dans la teinte qui résulte de leur mélange, c'est-à-dire dans la couleur du corps.

Beaucoup de matières ont des couleurs vives, tout à fait semblables aux teintes du spectre et qui paraissent simples. Mais elles ne le sont jamais absolument, et on les voit généralement se résoudre, par le prisme, en un groupe de couleurs voisines : toute couleur jaune contient de l'orangé, du jaune et du vert; les tons verts sont constitués par le jaune, le vert et le bleu, et, en général, une nuance quelconque par la couleur prismatique qui lui correspond, qui est en grand excès, et par celles qui la précèdent et la suivent, en moindre proportion. Ces teintes changent avec les lumières qui les éclairent, comme nous allons l'expliquer. La lumière du soleil n'est blanche qu'à midi, elle jaunit et tire à l'orangé vers le matin ou le soir, et surtout pendant les éclipses. Les lampes et la flamme du gaz contiennent beaucoup de jaune, très-peu de bleu ou de violet. Au contraire, le rouge et le jaune font défaut, et les rayons violets dominent dans l'arc électrique ou dans les rayons de la lune. Par conséquent, au lever et au coucher du soleil, aussi bien qu'à la lueur des lampes, tous

les tons doivent rétrograder vers le rouge, le jaune devenant orangé, le vert pâle passant au jaune, et le bleu au vert, tandis qu'à la lumière électrique toutes les nuances monteront vers les couleurs plus réfrangibles : le jaune tendant au vert, le vert au bleu, et le bleu au violet. Mais il serait bien aisé, par interposition d'écrans complémentaires, de ramener les luminaires à la couleur blanche et d'éviter les effets désastreux de coloration qu'on remarque par exemple dans certains théâtres ou par l'effet de la lumière électrique.

DE L'ÉMISSION.

SOLIDES ET LIQUIDES. — Quand ils ont été échauffés, les corps émettent des radiations. Elles ne sont jamais simples; elles constituent au contraire un mélange de rayons dont la réfrangibilité varie en même temps que la température. Au-dessous de 100 degrés, ce sont des rayons de chaleur qui traversent difficilement le sel gemme; au-dessus, et en s'éloignant de ce terme, ce sont des radiations encore obscures, mais se rapprochant du spectre visible. A 525 degrés, suivant M. Draper, elles sont rouges et commencent à devenir lumineuses. Elles comprennent toutes les couleurs depuis A jusqu'à C vers 720 degrés. On les voit s'étendre jusqu'à G à 780 degrés, et enfin dépasser H à 1165 degrés, c'est-à-dire au rouge blanc. Il est probable que les rayons chimiques s'ajoutent de même au flux général avec des réfrangibilités qui croissent toujours davantage, en même temps que la température.

Quelle que soit cette température, les spectres observés sont toujours continus si les substances rayonnantes sont solides ou liquides; c'est ce que l'on peut observer avec la chaux incandescente dans la lampe de Drummond, avec les charbons de l'arc voltaïque, ou pendant la combustion du magnésium. C'est ce qui arrive encore lorsqu'on étudie les flammes qui contiennent des particules charbonneuses incandescentes.

CAS DES GAZ. — Les apparences sont entièrement changées lorsqu'on décompose par un prisme le rayonnement des gaz incandescents. Ces substances, qui absorbaient dans les spec-

tres continus un petit nombre de rayons de manière à faire naître des raies obscures très-étroites et irrégulièrement distribuées, donnent, quand elles sont lumineuses, des spectres très-peu apparents, sur le fond desquels on voit se détacher, par un phénomène inverse, un petit nombre de traits fort brillants tout aussi étroits, tout aussi irréguliers, et dont la place est tellement invariable, que dès 1822 Herschel déclarait qu'ils pourraient servir à caractériser et à analyser les matières en combustion.

Parmi les exemples que nous devons citer, il convient de rappeler d'abord que la lampe à alcool salé émet une lumière jaune composée d'une double raie D, laquelle se subdivise encore quand on multiplie le nombre des prismes. Elle avait été signalée déjà par Frauenhofer dans la flamme des lampes ordinaires. Swan l'avait observée, en 1856, dans toutes les combustions faites en présence d'un sel de soude. Il admit qu'elle caractérise le sodium, et comme il éprouvait de grandes difficultés pour éviter qu'elle ne prît naissance, il avait conclu que ce sodium est répandu partout. Tous les sels métalliques qu'on mêle à l'alcool offrent, à la simplicité près, des résultats analogues. Si c'est un sel de cuivre ou d'argent, la flamme est colorée en vert et montre des raies vertes très-brillantes, différentes pour le cuivre ou pour l'argent. Elle est rouge avec la strontiane, parce qu'elle est formée d'un groupe de raies rouges. Les spectres produits dans tous ces cas ont été étudiés par Müller, qui en a donné les dessins exacts. La flamme des hydrogènes carbonés, quand on l'observe à sa base dans la partie bleue, le dard d'un chalumeau, et la lumière verte éclatante qu'on obtient en brûlant le cyanogène par un courant intérieur d'oxygène, donnent toujours un même spectre. On y voit 6 raies brillantes et équidistantes dans l'orangé, 7 dans le jaune verdâtre, 3 dans le vert, 5 dans le bleu indigo, et enfin un grand nombre de traits absolument noirs et équidistants dans le violet. Ce spectre remarquable, décrit par M. Morren, se retrouve toutes les fois qu'une flamme contient du charbon qui s'y brûle en totalité. Il est évidemment dû à ce charbon.

SPECTRE ÉLECTRIQUE. — L'étincelle électrique entraînant avec elle, dans les deux sens opposés, la matière volatilisée de

ses deux conducteurs, il était probable qu'elle donnerait, étant décomposée par un prisme, un petit nombre de raies brillantes et discontinues. C'est ce que vit, en effet, Frauenhofer. Wheatstone reconnut ensuite que leur place change avec les électrodes. Enfin, Masson les dessina avec autant de soin que Frauenhofer l'avait fait des raies solaires. Chaque métal a les siennes. Celles qui appartiennent à deux métaux se superposent dans le spectre électrique quand on allie ces deux métaux ou qu'on emploie l'un pour conducteur positif et l'autre pour électrode opposée.

Masson avait encore signalé des raies communes aux spectres de tous les métaux. L'observation était exacte; mais Angstroem a montré que ces raies communes sont dues au gaz dans lequel on fait éclater l'étincelle.

TUBES DE GEISSLER. — En 1838, M. Plucker ajouta toute une nouvelle classe de faits aux précédents en observant les spectres de la lumière qui se développe par le courant d'induction dans les tubes de Geissler. Ils contiennent, comme le spectre électrique, des raies brillantes dues, soit aux gaz, soit aux électrodes; mais il est facile de distinguer ces dernières, qui sont communes à tous les gaz quand les électrodes restent les mêmes, et qui changent dans un même fluide quand on emploie des conducteurs différents. M. Plucker ayant étudié les raies qui viennent de l'illumination du milieu les a trouvées fixes, constantes et propres à caractériser le gaz employé. D'après ses recherches, on connaît le spectre de l'oxygène, de l'azote, de l'hydrogène et d'un grand nombre de corps simples gazeux ou volatilisés. Quand on emploie des gaz ou des vapeurs composés, on découvre généralement des raies nouvelles propres à ce composé, mais on peut voir aussi celles qui répondent à ses éléments. C'est ainsi que l'oxyde de carbone possède un ensemble de raies particulier, au milieu duquel on voit naître celles de l'oxygène lorsqu'on atteint un degré déterminé de tension. De même la vapeur d'eau montre les raies de l'hydrogène lorsque le courant est faible et celles de l'oxygène s'il augmente; de même aussi M. Morren vit apparaître le spectre du charbon dans les hydrogènes carbonés.

SPECTRE DE L'ARC. — L'arc électrique devait produire les mêmes effets. M. Foucault l'étudia en 1839. Il trouva dans cette lumière les raies qui, dans la suite, furent reconnues pour caractériser le charbon. Il remplaça le crayon inférieur par un creuset dans lequel il déposait un fragment d'argent, de cuivre, de zinc ou de laiton. L'argent donnait, entre autres, deux raies vertes extrêmement lumineuses, le cuivre un groupe de bandes rouges et de raies vertes, le zinc des bandes bleues, et le laiton la combinaison des raies particulières du cuivre et du zinc. Avec le fer, on obtient environ 70 raies; et ce qu'il faut remarquer, c'est que tous les métaux reproduisent dans cette nouvelle expérimentation les caractères que Masson avait découverts dans l'étincelle électrique, et que Kirchhoff reproduisit ensuite avec plus de soins et de plus grands détails en remplaçant la machine électrique par l'appareil de Ruhmkorff.

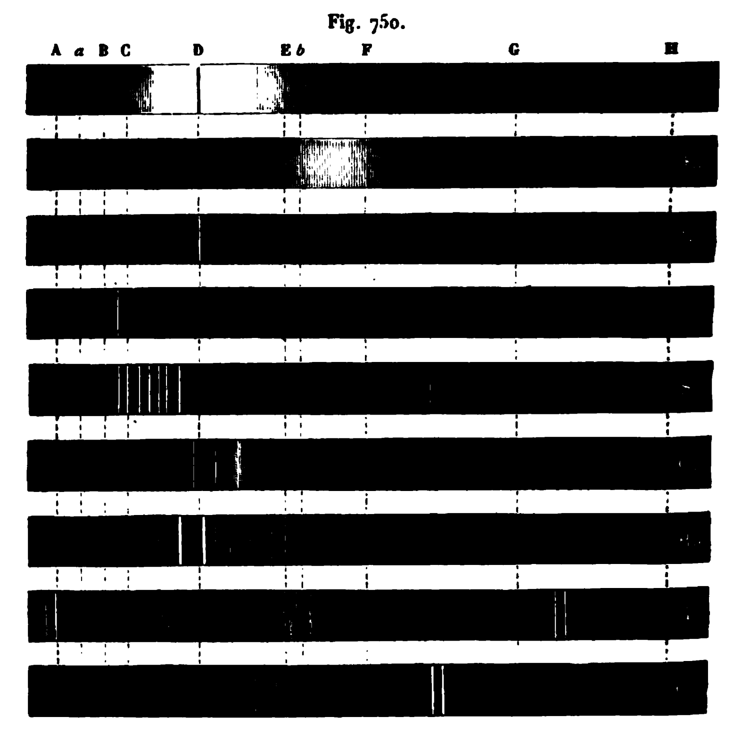
ANALYSE SPECTRALE. — Ces divers résultats étaient connus depuis longtemps; mais ils étaient épars, et la liaison qui existait entre eux, quoique soupçonnée, avait échappé à tout le monde, quand MM. Bunsen et Kirchhoff publièrent, en 1855, un travail célèbre que nous allons résumer.

Lorsqu'on brûle le gaz d'éclairage mêlé à une grande quantité d'air, dans une lampe qui a été imaginée par M. Bunsen, on obtient une flamme très-chaude mais peu éclairante, et qui donne un spectre à peine visible et sans raies. Mais vient-on à y introduire un fil fin de platine qu'on a trempé dans une solution saline, elle s'illumine tout à coup, parce que le sel se vaporise, et l'on voit naître dans le spectre les raies qui caractérisent la substance volatilisée (*fig.* 750).

Non-seulement le sel marin montre immédiatement la double raie D, mais tous les sels de soude la donnent. Par conséquent, l'acide ne concourt en rien à la former; elle est due au métal; elle permettra de le reconnaître. En introduisant dans la même lampe un sel quelconque de lithium, on voit de la même manière apparaître deux raies : l'une rouge après B, l'autre jaune orangé avant D. A son tour, le potassium, à un état de combinaison quelconque, fait naître une raie rouge très-voisine de A et une seconde qui est violette. Avec les quatre autres métaux

alcalins, les résultats se compliquent sans cesser d'être aussi caractéristiques. C'est ainsi que l'on voit, dans le spectre du strontium plusieurs raies rouges, une autre qui est dans l'orangé; et une dernière, colorée en bleu intense, qui est

Fig. 750.



située entre F et G; dans celui du calcium, des bandes orangées et une belle raie verte; et enfin dans celui du baryum, le plus compliqué de tous, un ensemble nombreux de lignes brillantes comprises entre le rouge et le bleu.

En résumé, les six métaux alcalins connus, combinés avec des corps quelconques, déterminent, quand on les introduit dans la flamme, certaines raies spectrales qui les caractérisent et qui vont permettre, non de les doser, mais de reconnaître leur présence. Tel est le principe de l'analyse spectrale.

Pour prouver qu'elle a de la valeur, il fallait montrer que cette méthode est plus sensible que les autres. On fit détoner

dans une chambre de 60 mètres cubes un mélange de 3 milligrammes de chlorate de soude avec du sucre de lait : il en résulta un petit nuage contenant du sodium qui se répandit peu à peu dans la pièce. Un spectroscope, placé aussi loin que possible du lieu où s'était fait la détonation, montra, en effet, la raie D au bout de quelques minutes. Or, si on suppose que tout le sodium contenu dans le chlorate ait été uniformément répandu dans la salle et apporté peu à peu dans la flamme avec l'air qui entretient la combustion, on trouve qu'il en arrive $\frac{1}{3000000000}$ de gramme pendant chaque seconde; et cette seconde suffit pour qu'on voie la raie D et qu'on reconnaisse la présence de ce métal. On comprend qu'avec sa prodigieuse sensibilité cette méthode doive montrer du sodium à peu près partout. On en trouve, en effet, près des côtes où il est entraîné par les vents, toutes les fois qu'on remue des objets, qu'on bat des étoffes, qu'on ferme un livre, et en général toutes les fois qu'on soulève des poussières. Cela n'est pas particulier au sodium, tous les autres métaux alcalins se décèlent avec la même facilité et la même sensibilité. C'est ainsi qu'on a reconnu le lithium, qu'on croyait rare, dans les eaux de la mer, dans les cendres des fucus, dans les granites, dans les sols qui sont produits par la décomposition de ces roches, dans les plantes qui y poussent, et jusque dans le lait et la viande des bestiaux qui y vivent.

RUBIDIUM. — Après s'être mis ainsi en possession d'une méthode qui reconnaissait, par un seul coup d'œil, les métaux alcalins dans un mélange quelconque, MM. Kirchhoff et Bunsen firent dissoudre 150 kilogrammes de lépidolite de Saxe. Après avoir précipité successivement tous les métaux que la solution contenait, excepté le sodium et le potassium, ils découvrirent au spectroscope, outre les caractères de ces deux métaux, des raies nouvelles qui n'appartenaient à aucun des alcalis connus. Il y en avait deux dans le rouge et deux autres moins vives dans le violet (*fig.* 750). Ils en conclurent que le liquide devait contenir un métal alcalin jusqu'alors inconnu, caractérisé par ces raies rouges si brillantes, et ils le nommèrent rubidium (métal rouge). Ils eurent ensuite quelque peine à l'isoler; néanmoins, comme le chloroplatinate de rubidium

est moins soluble à chaud que celui de potassium, on le précipite en versant la solution dans du chloroplatinate de potassium dissous à chaud. Le rubidium a pour équivalent 85; il est isomorphe avec le potassium; il se place avant lui par l'énergie de ses affinités.

CŒSIUM. — Les eaux mères des salines de Durkheim, débarrassées de tous les métaux alcalins, excepté le sodium, le potassium et le rubidium, offrirent encore deux nouvelles raies inconnues, toutes deux bleues, très-éclatantes et très-voisines. Elles indiquaient un second métal, le cœsium (métal bleu), qu'on parvint à séparer de ses congénères. Il a pour équivalent 123, et ses affinités sont encore plus vives que celles du rubidium.

THALLIUM. — En suivant les mêmes errements, M. Crookes découvrit, dans le spectre de certains résidus, une raie verte très-brillante; il l'attribua à un métal qu'il nomma thallium (de θαλλω, verdir); mais il ne sut point l'isoler, et l'existence de ce corps était restée douteuse, lorsque M. Lamy le découvrit en abondance à Lille, dans les boues des chambres de plomb. C'est un nouveau métal alcalin qui ressemble au plomb par ses caractères physiques, et au potassium pour ses propriétés chimiques. Son équivalent est égal à 204.

LES AUTRES MÉTAUX. — Les succès que nous venons de raconter tiennent en grande partie à cette circonstance que les spectres des métaux alcalins sont simples. Mais quand on veut étendre cette méthode aux autres corps, on rencontre un ensemble de raies tellement compliquées, qu'il faut renoncer à les employer pour caractériser les substances chimiques et pour analyser leurs mélanges. Néanmoins, M. Kirchhoff a étudié chaque métal avec un spectroscope à plusieurs prismes (*fig.* 735, p. 416). Il faisait arriver les rayons solaires par la moitié inférieure de la fente, pendant qu'au moyen d'un prisme à réflexion totale il éclairait la partie supérieure avec l'étincelle de la machine de Ruhmkorff. Les électrodes étaient faites avec le métal qu'il voulait étudier, et il comparait ce spectre électrique formé de traits brillants avec le spectre solaire qui montre des raies obscures. Le dessin qui résume ces observa-

tions se trouve dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXVIII. Cette longue et pénible comparaison fut exécutée en vue d'une entreprise de haute importance, en vue de savoir quelle est la composition chimique du soleil.

Nous avons dit que le spectre des solides ou des liquides incandescents est continu. Or, celui de la lumière solaire ne l'est pas. On ne peut donc admettre que cet astre soit analogue à un gros boulet rougi, fondu ou non. Serait-il, comme on l'a supposé, composé d'un noyau obscur, enveloppé d'une atmosphère incandescente lumineuse qu'on a nommée photosphère? Cette hypothèse est aussi insuffisante que la première, car la photosphère gazeuse donnerait un spectre composé de raies brillantes sur un fond sombre, et celui du soleil réalise des conditions tout à fait inverses. Il n'y a plus qu'une troisième hypothèse possible : c'est que le soleil soit un globe en fusion et lumineux, environné d'une couche de vapeurs partiellement transparentes et pouvant absorber certains rayons, comme le fait l'acide hypoazotique, le chlore et l'air, comme le font toutes les vapeurs et tous les gaz. Nous allons examiner si cette hypothèse serait suffisante pour expliquer les faits; et pour cela nous chercherons d'abord s'il y a quelque relation entre les rayons que les gaz incandescents peuvent émettre et ceux qu'ils peuvent absorber.

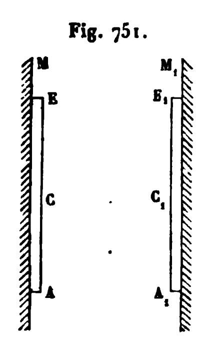
DES POUVOIRS ÉMISSIFS ET ABSORBANTS. — Nous avons montré, par les expériences de Leslie, par celles de MM. de la Provostaye et Desains, par les lois du refroidissement, et enfin par les conditions de l'équilibre mobile de température, que le pouvoir émissif d'un corps est proportionnel à son pouvoir absorbant; de sorte que si on désigne par e, E, E_1, E_2,... les pouvoirs émissifs du noir de fumée et de divers corps, par 1, A, A_1, A_2,... les pouvoirs absorbants des mêmes corps à la même température, on a

$$\frac{E}{A}=\frac{E_1}{A_1}=\frac{E_2}{A_2}=\ldots=\frac{e}{1}=e.$$

C'est-à-dire que le rapport du pouvoir émissif et du pouvoir absorbant est le même pour tous les corps. Nous allons justifier et interpréter cette loi.

Imaginons avec M. Kirchhoff deux corps C et C_1 (*fig.* 751) placés dans une même enceinte à une température uniforme quelconque, fixés sur deux miroirs M, M_1 qui aient la propriété de réfléchir totalement les rayons qui leur arrivent. Supposons que C_1 émette et absorbe partiellement tous les rayons quels qu'ils soient, tandis que C émettra et absorbera seulement la lumière qui correspond à la raie D, sans pouvoir émettre ou absorber aucun autre rayon. Considérons en particulier cette lumière D. La lame C en émet une quantité E; la lame C_1 en absorbe EA_1 et en renvoie $E(1-A_1)$ vers C, qui à son tour en absorbe $E(1-A_1)A$ et en renvoie $E(1-A_1)(1-A)$. Posons cette quantité égale à KE. Les mêmes alternatives vont se reproduire sur KE, et finalement C_1 aura absorbé

Fig. 751.



$$EA_1 + KEA_1 + K^2EA_1 + \ldots = EA_1(1 + K + K^2 + \ldots) = \frac{EA_1}{1-K}.$$

De même, C_1 émet une quantité de ces mêmes rayons jaunes égale à E_1; et en répétant les mêmes raisonnements on trouve qu'il en absorbe finalement une somme égale à

$$\frac{E_1A_1(1-A)}{1-K}.$$

Or, pour que l'équilibre ait lieu entre ces deux corps à la même température, il faut que la quantité E_1 des rayons émis par la lame C_1 soit égale à la somme de ceux qui sont absorbés par elle, ou que

$$E_1 = \frac{EA_1}{1-K} + \frac{E_1A_1(1-A)}{1-K};$$

et en remplaçant K par sa valeur, il faut que

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E}{A}.$$

On peut maintenant remplacer successivement le milieu C_1

par d'autres, dont les pouvoirs émissifs et absorbants soient $E_2, E_3, \ldots, e$, et $A_2, A_3, \ldots, 1$, et comme la relation précédente s'applique à tous, on en tirera

$$\frac{E_1}{A_1} : \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \ldots = e,$$

ce qui veut dire finalement qu'à la même température, et si on considère une radiation quelconque mais déterminée, le rapport du pouvoir émissif au pouvoir absorbant est le même pour tous les corps, et égal au pouvoir émissif e des substances noires dont le pouvoir absorbant est égal à l'unité. M. Kirchhoff a tiré de cette loi des conséquences importantes :

1° Les corps noirs commencent à émettre, vers 525 degrés, des rayons rouges auxquels s'ajoutent successivement et continûment les autres lumières de réfrangibilité croissante à mesure que la température s'élève. Le pouvoir émissif e de ces corps et le rapport $\frac{E}{A}$ pour toutes les substances, sont donc une fonction continue de la température et de la réfrangibilité, fonction nulle à une température basse, qui commence à prendre une valeur sensible à une température déterminée et d'autant plus haute que la réfrangibilité de la radiation considérée est plus grande.

2° $\frac{E}{A}$ étant une fonction commune à tous les corps, le pouvoir émissif E correspondant à une radiation déterminée commencera à prendre une valeur sensible à une température qui leur sera aussi commune. Cela veut dire que tous les corps commenceront à rougir au même moment dans la même enceinte, et deviendront rouge blanc en même temps; les expériences semblent vérifier ce résultat.

3° Mais de ce que $\frac{E}{A}$ est une fonction identique pour tous les corps, il ne s'ensuit pas que le pouvoir émissif E soit identique chez tous. A températures égales, E est très-grand pour quelques solides, moindre pour les liquides, moindre encore pour les gaz. Le phosphate de soude s'illumine très-peu quand on le porte au rouge, tandis que le charbon, les métaux et le verre sont éclatants.

4° Mais la valeur de $\frac{E}{A}$ étant commune à tous les corps, il faut de toute nécessité que ceux qui sont les plus éclatants soient aussi les plus absorbants. Aussi le phosphate de soude reste transparent au rouge, et il en est de même des gaz; mais le verre devient opaque.

5° $\frac{E}{A}$ est une fonction continue de la réfrangibilité. D'un autre côté, le spectre des solides et des liquides est dépourvu de raies, ce qui veut dire que leur pouvoir émissif E est également une fonction continue de la réfrangibilité; donc il en sera de même de A, c'est-à-dire qu'il n'y aura aucune raie tranchée d'absorption.

6° Nous avons vu au contraire que les gaz et les vapeurs incandescents donnent des spectres réduits quelquefois à une seule, toujours à un petit nombre de raies brillantes, nettes et tranchées. Cela veut dire que E varie d'une manière discontinue, depuis le rouge jusqu'au violet; et puisque $\frac{E}{A}$ est une fonction continue, la même pour tous les corps, il faudra que A soit grand ou nul en même temps que E. Donc, « tout gaz incandescent qui a la propriété de rayonner une raie brillante, possède aussi celle de l'absorber, et il transmet sans l'affaiblir toute lumière qu'il n'émet pas. »

Cette dernière conséquence, la plus curieuse qu'on ait déduite de cette théorie, se justifie par le raisonnement suivant, qu'on doit à M. Stokes :

Les molécules d'un gaz incandescent sont en vibration comme celles d'une corde sonore, et de même que celles-ci ne peuvent produire que certains sons donnés, de même celles-là ne peuvent émettre que des lumières de réfrangibilités déterminées, celles des raies brillantes, qu'on voit dans le spectre. Or, on se souvient qu'en produisant loin d'une corde musicale le son qu'elle peut rendre, elle vibre aussitôt, parce qu'elle est synchroniquement ébranlée, tandis qu'elle ne vibre pas sous l'influence d'une note qu'elle ne peut donner. Si on transporte de tout point cette remarque à la lumière, on voit que l'éther dans un gaz sera mis en vibration par les lumières simples qu'il est capable d'émettre, et

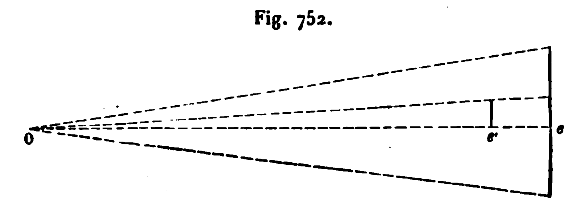
celles-ci, en le traversant, lui communiqueront leur force vive, qui sera absorbée et se dissipera dans tous les sens. Au contraire, les lumières différentes ne mettront point l'éther en mouvement, ne perdront point leur force vive et continueront leur route sans affaiblissement.

Cette relation entre les facultés émissives et absorbantes des gaz incandescents fut découverte par M. Foucault. Il avait reconnu qu'il y a dans l'arc de la lumière électrique un double trait jaune brillant coïncidant exactement avec la double raie obscure D du spectre solaire. Or, en dirigeant les rayons solaires à travers cet arc, M. Foucault vit que leur raie noire D devenait bien plus foncée; il en conclut que l'arc, et en général les sources lumineuses qui émettent des rayons d'une réfrangibilité déterminée, ont aussi la propriété d'absorber et d'éteindre ces rayons dans les lumières qui les traversent. Voici d'autres démonstrations du même principe :

On produit un spectre réel avec la chaux rougie de l'appareil de Drummond; il est continu et il le demeure, si l'on vient à interposer entre la fente et le prisme une lampe de Bunsen; mais aussitôt qu'on introduit dans cette lampe, soit de la soude, soit de la lithine, soit un sel quelconque des métaux alcalins étudiés précédemment, on voit se manifester en noir les raies brillantes qui caractérisent ces corps.

Crookes fit l'expérience plus simplement (*fig.* 752) : il mit

Fig. 752.



devant une grande flamme *e* une petite lampe *e'*, toutes deux alimentées par l'alcool salé ; et regardant de O la grande flamme à travers la petite, il vit que les bords de celle-ci étaient noirs, c'est-à-dire qu'ils absorbaient la lumière jaune de celle-là, lumière qu'ils émettent eux-mêmes.

Pour que ce renversement des raies puisse avoir lieu, il faut satisfaire à certaines conditions.

Admettons que e soit une surface solide chauffée jusqu'à être lumineuse, dont le pouvoir émissif est absolu, égal à e et sensiblement le même pour deux rayons voisins; que e' soit au contraire une flamme incandescente ayant des pouvoirs émissifs et absorbants E′ et A′ très-grands pour une raie donnée, D par exemple, et nuls pour les couleurs voisines, ce qui est le cas de la lampe à alcool salé. La quantité de lumière de la raie D envoyée par e et transmise par e' sera $e(1 - A')$, à quoi s'ajoutera celle qui est envoyée par e', c'est-à-dire E′. La somme sera

$$e(1 - A') + E'.$$

Un rayon très-voisin de D ne sera, ni absorbé, ni émis par e', et son intensité sera e. Donc, la différence entre les quantités de lumière correspondantes à la raie D ou aux parties voisines sera

$$e(1 - A') + E' - e = -eA' + E'.$$

La raie D sera devenue obscure si cette différence est négative, c'est-à-dire si $e > \frac{E'}{A'}$, ce qui aura lieu seulement dans le cas où la température du corps e sera plus grande que celle de la lampe e'.

Revenons maintenant au soleil et à la seule hypothèse possible pour expliquer son rayonnement. S'il est composé d'un noyau à température très-haute, il doit donner un spectre continu; mais s'il est enveloppé d'une atmosphère moins chaude et contenant un certain nombre de métaux en vapeur, elle absorbera dans le flux lumineux émis par le noyau tous les traits brillants que fourniraient ces métaux, et qu'on verrait si on étudiait par le prisme la lumière de l'atmosphère. Ces traits se transformeront en autant de raies sombres, et l'apparence du spectre solaire sera exactement celle que nous lui connaissons. Nous admettrons dès lors que telle est la constitution du soleil.

Or, M. Kirchhoff a reconnu que beaucoup de raies obscures que nous trouvons dans le spectre solaire coïncident avec les raies brillantes qui caractérisent plusieurs de nos métaux, il en a conclu que ceux-ci existent en vapeur dans l'atmosphère solaire; le sodium s'y trouve, puisque la raie bril-

lante D, qui le fait reconnaître, se voit en noir dans le spectre; le bismuth, le magnésium, le chrome, le nickel, et probablement le cobalt, font également partie du soleil, ainsi que le fer, car les 70 traits brillants que produit la vapeur incandescente de ce métal se voient transformés en raies obscures dans le spectre de Frauenhofer. D'un autre côté, l'or, l'argent, le mercure, l'aluminium, le silicium, l'étain, le plomb, l'arsenic, dont les raies manquent au spectre du soleil, doivent manquer à la composition chimique de cet astre.

QUATRE-VINGT-UNIÈME LEÇON.

DE LA TRANSFORMATION DES RADIATIONS.

Idée générale des phénomènes. — Phosphorescence. — Premier mode d'observation. — Cas des sulfures alcalino-terreux. — Action de la chaleur. — Changement de teinte par la chaleur. — Action des divers rayons. — Rayons très-réfrangibles. — Rayons peu réfrangibles. — Action de la lumière blanche. — Durée de la phosphorescence. — Deuxième méthode d'observation. — Spectre prolongé pendant l'insolation. — Spectre de phosphorescence.

Fluorescence. — Diffusion épipotique. — Expériences de M. Stokes. — Troisième mode d'observation. — Phosphoroscope. — Loi de la déperdition de la lumière. — Composition de la lumière émise.

Dans les phénomènes que nous avons étudiés jusqu'à présent, une radiation simple déterminée éprouvait des changements dans son intensité, mais non dans sa nature; elle restait simple et conservait sa réfrangibilité primitive. Nous allons montrer aujourd'hui qu'elle peut être transformée en d'autres rayons et changer d'espèce.

Nous connaissons déjà un cas où cette transformation s'accomplit, c'est celui où nous faisons tomber sur une plaque métallique noircie qui les absorbe des rayons lumineux simples bien définis, par exemple ceux qui avoisinent la raie D. Il se produit alors quatre phénomènes successifs distincts : 1° la plaque absorbe la radiation incidente; 2° peu à peu elle s'échauffe; 3° elle rayonne et continue de le faire, même après qu'elle a cessé de recevoir de la lumière; 4° elle ne renvoie pas simplement les rayons jaunes qu'elle a reçus, elle émet de la chaleur obscure, la nature des rayons a été transformée et leur réfrangibilité a été diminuée. Or, puisque les radiations calorifiques et lumineuses sont des vibrations, ces phénomènes successifs s'expliquent en admettant que la somme de

force vive apportée par ces vibrations est absorbée et s'accumule dans la plaque, laquelle l'abandonne ensuite sous la forme d'un rayonnement nouveau dont la longueur d'onde est différente et qui remet en circulation la quantité de force vive momentanément emmagasinée dans la plaque.

Ce phénomène est plus général qu'on ne l'avait d'abord pensé. Non-seulement le groupe des rayons lumineux peut être absorbé et transformé en chaleurs obscures, mais toutes les radiations ultra-violettes éprouvent, quand elles rencontrent certaines substances, une action tout à fait comparable : 1° la substance les absorbe; 2° elle devient peu à peu lumineuse; 3° elle continue de luire, même après que le flux incident a cessé; 4° elle ne renvoie pas simplement l'espèce de rayons qu'elle a reçus, elle émet de la lumière, et la réfrangibilité des rayons a été diminuée. Les corps qui jouissent de cette propriété se divisent en deux catégories : les uns peuvent absorber beaucoup de rayons ultra-violets, devenir et rester lumineux pendant longtemps : on dit qu'ils sont *phosphorescents;* les autres ne mettent aucun temps appréciable à transformer les radiations très-réfrangibles en d'autres rayons qui le sont moins : ce sont les corps *fluorescents;* nous les étudierons d'abord séparément, puis nous montrerons qu'il n'y a point de démarcation tranchée entre les uns et les autres.

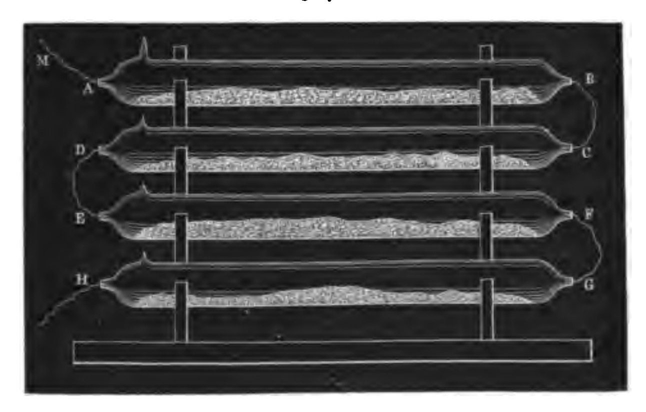
PHOSPHORESCENCE.

Un grand nombre de substances peuvent devenir lumineuses à la température ordinaire par des efforts mécaniques, comme en frottant vivement deux morceaux de quartz ou en broyant du sucre, de la craie, du chlorure de calcium, etc., ou encore en clivant du mica. Elles peuvent le devenir au moment où elles cristallisent, comme le font l'acide arsénieux et le sulfate de potasse ou de soude. Quelquefois la phosphorescence résulte d'actions chimiques, de la décomposition des matières organiques, de la combustion lente des bois morts. Enfin, on sait que de nombreux insectes luisent dans l'obscurité; mais tous ces phénomènes étant à peu près inconnus, nous étudierons seulement ceux qui sont développés par la lumière, l'électricité ou la chaleur.

On sait, de toute antiquité, que les diamants, après avoir été exposés au soleil, luisent pendant quelque temps dans l'obscurité. Ce fut le seul exemple connu de phosphorescence jusqu'en 1604, où un artisan de Bologne, Vincenzo Calciarolo, découvrit la même propriété dans les coquilles calcinées. Elles la doivent au sulfure de calcium qui prend naissance pendant la calcination, et qu'on nomme, à cause de cela, phosphore de Bologne. Le sulfure de baryum (phosphore de Canton) et celui de strontium se comportent absolument de la même manière.

PREMIER MODE D'OBSERVATION. — Pour observer la phosphorescence, il convient de se placer dans une chambre obscure, de fermer les yeux, d'ouvrir un volet pour exposer au soleil le corps qu'on veut étudier, de le retirer et de rouvrir les yeux pour le regarder au moment même où l'on ferme l'ouverture. On le voit brillant et de différentes couleurs, suivant sa nature, son état physique et son mode de préparation. Les sulfures alcalino-terreux peuvent offrir toutes les teintes, depuis le rouge jusqu'au violet; les diamants sont jaunes ou bleus. L'éclat diminue peu à peu, et la lueur disparaît avec

Fig. 753.



une vitesse très-variable suivant les cas. Lorsque la phosphorescence est faible et fugitive, il faut, avant d'observer, de-

meurer pendant un quart d'heure dans la chambre obscure, afin d'augmenter la sensibilité de l'œil par un repos prolongé. Mais la meilleure méthode consiste à enfermer les substances qu'on veut essayer dans des tubes de Geissler, à travers lesquels on fait passer la décharge d'une machine de Ruhmkorff, décharge qu'on interrompt au moment où l'on rouvre les yeux pour observer (*fig.* 753).

On reconnaît ainsi que la phosphorescence appartient à presque tous les corps : à beaucoup de matières organiques, telles que le papier, le sucre, la soie, le succin, le sucre de lait, les dents, la chlorophylle, etc.; aux oxydes et aux sels des métaux alcalins et terreux, principalement à l'alumine. Mais les composés des autres métaux, excepté ceux d'uranium, n'en offrent aucune trace, ni les corps simples, sauf le soufre et le diamant. Il est à remarquer qu'aucun liquide n'est phosphorescent, tandis que beaucoup de gaz le deviennent dans les tubes de Geissler. Nous citerons l'oxygène, mais surtout des mélanges d'acides sulfureux ou sulfurique avec le bioxyde d'azote.

Parmi ces divers corps, M. Ed. Becquerel a spécialement étudié les sulfures de calcium, de baryum et de strontium. Nous allons résumer ses recherches.

CAS DES SULFURES ALCALINO-TERREUX. — On prépare ces sulfures en traitant par le soufre les carbonates ou les oxydes de calcium, de baryum et de strontium; ou bien en calcinant leurs sulfates avec du charbon. L'expérience a prouvé que la quantité et la teinte de la lumière émise par les produits obtenus dépendent de la température de l'opération ainsi que du mode de réaction, et aussi, ce qui est contraire à toute prévision, de l'état moléculaire primitif des carbonates ou des sulfates employés.

M. Becquerel a dissous dans l'acide azotique divers carbonates de chaux, craie, marbre, arragonite, etc., et après avoir purifié la solution, il la précipita par du carbonate d'ammoniaque. Il obtint ainsi des carbonates de chaux qui semblaient devoir être identiques et n'avoir conservé aucune trace de leur différence primitive. Il les traita tous par le soufre, dans des creusets pareils, au milieu d'un même fourneau, et les sul-

fures qu'il obtint, après avoir été exposés au soleil, émettaient dans l'obscurité les lueurs suivantes :

LUEUR.	MATIÈRE PRIMITIVE.
Jaune orangé.	Spath.
Jaune.	Craie.
Vert.	Chaux de spath.
Vert.	Arragonite fibreuse.
Violet rose.	Marbre.
Violet rose.	Arragonite de Vertaison.

Ces différences, qu'il est impossible d'expliquer, vont nous être d'une grande ressource en nous permettant de préparer des matières phosphorescentes de toute couleur, depuis le rouge jusqu'au violet, de varier les expériences, et d'en mieux saisir les lois générales.

ACTION DE LA CHALEUR. — Prenons un sulfure quelconque conservé pendant longtemps dans un tube opaque et noirci, et n'émettant plus de lumière. Aussitôt que nous le chaufferons, il redeviendra lumineux pendant quelques minutes; il rentrera ensuite dans l'obscurité, et aura perdu dans cette opération la propriété de luire. Par l'insolation, il l'acquiert de nouveau, la perd une seconde fois si on le laisse dans l'obscurité pendant plusieurs jours, et il la récupère momentanément quand on le chauffe.

Cet effet de la chaleur peut s'expliquer ainsi. Exposé au soleil, le corps absorbe et garde une quantité déterminée de force vive. Il la perd peu à peu ensuite dans l'obscurité, très-lentement lorsque sa température est basse, beaucoup plus vite si elle est élevée. A froid, il émet trop peu de lumière pour que l'œil en soit affecté; chauffé tout à coup, il semble redevenir lumineux, parce que la perte de cette force vive accumulée s'accélère, et quand tout est dépensé, il a définitivement perdu la faculté de luire. Il résulte de là : 1° que la phosphorescence est vive mais fugitive si le sulfure est chaud; 2° qu'elle est plus faible mais plus durable si on le refroidit.

Pearseal a observé que le fluorure de calcium n'est pas phosphorescent après l'insolation; mais il le devient après qu'on a fait passer à travers sa masse plusieurs décharges élec-

triques. Malgré cette différence entre ce fluorure et nos sulfures, la chaleur agit de la même manière, c'est-à-dire que le fluorure redevient lumineux quand on le chauffe après l'action électrique, qu'il perd sa phosphorescence quand on l'a calciné, et qu'il la reprend par de nouvelles décharges.

CHANGEMENT DE TEINTE PAR LA CHALEUR. — En général l'action de la chaleur ne fait qu'aviver d'abord pour éteindre plus vite ensuite la phosphorescence; quelquefois elle en change la nuance. Nous citerons comme exemple le sulfure de strontium violet qui offre, à diverses températures, les couleurs suivantes :

— 20°	+ 20°	+ 40°	70°	100°	200°
Violet.	Violet bleu.	Bleu clair.	Vert.	Jaune.	Orangé.

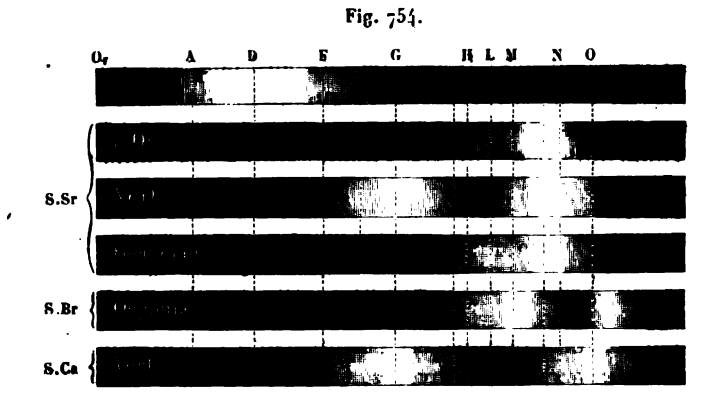
Le sulfure de calcium vert éprouve une action du même genre avec une variation inverse. Quand on le chauffe, il tend à devenir violet au lieu de passer au rouge.

En résumé, la chaleur augmente la vitesse d'émission; elle augmente l'éclat du corps, mais elle le ramène plus rapidement à l'état obscur. Il en ressort deux conséquences fort importantes : la première est qu'avant de soumettre à une épreuve un sulfure quelconque, il faudra d'abord le chauffer afin de le dépouiller de la faculté de luire qu'il avait pu garder; la deuxième, que pour accumuler la plus grande somme de phosphorescence dans un corps et lui faire rendre ensuite le maximum d'effet, il faut le refroidir pendant l'insolation et le réchauffer ensuite pendant l'observation.

ACTION DES DIVERS RAYONS SIMPLES. — Si nous voulons ramener le phénomène à ses lois élémentaires, il faut décomposer la lumière solaire et chercher l'effet produit par chaque radiation simple. Pour cela, nous collerons avec de la gomme arabique, sur des bandes de papier, une couche épaisse de chacun des sulfures, et nous placerons ces bandes parallèlement sur un carton (*fig.* 754). Nous y projetterons un spectre très-pur, obtenu avec un prisme de quartz et rendu réel par une lentille de même substance. Le prisme doit être au mini-

mum de déviation, et le carton à une distance telle, qu'on y voie les raies perpendiculaires à la direction des bandes couvertes des sulfures. On marquera la place occupée par ces raies, et ensuite on interceptera les rayons solaires pour examiner dans l'obscurité les effets de la phosphorescence.

Fig. 754.



Rayons très-réfrangibles. — Presque tous les sulfures étudiés sont devenus lumineux depuis F ou G jusqu'à O et même au delà (*fig.* 754). Cette illumination est très-visible pendant l'insolation, et elle se continue longtemps après que celle-ci a cessé. Et comme il y a de F à O un nombre considérable de raies très-larges, elles se peignent en noir sur le sulfure, attendu que dans les points qu'elles occupent il n'existe aucun rayon, c'est-à-dire aucune cause de phosphorescence.

Il y a de grandes différences entre les sulfures des diverses bases. Ceux de strontium offrent un maximum d'action entre M et N, un minimum plus ou moins prononcé vers H, et quelques-uns un second maximum vers G. Sur les sulfures de baryum, l'action est maximum au milieu des raies M et L, s'affaiblit un peu avant O, augmente au delà, et dépasse de beaucoup la raie O. Les sulfures de calcium donnent lieu à des observations analogues qui se lisent aisément dans la figure.

La lumière phosphorescente émise par ces substances a sa teinte particulière pour chacune d'elles. Généralement elle est la même dans toute l'étendue des rayons actifs de F en O. Quelquefois cependant elle change. Ainsi, pour le sulfure de

baryum jaune, elle est rougeâtre de H à F et jaune de O à H. Cette lumière n'est jamais simple, et on la voit, quand on la regarde à travers un prisme, se résoudre en un spectre contenant la plus grande partie des lumières élémentaires.

Ces phénomènes justifient l'idée générale que nous avons donnée du phénomène de la phosphorescence. Les rayons les plus réfrangibles du spectre, depuis F jusqu'à O, sont peu à peu absorbés, la substance qui les a reçus acquiert alors et conserve pendant longtemps la propriété d'émettre non pas les rayons qu'elle a absorbés, mais d'autres radiations qui sont lumineuses, c'est-à-dire moins réfrangibles, absolument comme un métal noirci qui a absorbé un rayon de lumière jaune s'échauffe et rayonne de la chaleur obscure, laquelle est moins réfrangible que la lumière incidente.

Action des rayons peu réfrangibles. — I. Si l'on a eu soin de chauffer le sulfure avant de l'insoler, afin de détruire toute faculté de luire qu'il aurait pu avoir conservée, l'effet est limité à l'espace FO du spectre, et les rayons compris entre O_7 et F sont absolument inactifs; ils ne possèdent donc point par eux-mêmes la faculté d'exciter la phosphorescence.

II. Je suppose au contraire que l'on commence par éclairer toute la surface du sulfure par la lumière blanche, de manière à la rendre un peu lumineuse en tous ses points, et qu'ensuite on projette sur elle un spectre très-vif pendant un temps très-court. On verra qu'ensuite les parties comprises entre O_7 et E ont augmenté d'éclat, mais que cet éclat s'affaiblit et s'annule beaucoup plus vite qu'avant l'action du spectre. Les rayons peu réfrangibles ont donc la faculté d'activer la phosphorescence.

III. Reprenons la même plaque et recommençons la même expérience, avec cette différence que nous augmenterons peu à peu la durée de l'action du spectre. Nous verrons, en remettant la plaque dans l'obscurité, que, dans l'espace O_7E, le sulfure est de moins en moins lumineux, et finalement tout à fait noir (*fig.* 754). Ces expériences prouvent que les rayons peu réfrangibles agissent tout autrement que les autres : ils n'excitent point la phosphorescence, mais ils l'activent quand elle existe, et ils la précipitent; ils n'augmentent pas la quantité

totale de lumière que les sulfures émettent, mais ils diminuent le temps de cette émission, de sorte que s'ils agissent pendant longtemps, ils semblent avoir détruit la phosphorescence primitive, ainsi que le fait une augmentation de température; mais on s'est assuré que cet effet persiste, lors même qu'on a soin de refroidir la couche de sulfure, et qu'il constitue une propriété spécifique des rayons que nous examinons.

ACTION DE LA LUMIÈRE BLANCHE. — On peut dire que la lumière blanche est composée de deux groupes de rayons : les rayons chimiques qui sont excitateurs, les rayons calorifiques ou continuateurs. Tant que dure l'insolation, les premiers sont absorbés; leur force vive est d'abord accumulée, puis rendue, et un état d'équilibre s'établit entre la perte et le gain; quand elle cesse, il reste une provision de lumière qui se dépense peu à peu et lentement. L'effet des rayons calorifiques est, d'une part, de diminuer cette provision, et par suite d'affaiblir la phosphorescence; d'autre part, d'activer la perte, et ainsi d'augmenter l'éclat, ce qui tend à établir une compensation. Mais la durée du phénomène est nécessairement diminuée, et comme il s'écoule toujours un temps déterminé entre le moment où cesse l'insolation et celui où l'on observe le sulfure, l'éclat constaté est toujours affaibli par l'action des rayons calorifiques. Si donc on diminue leur proportion, on augmente l'effet en intensité et en durée; si on l'exagère, on voit la phosphorescence s'affaiblir et cesser plus vite.

Il est facile de vérifier ces conséquences en interposant dans le trajet des rayons solaires certains écrans convenables. Un verre bleu de cobalt augmente la phosphorescence, parce qu'il arrête les rayons calorifiques. Le sulfate de quinine, le verre d'urane, l'essence d'amandes amères, détruisent toute lueur, parce qu'ils absorbent les rayons qui peuvent l'exciter. Toute source lumineuse qui sera riche en rayons calorifiques agira faiblement, c'est le cas de la flamme des bougies ou du gaz; au contraire, la lumière électrique, si riche en rayons ultra-violets, est éminemment propre à développer des phosphorescences éclatantes et durables.

DURÉE DE LA PHOSPHORESCENCE. — Après avoir exposé à un

soleil ardent les sulfures verts de calcium et de strontium, M. Becquerel les maintint dans une obscurité complète, et mesura le temps pendant lequel ils restent lumineux. Au bout de trente heures ils étaient encore visibles pour un œil exercé et reposé, et après huit jours on leur rendait la propriété de luire en les chauffant. Ces deux substances occupent le sommet de l'échelle. On trouve ensuite le diamant et la chlorophane, qui luisent pendant plusieurs heures, l'arragonite, qui cesse d'être visible après quinze ou vingt secondes, et le spath, dont la phosphorescence dure un tiers ou un quart de seconde. Il en est donc de cette propriété comme de toutes les autres; elle se rencontre à tous les degrés d'énergie et se prolonge pendant toutes les durées, depuis l'infini jusqu'à zéro. Il doit y avoir des corps où elle est assez fugitive pour qu'on ne puisse saisir aucune différence entre l'époque où cesse l'insolation et celle où finit la phosphorescence. Néanmoins, il est encore possible de la constater, dans ce cas, par un procédé d'observation qui est entièrement indépendant de la durée.

DEUXIÈME MÉTHODE D'OBSERVATION. — Recevons un spectre réel O, AHO (*fig.* 754) sur une bande linéaire couverte d'une matière phosphorescente, divisons par la pensée le temps en intervalles extrêmement petits θ. Un point F situé dans la partie active du spectre renvoie, pendant le premier intervalle θ, par diffusion, dans tous les sens, sans les avoir transformés, une partie des rayons qu'il reçoit et au moment où il les reçoit; puis il absorbe le reste et acquiert la faculté d'émettre des radiations transformées, moins réfrangibles pendant tous les intervalles θ suivants. Cette action se reproduisant indéfiniment, il en resulte qu'au $n^{ième}$ instant, la molécule considérée : 1° renverra, par diffusion, sans transformation et sans retard, le rayon qui la frappe; 2° rayonnera par phosphorescence, pendant l'insolation même, la somme de tous les rayons lumineux qu'elle émettrait dans l'obscurité si elle avait été successivement insolée pendant chacun des instants précédents; somme qui sera constante au bout d'un certain temps. Ce raisonnement s'applique évidemment au cas où la phosphorescence est prolongée comme à celui où elle

dure pendant des temps extrêmement courts. Nous allons en tirer deux conséquences :

I. La première est que de H en O les rayons chimiques, se transformant en lumière, deviennent visibles pendant l'insolation et prolongent le spectre visible. Ils ont à ce moment leur maximum d'éclat, mais ils continuent d'être émis en s'affaiblissant aussitôt que l'insolation cesse.

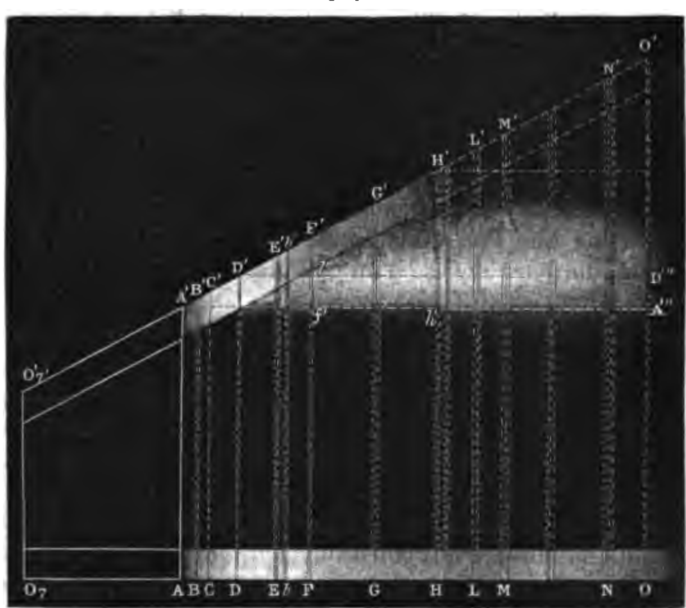
L'expérience réussit parfaitement avec tous les sulfures alcalino-terreux, surtout avec la variété verte de sulfure de baryum; et, comme les raies qui existent entre H et O sont des espaces privés de radiations et de toute cause d'excitation, elles sont marquées en noir aux places et avec les dispositions que leur assignent les épreuves photographiques, quels que soient les corps phosphorescents qu'on soumet à l'épreuve. C'est Herschel qui le premier a vu le spectre se prolonger sur le curcuma. M. Edmond Becquerel a constaté le même effet sur les sulfures et a découvert les raies du prolongement; mais c'est à M. Stokes qu'on doit d'avoir généralisé et expliqué les résultats.

II. La deuxième conséquence de notre raisonnement est que si l'on regarde avec un prisme à arêtes horizontales la bande O_1AHO (*fig.* 755) : 1° on verra un spectre $O'_1A'H'O'$ formé par les rayons qui ont été simplement diffusés et qui est incliné, parce que les couleurs sont de plus en plus déviées du rouge A' au violet H'; 2° chaque point, tel que F, donnera en outre un spectre linéaire $f'F'$ formé par la décomposition de la lumière phosphorescente que ce point émettait. Comme cette lumière contient en général tous les rayons simples depuis le rouge jusqu'au vert, qui tombait en F, ce spectre sera continu. Le rouge sera relevé en f' sur une ligne $A'A''$ parallèle à AO, le jaune en d' et le vert en F'. Le même phénomène se reproduisant pour tous les points de la bande AH, et même pour ceux de son prolongement ultra-violet HO, chacun d'eux donnera naissance à un spectre linéaire pareil à $f'F'$, et tous s'aligneront de manière à en former un seul très-dilaté ayant le rouge sur $A'A''$, le jaune sur $D'D''$, etc., et comme les raies A, D,..., O,..., ne contenant point de lumière, n'ont point développé de phosphorescence, on les verra se marquer en noir en se pro-

longeant suivant $f'F'$, $h'H'$, etc., perpendiculairement aux lignes de séparation des couleurs dans le spectre secondaire total.

Cette deuxième méthode d'observation confirme, par la seule inspection du spectre dilaté, les résultats que nous avait donnés la première : 1° toute radiation simple, F par exemple, est transformée par la phosphorescence, non pas en une radiation simple elle-même, mais en un ensemble d'autres rayons qui s'étalent dans un spectre continu, qui contient quelquefois toutes les couleurs simples du rouge au violet, mais où l'on remarque souvent des lacunes (*fig.* 755); 2° la

Fig. 755.



portion du rayon F qui a été simplement diffusée s'est déviée en F', et celle que la phosphorescence a transformée s'étale dans le spectre $f'F'$; celui-ci ne dépasse jamais F', et cela prouve qu'un rayon simple peut se transformer par phosphorescence en d'autres rayons, mais que la réfrangibilité de ceux-ci est toujours moindre que la sienne. Partant, le rouge

ne pourra donner que du rouge et de la chaleur obscure; le violet H produira toutes les lumières et toutes les chaleurs; enfin O pourra se transformer en toutes les chaleurs, lumières ou radiations chimiques.

Mais ce qui constitue le caractère et l'avantage spécial de cette méthode, c'est qu'elle s'applique à toutes les phosphorescences possibles, qu'elles soient persistantes ou très-peu prolongées, ou même instantanées; elle est indépendante de la durée, puisque nous observons à un moment donné l'émission phosphorescente qui provient à la fois, et de l'action actuelle, et de l'action antérieure des rayons actifs. Nous l'observons au moment où elle a le plus de vivacité, et nous la manifestons par les changements de réfrangibilité qui en sont le caractère distinctif. Elle nous révèle tout d'abord des phosphorescences instantanées ou au moins à durée insensible, sur le spath, le verre, le corindon, l'alumine, le curcuma, les sels d'urane, les cuirs, le bois, les plumes blanches, les coquilles; sur toutes les feuilles, sur la plupart des fleurs et même sur la peau humaine, principalement à la surface supérieure des mains. Elle va nous permettre encore d'étudier le phénomène que l'on avait nommé fluorescence; mais cette question doit être reprise d'un peu plus loin.

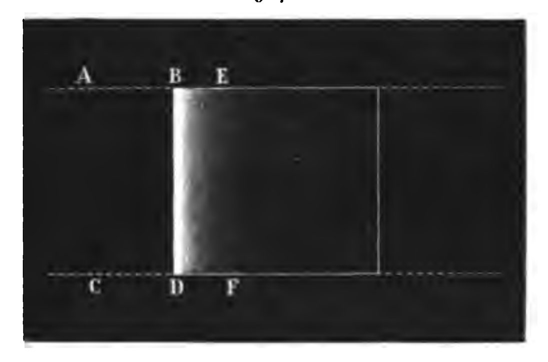
FLUORESCENCE.

DIFFUSION ÉPIPOLIQUE. — On a remarqué depuis longtemps que certains cristaux de fluorine transparente, éclairés par les rayons solaires, dans la chambre obscure, semblent comme enveloppés par une couche laiteuse qui diffuse en tous sens une lumière variant du violet au bleu verdâtre. C'est cette émission de lumière qui constitue la *fluorescence*. Elle a d'abord été étudiée par Brewster et par sir John Herschel. Voici ses principaux caractères :

Recevons dans la chambre obscure un faisceau solaire ABCD (*fig.* 756) et faisons-le tomber normalement sur la face antérieure d'un cristal de fluorine. Nous verrons d'abord qu'il le traverse sans éprouver aucun affaiblissement apparent, et néanmoins, si nous plaçons l'œil dans le prolongement de la face BD, nous voyons que la couche superfi-

cielle BEDF du cristal est vivement éclairée et qu'elle diffuse dans toutes les directions une lumière dont la teinte change avec l'échantillon.

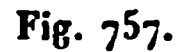
Fig. 756.

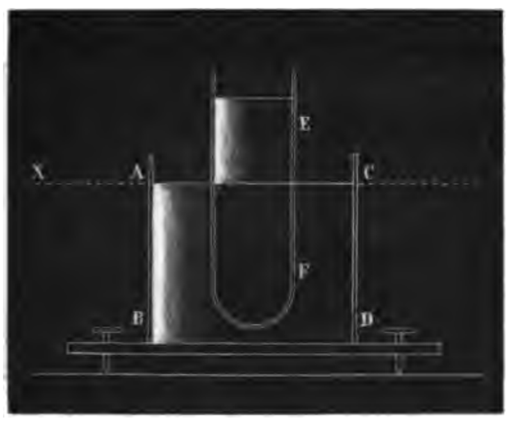


Cette action se produit sur un grand nombre de substances transparentes solides ou liquides : sur les solutions de l'écorce de marronnier d'Inde dans l'eau ; du sulfate de quinine dans les acides tartrique ou sulfurique dilués ; de la chlorophylle, du datura stramonium, de l'orseille, du tournesol, etc., dans l'alcool ; sur les sels d'uranium et le verre jaune (canary-glass) coloré avec ce métal, etc. Comme l'effet a pour caractère constant de se limiter à la couche superficielle BDEF, sir John Herschel avait désigné le phénomène par le nom de *diffusion épipolique* (επιπολη, surface).

Quand on place à la suite l'une de l'autre deux auges contenant du bisulfate de quinine ou tout autre liquide actif, la première seule manifeste une diffusion, la seconde se comporte comme l'eau pure. De même, un tube E (*fig.* 757) plein de liquide épipolisant, qui est très-lumineux quand il est frappé par le soleil, perd son éclat aussitôt qu'on le plonge dans une cuve ABCD contenant le même liquide, qui s'illumine elle-même à sa face antérieure AB. Herschel exprimait ces faits en disant que la lumière épipolisée par une première substance a perdu sa propriété de l'être une deuxième fois, et ce savant inclinait à penser qu'il s'agissait ici d'une modification physique de la lumière analogue à celle qui produit la polarisation. Mais cette idée n'était pas exacte. C'est à

M. Stokes qu'on doit la véritable explication que nous allons maintenant donner.


Fig. 757.

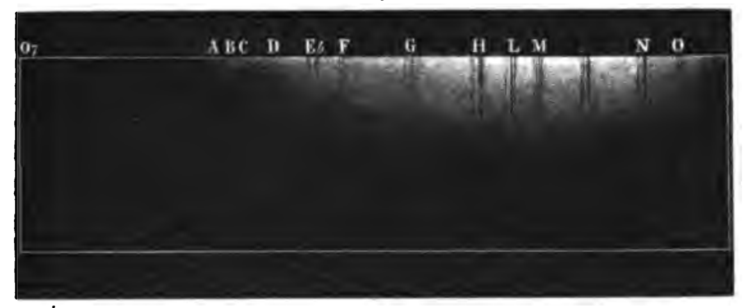


EXPÉRIENCES DE M. STOKES. — I. Commençons par étudier comment les substances transparentes fluorescentes transmettent les radiations solaires. L'esculine, le bisulfate de quinine, etc., absorbent en totalité, et sous une petite épaisseur, tous les rayons chimiques de F en T, et laissent passer tout le groupe des radiations lumineuses de A en F. Le gaïac et le curcuma commencent à absorber à partir de la raie D jusqu'en T. La chlorophylle en solution dans l'alcool présente cinq bandes d'absorption, deux dans le rouge, la troisième au milieu du jaune, la quatrième au commencement du vert; la cinquième est dans le bleu, et se prolonge jusqu'en T. Ces exemples nous suffiront pour établir les lois générales du phénomène.

II. Recevons maintenant dans la chambre obscure un spectre réel horizontal sur la face antérieure O, AN (*fig.* 758) d'une auge remplie d'une des substances précédentes, ou sur un solide transparent fluorescent; les rayons calorifiques ne produiront rien, mais les rayons chimiques développeront le long de la surface AO, et dans une très-petite épaisseur, une illumination épipolique; elle offre cette particularité déjà signalée précédemment, que les raies obscures verticales du spectre incident, qui se propagent suivant des plans verticaux dé-

pourvus de radiation, se dessinent par des plans verticaux obscurs F, G,..., O, distribués dans l'espace épipolisé comme elles le sont elles-mêmes dans le spectre.

Fig. 758.



L'illumination commence en F et finit en T pour l'esculine, le bisulfate de quinine et le verre d'urane; elle se produit dès la raie D pour le curcuma et le gaïac; elle accompagne les diverses raies d'absorption avec la teinture de chlorophylle. En général, elle a lieu aux points où se fait l'absorption des rayons incidents. On peut donc dire que les substances fluorescentes absorbent certains rayons, généralement ce sont les rayons chimiques, et quelles les rendent après les avoir transformés. On conçoit maintenant que la même lumière ne puisse éprouver qu'une fois la diffusion épipolique, puisque dans son passage à travers un corps fluorescent elle perd la cause de cette diffusion, c'est-à-dire les rayons qui se transforment.

III. Il nous reste à parler de la composition des lumières émises pendant la fluorescence. On la découvre par le procédé général en décomposant par un prisme, comme dans la *fig.* 755, la bande de lumière épipolisée. Généralement le spectre est continu comme pour la fluorine, l'esculine et le bisulfate de quinine, et il contient presque toutes les couleurs simples. Quelquefois il est constitué par des lignes brillantes entremêlées d'espaces sombres. Par exemple, la chlorophylle donne une ligne rouge A′A″ et une verte F′F″, et les composés d'uranium, qui sont les plus curieux de tous, montrent cinq raies brillantes et équidistantes. Au milieu de

ces variétés d'action il y a une loi générale, c'est que toutes les couleurs simples émises par un point tel que F (*fig.* 755) ont une réfrangibilité moindre que celle du rayon excitateur, ou, au plus, égale à la sienne. Ainsi, l'esculine, qui absorbe les rayons chimiques de H en P, rend des rayons lumineux de A en H; et la chlorophylle, après avoir éteint des rayons rouges, ne renvoie que des rayons rouges et peut-être des chaleurs obscures.

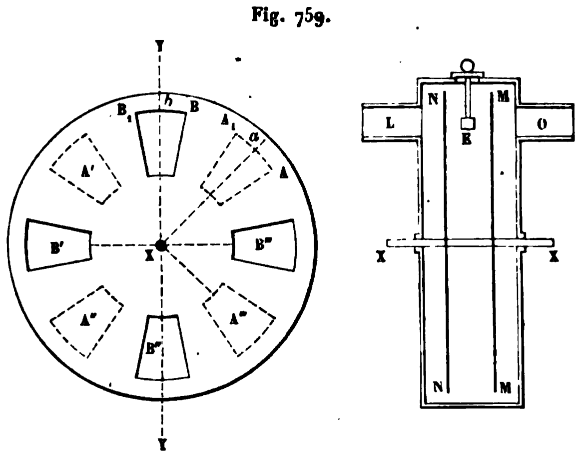
Puisqu'en général ce sont les rayons chimiques qui se transforment en lumière, ce sont les sources qui en contiennent le plus qui produisent la plus vive fluorescence, et avant toutes les autres c'est la lumière électrique. Une des plus belles expériences de l'optique se fait en construisant des tubes de Geissler avec des verres d'urane, qui s'illuminent vivement en vert au moment du passage de la décharge électrique. On peut aussi envelopper les tubes avec des solutions de quinine, de curcuma, de sels d'urane, etc., qui émettent des rayons bleus, orangés et jaunes, et ces effets sont rendus encore plus remarquables par la forme variée qu'on a soin de donner aux appareils. Enfin, il est possible d'écrire sur un carton des caractères avec du bisulfate de quinine, qui sont invisibles à la lumière des lampes, et qui deviennent brillants quand on y fait tomber un faisceau de rayons provenant de l'arc électrique, dépouillés de leur lumière par un verre violet foncé.

En résumant tous ces faits, on trouve dans la fluorescence les caractères de la phosphorescence. Des rayons sont absorbés; leur force vive, recueillie par le corps actif, se dépense en un rayonnement composé de rayons moins réfrangibles que ceux qui ont été reçus. Il n'y a qu'une seule différence, c'est la durée de l'intervalle nécessaire pour déterminer cette transformation; intervalle qu'il faut maintenant mesurer dans les divers cas, ce qui va exiger l'emploi d'un nouveau mode d'expérience.

TROISIÈME MODE D'OBSERVATION. — La méthode qui nous reste à décrire est due à M. Edmond Becquerel; elle se fonde sur l'emploi d'un instrument qu'il a imaginé et qu'on nomme *phosphoroscope*. Il se compose de deux disques métalliques

noircis MM et NN (*fig.* 759), qui sont liés l'un à l'autre par un axe commun XX, auquel on peut imprimer un mouvement de rotation rapide par une manivelle et des engrenages convenables. Le tout est enfermé dans une boîte immobile noircie. La lumière solaire y arrive par un tube L, rencontre en E le corps qu'on veut éprouver, et sort par un deuxième tube O pour arriver à l'œil.

Fig. 759.



Chacun des deux disques est percé de quatre fenêtres équidistantes dont l'ouverture est de 22° 30′ (*fig.* 759). Elles sont figurées en AA_1, A′, A″, A‴, dans le disque antérieur, et en BB_1, B′, B″, B‴, pour celui qui est en face de l'œil. Ces fenêtres sont croisées; de façon que si AA_1 arrive sur la verticale du centre X, la lumière pénètre dans l'intervalle qui sépare les disques; mais elle n'en peut sortir parce qu'elle rencontre la paroi pleine BB‴, qui bouche le tube O. L'œil ne reçoit donc aucun rayon quelle que soit la vitesse de rotation.

Mais si on a préalablement fixé en E un morceau de verre ou de spath, il est éclairé quand AA_1 passe sur la verticale; il est en face de l'œil un instant après, quand arrive la fenêtre BB_1. Si donc il a gardé la faculté de luire pendant l'intervalle qui s'écoule entre le passage des deux fenêtres AA_1 et BB_1, il paraît lumineux, et comme l'action se reproduit quatre fois pendant un tour, la sensation est continue quand la vitesse est suffisante.

Soit n le nombre des tours que l'axe fait en une seconde, $\frac{1}{n}$ est le temps d'un tour, $\frac{1}{n}\frac{AA_1}{360}$ est celui que met une des fenêtres à passer devant la verticale YY. Comme il y en a quatre dans les disques antérieurs, et que l'appareil fait n tours en une seconde, la durée totale de l'exposition à la lumière pendant l'unité de temps est

$$\frac{4AA_1}{360}.$$

Ce temps est constant et indépendant de la vitesse; donc le corps recevra toujours la même quantité de lumière dans le même temps.

La durée pendant laquelle le corps sera visible sera exprimée par le même nombre, et, puisqu'il est indépendant de la vitesse, la quantité de lumière reçue par l'œil le sera également; elle sera une fraction constante du pouvoir éclairant du corps et pourra servir à le mesurer.

Mais la durée de chaque exposition successive est

$$\frac{AA'}{n.360};$$

elle diminue quand le nombre des tours augmente. Or, comme il est vraisemblable que la lumière doit agir pendant un certain temps pour produire de l'effet, il est certain que son action décroîtra avec la vitesse quand celle-ci aura dépassé une certaine limite.

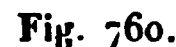
Le temps qui s'écoule entre le moment où la lumière agit et le moment où on voit le corps est variable; il est égal en moyenne à l'intervalle qui sépare le passage de aX et de bX vis-à-vis de l'axe du tube O, ou à

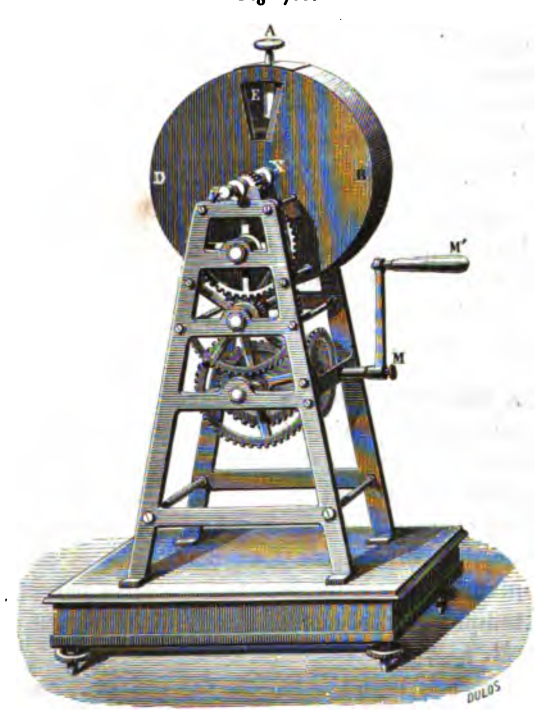
$$\frac{ab}{n.360} = \frac{45}{n.360} = \frac{1}{8n},$$

cette durée diminue avec la vitesse; c'est l'*interruption moyenne*. Or, il est certain que plus elle sera petite, plus l'effet de la phosphorescence sera sensible. Ainsi, d'une part, cet effet devra diminuer à cause de la diminution de la durée d'action; de l'autre, il devra augmenter à cause du décroisse-

ment de la durée des interruptions. Il est clair qu'avec une certaine vitesse on atteindra le maximum d'éclat.

En résumé, pendant des temps égaux le corps aura reçu toujours la même quantité de lumière; cette lumière aura agi pendant des intervalles successifs de durée variable et mesurable; enfin, une portion constante de la lumière phosphorescente dont on pourra mesurer l'intensité aura été recueillie après une interruption dont la durée moyenne sera connue et aussi petite qu'on le voudra. L'appareil total est représenté *fig.* 760. Voyons maintenant quels sont les résultats de l'expérience.


Fig. 760.



Il est évident que cet instrument non-seulement nous permettra de constater, mieux que nous ne l'avons encore fait, les phosphorescences à longue période, comme celle du diamant, mais qu'il nous en fera découvrir que nous ne connaissions

pas, et qu'il nous apprendra si les corps que nous avons appelés fluorescents ne gardent pas leur éclat pendant un temps appréciable, et ne seraient point doués d'une véritable phosphorescence à très-courte durée. C'est en effet ce que nous trouvons pour tous les composés des métaux des deux premières sections, en particulier pour l'alumine et ses composés, ainsi que pour les sels d'urane et les platinocyanures. Avec une vitesse de rotation déterminée on obtient le maximum de lumière, comme nous l'avions prévu; quand on la diminue suffisamment, tout effet cesse, et on arrive à la durée limite de la phosphorescence. Voici quelques nombres :

	Durée-limite.
Spath	0",33
Verre	0",05
Corindon	0",05
Azotate d'urane	0",01
Platinocyanure	0",003

Mais aucun liquide, même les plus fluorescents, ne s'est illuminé dans le phosphoroscope. Il ne faut pas en conclure que la fluorescence soit instantanée; aucune action physique ne l'est; seulement nous savons qu'elle exige un temps moindre que 0",0001.

LOI DE LA DÉPERDITION DE LA LUMIÈRE. — Cet instrument permet maintenant de pousser beaucoup plus loin l'étude que nous venons de commencer. En effet, si l'on mesure, au moyen de photomètres qui seront décrits dans la suite, le pouvoir éclairant d'un corps placé dans le phosphoroscope, après des interruptions déterminées on aura des nombres proportionnels à la quantité totale de la lumière émise par ces corps après des temps égaux à ces interruptions. C'est ce qu'a fait M. Becquerel.

Prenons d'abord, parmi tous les cas qui peuvent se présenter, celui des corps qui rayonnent de la lumière à peu près blanche, et dont la teinte ne change pas quand la vitesse varie. Nous pourrons admettre que tous les rayons qui composent cette lumière suivent la même loi dans leur déperdition. A la rigueur, nous pourrons même appliquer cette con-

clusion aux corps qui rayonnent une teinte mixte, pourvu qu'elle ne change point de coloration; par exemple, à l'alumine. Or, en mesurant après des interruptions égales à t l'éclat d'un corps qui émet de la lumière, M. Ed. Becquerel a trouvé la même loi que celle qui règle les excès de température d'un thermomètre qui se refroidit :

$$i = i_0 e^{-at}.$$

Cette loi de l'émission lumineuse par phosphorescence n'est pas plus générale que celle de l'émission calorifique par refroidissement. Elle cesse d'être applicable quand on fait croître la vitesse au delà de celle qui donne l'effet maximum, car alors le corps cesse de prendre toute la lumière qu'il absorbait quand chaque insolation successive était plus prolongée. Elle ne s'applique pas non plus à celles des substances qui ont une phosphorescence à longue durée, ni aux corps qui changent de teinte avec la vitesse du phosphoroscope. C'est donc une formule empirique et approximative. Il est curieux néanmoins de voir qu'elle s'applique de la même manière à la chaleur et à la lumière.

Supposons-la exacte, il est clair que pendant chaque intervalle dt le corps perd une quantité de lumière proportionnelle à idt; et en l'intégrant de $t = 0$ à $t = \infty$, on obtient la somme de lumière qui avait été absorbée et qui est rendue par le corps. Cette somme est égale à $\frac{i_0}{a}$. Elle exprime pour ainsi dire la capacité lumineuse du corps; elle est en raison inverse de a.

Voici les nombres trouvés par M. Becquerel, en prenant pour unité de temps le millième de seconde.

Tableau des valeurs de a en millièmes de secondes.

Uranite	1,4975
Sulfate double d'urane et de potasse	1,3869
Sulfate double d'urane et de chaux	0,8206
Perchlorure d'urane et de potasse	0,7682
Verre d'urane	0,5546
Azotate d'urane	0,4207
Crown	0,0436

Chaux phosphatée	0,0263
Topaze jaune	0,5546
Disthène	0,2295
Alumine	0,0791
Spinelle	0,0094
Leucophane	0,0147
Spath	0,00507

COMPOSITION DES RAYONS ÉMIS. — Il y a de grandes différences dans la composition des lumières émises dans le phosphoroscope. Comme on ne connaît sur ce point aucune loi générale, il faut nous contenter de citer des exemples particuliers.

I. Le premier, le plus simple et le plus général des cas qui se présentent est celui où le corps actif émet des lueurs toujours identiquement composées, quelles que soient la durée des interruptions et la nature des rayons excitateurs. Presque tous les sulfures étudiés précédemment sont dans ce cas. Il en est de même de l'alumine, du disthène, de la topaze, dont la lueur rouge reste la même quand ils sont frappés par tous les rayons du rouge à T, et quand varie la vitesse du phosphoroscope. L'azotate et le chlorure d'urane donnent aussi des lueurs vertes invariables.

Mais quand on analyse les lueurs phosphorescentes par un spectroscope ordinaire on trouve des résultats curieux. Le spectre de l'alumine (*fig.* 761) est compris entre A*a* et D; il est sillonné de raies; il est différent avec l'alumine calcinée provenant du corindon, du rubis, du saphir, ou bien avec celle qui est préparée artificiellement en cristaux ou en poudre; mais il est constant pour chacune des deux variétés. Le spinelle et le disthène offrent également des spectres limités à la partie rouge, sillonnés de stries qui les caractérisent, mais qui diffèrent du précédent. Ce n'est donc pas l'aluminium seulement, c'est chacun de ses composés qui donnent des raies propres à le faire reconnaître. Les sels d'urane conduisent à la même conclusion. Chacun d'eux montre un certain nombre de raies brillantes et équidistantes. L'azotate, en particulier, en présente 8 (*fig.* 761), et chacune d'elles correspond à une raie d'absorption. Si on fait passer un spectre à travers

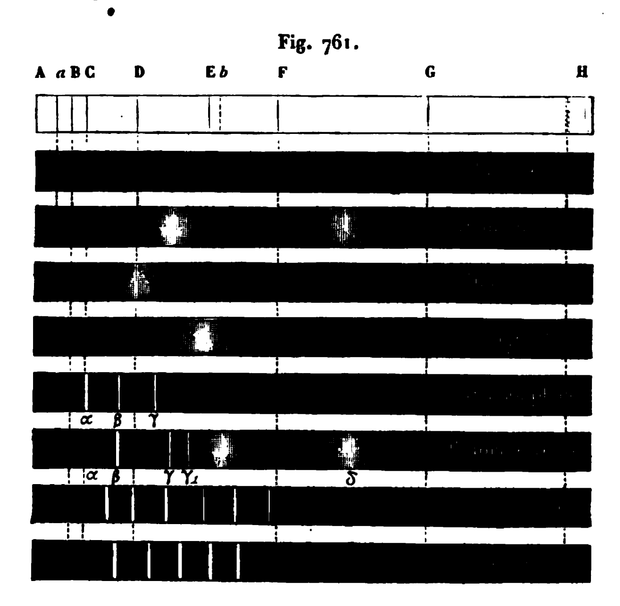
ce sel, il absorbe donc à la température ordinaire certaines radiations, et ce sont celles-là qu'il émet ensuite par phosphorescence. C'est une nouvelle et remarquable extension de la loi de M. Kirchhoff.

II. Le deuxième cas est celui où la teinte de la phosphorescence, restant invariable avec la nature des rayons excitateurs, change si la vitesse varie.

1° Après leur insolation, presque tous les diamants luisent en jaune et demeurent longtemps lumineux; le spectre de cette lumière est compris entre C et E. D'autres luisent en bleu et s'éteignent très-vite; ils émettent des rayons limités à F et à H. Il en est enfin qui possèdent les deux phosphorescences, c'est toujours celle dont la couleur est la plus réfrangible qui est la plus fugitive; ils paraissent d'abord bleus et deviennent ensuite jaunes.

2° La chaux phosphatée verte est excitée par tous les rayons simples de B à O, qui tous se transforment en trois

Fig. 761.



bandes γ, β, α (*fig.* 761), la première se prolonge longtemps; β apparaît pour une valeur *t* des interruptions égale à 0″,05;

enfin, α se montre quand $t = 0'',0001$; la teinte du mélange varie du vert à l'orangé quand la vitesse augmente, et cette fois, au rebours de l'exemple précédent, c'est la lueur la moins réfrangible α qui est la moins fugitive.

3° Sur le fluorure de calcium vert l'effet est plus complexe; il possède plusieurs bandes phosphorescentes distinctes, l'une bleue, δ; deux dans le rouge, en β et α, pour $t = 0,005$; et enfin deux dernières font naître les lumières vertes γ, γ_1 quand $t = 0,001$. Ce sont les rayons moyens qui naissent de la plus courte phosphorescence.

III. Les divers rayons excitateurs peuvent donner naissance à des lueurs différentes. Il y a en effet des carbonates de chaux, tels que la craie ou les calcaires métastatiques, qui paraissent orangés quand $t = 0'',33$, et bleus lorsque $t = \infty$, c'est-à-dire longtemps après l'insolation. La première teinte est produite par les rayons voisins de D; la deuxième par le groupe des radiations ultra-violettes. On obtient la première en filtrant la lumière incidente à travers une auge pleine de chromate de potasse, la seconde en interposant un écran de bleu céleste.

IV. Ce qui paraît le plus singulier, ce sont des modifications de teintes déterminées par des variations de l'état moléculaire. Nous ne citerons qu'un exemple. En général, la chaux possède une phosphorescence orangée peu durable; l'arragonite, au contraire, offre des teintes bleues, très-persistantes (*fig.* 761). Or, il y a des variétés de spath qui se comportent comme l'arragonite, d'autres comme la craie, et quelques-unes comme toutes les deux. Cela est déjà difficile à comprendre; ce qui suit l'est davantage. En dissolvant du spath dans un acide et en le précipitant par le carbonate d'ammoniaque, on obtient un carbonate de chaux luisant en bleu s'il est précipité à 100 degrés, et en orangé s'il est obtenu à zéro.

Si nous voulons, en finissant cette étude, résumer les connaissances générales qu'elle nous apporte, nous voyons d'abord que certaines substances absorbent, celles-ci les rayons calorifiques, celles-là les lumières, quelques-unes les rayons chimiques; et, le plus souvent, ces absorptions sont électives. Or, à la suite de ces absorptions, comme il y a une accumulation, ou de chaleur, ou de lumière, ou de rayons

chimiques, c'est-à-dire de force vive, il faut qu'elle se dépense ensuite en produisant des phénomènes consécutifs. Nous venons d'étudier l'un d'eux et de reconnaître que pendant un temps long ou court, cette force vive est rendue à l'état de rayonnement par phosphorescence ou fluorescence, avec ce caractère constant qu'un rayon simple a été finalement transformé en un ensemble d'autres radiations mêlées et toutes moins réfrangibles. Il y a encore un autre emploi possible de cette force vive, elle peut déterminer des actions photographiques. C'est ce qui nous occupera dans la prochaine Leçon.

QUATRE-VINGT-DEUXIÈME LEÇON.

DE LA PHOTOCHIMIE.

Actions réductrices. — Actions oxydantes. — Effets superposés. — Actions révélatrices. — Mode d'action de la lumière. — Daguerréotype. — Action des rayons simples. — Héliochromie. — Action de la lumière sur les plantes. — Expériences de Bunsen et Roscoë. — Procédés photographiques.

Il nous reste à étudier une dernière propriété des radiations solaires, celle de déterminer des actions chimiques spéciales. Découverte il y a cinquante ans à peine, cette propriété a déjà donné naissance à un art précieux et populaire, la photographie, qui semble arrivé à son dernier degré de perfection sans que les principes qui lui servent de base soient bien connus. Nous allons essayer néanmoins de mettre provisoirement un peu d'ordre au milieu de phénomènes nombreux et incohérents.

Nous rappellerons d'abord un fait qui vient d'être l'objet d'une étude suivie, c'est qu'un grand nombre des substances, pour ne pas dire toutes, absorbent une partie des radiations solaires : perte de force vive qui ne peut s'accomplir sans déterminer un phénomène consécutif équivalent. Le plus souvent ce corps se met à vibrer et rend ce qu'il avait reçu sous forme de chaleur obscure ou de lumière, en général sous forme de rayons moins réfrangibles que la radiation absorbée. Dans les cas qui vont nous occuper il n'y a rien de pareil, le milieu garde ses rayons; mais on découvre que la force vive perdue a développé un travail chimique équivalent. C'est ce phénomène général qui constitue la *photochimie*.

Actions réductrices. — Scheele découvrit, en 1770, que le chlorure d'argent devient noir quand on l'expose à la lumière. Avant tout il faut étudier chimiquement ce fait. MM. Davanne et Girard ont placé un peu de chlorure d'argent dans une capsule et l'ont exposé aux rayons du soleil jusqu'à ce qu'il fût

devenu noir; puis, ayant versé de l'acide azotique, ils ont vu se dégager des vapeurs rutilantes pendant que la matière noire se dissolvait : c'était conséquemment de l'argent réduit. La lumière a donc la propriété de décomposer le chlorure d'argent en séparant ses éléments. Elle décompose également l'azotate d'argent en dégageant l'acide et l'oxygène qui abandonnent le métal réduit.

Cette propriété n'est point particulière aux substances que nous venons d'examiner. En général les chlorures, bromures, iodures, cyanures, etc., des métaux les moins oxydables, tels que l'argent, le mercure, le fer et le platine, sont décomposés ou tendent à l'être par l'action suffisamment prolongée de la lumière.

Il en est de même d'un grand nombre de composés oxygénés. L'acide azotique perd de l'oxygène et se transforme en vapeurs rutilantes; l'acide chromique et le bichromate de potasse laissent déposer de l'oxyde de chrome; l'azotate d'urane se trouble, verdit et donne du protoxyde. On peut dire en résumé que les oxydes ou acides suroxygénés, ainsi que les composés binaires des métaux peu oxydables, tendent à se réduire sous l'action prolongée des rayons du soleil.

ACTIONS OXYDANTES. — Mais si, dans ces conditions, l'oxygène et les corps halogènes tendent à abandonner les métaux, ils se portent au contraire avec une plus vive énergie sur l'hydrogène et sur les matières organiques. Le premier fait de ce genre est la célèbre expérience par laquelle on combine le chlore et l'hydrogène. Ces deux gaz mélangés se conservent indéfiniment dans l'obscurité; mais aussitôt qu'on les expose aux rayons solaires, ils s'unissent instantanément avec une vive détonation, avec dégagement de chaleur et de lumière. Ce fait prouve que l'affinité du chlore pour l'hydrogène est augmentée par l'action de la lumière : cette augmentation est générale, et l'expérience a prouvé que le chlore peut enlever l'hydrogène à toutes ses combinaisons organiques sous l'influence du soleil. Le chrome, le brome et l'iode manifestent les mêmes propriétés.

L'oxygène éprouve un redoublement d'activité analogue et une tendance à se combiner avec les matières organiques.

C'est par une expérience de ce genre que J. Nicéphore Niepce inaugura l'art de la photographie en 1813. Il disposait sur une plaque d'argent bruni une couche mince de bitume de Judée, puis, appliquant dessus une gravure en taille douce, il l'exposait au soleil. Les rayons pénétraient à travers le papier blanc, mais étaient arrêtés par les traits noirs de la gravure. Le bitume de Judée se conservait sans altération sous ces traits; mais il se combinait avec l'oxygène sous les parties blanches, et, en changeant de composition, il devenait insoluble dans les essences. Il suffisait alors de laver la plaque avec un mélange d'huiles de lavande et de pétrole pour mettre le métal à nu, avec son aspect noir bruni aux endroits que les traits avaient recouverts, tandis qu'il demeurait voilé par une couche blanche insoluble aux points que la lumière avait impressionnés : on obtenait ainsi une reproduction de la gravure. Le galipot; les essences d'amandes amères, de citron, de térébenthine et de laurier-cerise; la benzine; la plupart des vernis, etc., se comportent comme le bitume de Judée, c'est-à-dire qu'ils s'oxydent à la lumière et par là changent leurs propriétés physiques ou chimiques.

La résine de gaïac offre une particularité qui mérite d'être mentionnée; elle bleuit en même temps qu'elle absorbe l'oxygène. Si donc on l'étale en couche mince sur une surface, qu'on la couvre d'une gravure, elle prend une teinte foncée sous les blancs et reste blanche sous les noirs; elle donne finalement une image inverse : c'est ce que nous nommons une *épreuve négative*.

EFFETS SUPERPOSÉS. — Or, puisque d'une part certains acides, ou sels, et certains composés métalliques binaires tendent à se dissocier sous l'action de la lumière, et que d'un autre côté l'oxygène ou le chlore, le brome et l'iode acquièrent, dans les mêmes conditions, une plus vive affinité pour l'hydrogène des matières organiques, il est évident qu'on augmentera la sensibilité des actions photochimiques en mêlant ces composés métalliques ou salins à ces matières organiques. C'est en effet ce qu'on peut montrer par de très-nombreux exemples.

1. M. Niepce de Saint-Victor enduit avec une même solu-

tion d'azotate d'argent fondu d'abord une feuille de papier, ensuite une cassure récente de porcelaine, et il les expose pendant le même temps à la même lumière. La porcelaine ne manifeste rien, mais le papier noircit : la matière organique facilitait la réduction.

D'après cela, on prépare des surfaces extrêmement sensibles à l'action de la lumière en étalant des feuilles de papier sur un bain de nitrate d'argent dissous, et les y laissant flotter assez longtemps pour que leur surface inférieure soit bien imbibée. On fait sécher ces feuilles dans l'obscurité; elles se conservent indéfiniment. On augmente encore leur sensibilité en les plongeant ensuite dans des solutions de chlorure, bromure ou iodure de potasssium, ce qui transforme l'azotate en chlorure, bromure ou iodure d'argent, substances insolubles, décomposables par elles-mêmes, et qui le deviennent davantage étant mêlées à la matière organique du papier. On peut renverser l'ordre des deux immersions, plonger d'abord le papier dans le composé de potassium, ensuite dans le sel d'argent. C'est ainsi qu'en général on prépare le papier sensible qui nous a déjà servi et qu'on emploie dans la photographie.

II. M. le professeur Haghen, de Kœnigsberg, prépara deux solutions d'azotate d'urane, l'une dans l'eau pure, l'autre dans l'alcool, et il les exposa à la lumière. La première demeura intacte, la deuxième se troubla, devint verte et déposa du protoxyde d'urane. La propriété réductrice de la lumière était insuffisante pour opérer la décomposition du sel; mais la présence de la matière organique a déterminé l'action. Remise à l'obscurité, la solution s'oxyde de nouveau et revient à son état premier.

III. Vers 1850, M. Poitevin ajouta de nouveaux et remarquables exemples aux précédents. Le bichromate de potasse est difficilement décomposable par la lumière; mais il est réduit très-aisément au soleil quand on le mêle au sucre, à l'empois d'amidon, à la gomme, à la gélatine. Ce qui est remarquable, c'est qu'en s'oxydant ces substances deviennent insolubles et que la gélatine perd la propriété qu'elle a naturellement de se gonfler dans l'eau.

IV. Le perchlorure de fer se comporte comme le bichromate de potasse. Vient-on à le mêler avec de l'alcool, de

l'éther ou de l'acide tartrique, et à l'exposer à la lumière, il passe à l'état de protochlorure, en cédant du chlore à la matière organique. Quand on place au soleil, sous une gravure, une feuille de papier imprégnée avec le dernier de ces mélanges, il est préservé sous les traits; partout ailleurs il se change en protochlorure mêlé à de l'acide tartrique oxygéné. Cette dernière combinaison n'a point été déterminée; mais elle est tellement avide d'humidité, qu'elle se couvre bientôt de rosée, ce qui dessine les blancs de la gravure. On peut faire paraître les traits en lavant la plaque avec du ferrocyanure de potassium ou de l'acide tannique, ce qui donne une épreuve positive imprimée en bleu de Prusse ou en encre ordinaire.

En résumé, l'ensemble des radiations émises par le soleil agit : 1° pour réduire les acides suroxygénés, les sels ou les composés binaires métalliques; 2° pour oxyder les matières organiques; d'où il résulte que les mélanges de ces deux classes de substances constituent les réactifs les plus sensibles à l'action photochimique.

Actions révélatrices. — Il n'est pas nécessaire d'exposer à la lumière les deux éléments d'un pareil mélange; il suffit que l'un d'eux en ait subi l'effet. Ainsi quand on place dans la chambre obscure un papier imprégné d'iodure d'argent et d'acide gallique, le mélange est complet, l'action de la lumière efficace, et bientôt l'image négative apparaît. Si on omet l'acide gallique, l'épreuve ne se montre point. Cependant l'action de la lumière s'est produite et a communiqué au sel d'argent une tendance à la réduction; car si on plonge après coup le papier dans l'acide gallique, on voit l'image apparaître subitement. Il en est de même quand on le mouille avec du sulfate de fer ou du protochlorure d'étain, c'est-à-dire avec un corps oxydant. Pour distinguer ces deux actions, on nomme *impressionnable* la matière qui reçoit et conserve l'action de la lumière, et *révélatrice* celle qui développe l'image. On peut citer, d'après M. Niepce de Saint-Victor, un nombre considérable d'actions analogues, comme le montre le tableau suivant.

SUBSTANCES		RÉSULTATS.
IMPRESSIONNABLES, papier imprégné de :	RÉVÉLATRICES.	
1° Rien	Sel d'argent	Image noire ordinaire.
2° Azotate d'argent ou iodure d'argent	Sulfate de fer ou acide gallique.	Image noire ordinaire.
3° Azotate d'urane	Eau	Action prolongée de la lumière; image négative grise de protoxyde d'urane; disparaît à l'obscurité, se reproduit à la lumière.
	Prussiate rouge de potasse	Image rouge sanguin positive; passe au bleu par le sulfate de fer.
4° Azotate d'urane et acide tartrique	Azotate d'argent ou chlorure d'or.	Images aussi belles que par la photographie; inaltérables.
5° Chlorure d'or	Azotate d'urane, sulfate de fer, sulfate de cuivre, bichlorure de mercure, sel d'étain.	
6° Acide gallique	Sulfate de fer	Image noir-bleu.
	Prussiate rouge de potasse	Image bleue.
7° Prussiate rouge de potasse	Eau, bichlorure de mercure, acide gallique, sel d'argent, de cobalt	Image bleue activée par les acides et la chaleur.
8° Bichlorure de mercure	Protochlorure d'étain, soude, potasse, sulfure de sodium.	
9° Acide chromique ou bichromate de potasse.	Sel d'argent	Image positive rouge-pourpre.
10° Amidon	Tournesol bleu	Image rouge.
	Iodure de potassium	Image brun-rouge.
	Indigo blanc	Image positive bleue.
	Campêche	Image positive rouge.

Ce qui est digne d'être remarqué, c'est que le rôle de substance impressionnable et de substance révélatrice est réciproque, et qu'à l'intensité près on obtient le même effet en insolant l'une ou l'autre. Par exemple, au lieu d'insoler l'iodure d'argent et de révéler par l'acide gallique, ou le sulfate de fer, ou le protochlorure d'étain, on peut exposer, sous un cliché, au soleil, un papier imprégné d'acide gallique, ou de sulfate de fer, ou de protochlorure d'étain, et l'image négative se révélera avec l'iodure de potassium et l'azotate d'argent. En général on peut changer l'ordre des deux premières colonnes du tableau.

COMMENT AGIT LA LUMIÈRE. — Nous allons étudier en détail la première réaction indiquée dans ce tableau.

1° M. Niepce de Saint-Victor exposa au soleil, sous un cliché négatif, une feuille de papier blanc qui n'avait reçu aucune préparation, et ensuite il la plongea dans une solution d'azotate d'argent. Aussitôt le sel fut réduit dans les endroits où le papier avait reçu les rayons solaires. D'où il faut conclure que la lumière avait donné au papier blanc la propriété de réduire les sels d'argent.

2° Le même papier insolé de la même manière, sous un cliché, a été transporté dans l'obscurité et déposé sur une feuille de papier sensible préparée d'avance. Il y a déterminé rapidement une image, comme si ce papier sensible avait été directement insolé sous le cliché. Cette image s'est produite même quand les deux feuilles étaient en regard à une distance de 5 à 10 millimètres; elle ne se formait plus quand on interposait une lame de verre ou de mica. Donc la propriété réductrice communiquée au papier commun par l'action des rayons solaires se transmet même à distance à travers l'air.

3° M. Niepce exposa pendant quelque temps aux rayons directs du soleil une feuille de papier blanc, puis il l'introduisit, après l'avoir roulée, dans un tube de fer-blanc qui fut bouché hermétiquement, gardé pendant plusieurs jours et même plusieurs mois. On l'ouvrit ensuite et on en plaça l'ouverture sur un papier sensible; bientôt elle s'y dessina par un cercle noir d'argent réduit. Cette action décomposante augmentait d'activité par la chaleur; elle ne se produisait plus à

travers un verre; elle n'avait lieu qu'une seule fois, et pour la renouveler il fallait recommencer l'insolation.

4° Toutes les substances n'acquièrent pas, après l'insolation, les mêmes propriétés réductrices que le papier. Les métaux, le verre, la porcelaine vernie ou non, les substances noires, quelle que soit leur nature, et en général toutes celles qui sont inorganiques, restent inactives après comme avant l'action de la lumière. Mais il y en a d'autres qui agissent avec une grande énergie : ce sont, outre le papier, les diverses étoffes, l'albumine, le collodion, l'amidon, en général les matières organiques, quelle que soit leur couleur, pourvu qu'elle ne soit pas noire. Elles deviennent plus actives encore quand on les imprègne d'acide tartrique, de sulfate de quinine, et surtout d'azotate d'urane. On peut alors les exposer sous un cliché ou dans la chambre obscure et révéler ensuite une image négative en les mouillant avec un sel d'argent. En résumé, la lumière : 1° communique au papier une propriété réductrice; 2° cette propriété se transmet à distance; 3° elle se conserve très-longtemps dans l'obscurité; 4° elle s'avive avec la température; 5° elle disparaît et s'annule lorsque le papier insolé a réduit une quantité donnée de sel d'argent; 6° elle ne se transmet pas à travers le verre, le mica, etc.; 7° elle appartient à tous les corps organiques qui ne sont pas noirs, et aux sels impressionnables.

L'explication de ces phénomènes est inconnue; on en est réduit à des conjectures : il y en a deux que je rappellerai. La première suppose que la radiation solaire détermine, pendant qu'elle agit, la formation de produits chimiques intermédiaires, très-oxydables quand elle impressionne les matières organiques comme le papier, très-réductibles au contraire lorsqu'elle frappe les sels impressionnables comme ceux d'argent, et que l'addition d'un sel d'argent dans le premier cas, d'une matière organique dans le second, ne fait que compléter les phénomènes par les réactions chimiques ordinaires. Dès lors toutes les circonstances s'expliqueraient : la conservation indéfinie du produit transitoire; son action qui a lieu à distance, s'il est volatil; qui s'exagère par la chaleur; qui ne se produit qu'une fois, et surtout qui est interceptée par les écrans transparents.

On peut objecter néanmoins que ces produits transitoires restent inconnus, et que cette hypothèse laisse inexpliqués certains faits, et en particulier l'expérience suivante que l'on doit encore à M. Niepce. Il prend une lame de biscuit ou la surface d'une cassure fraîche de porcelaine et il l'expose au soleil. Nous avons dit qu'elle ne réduit pas le sel d'argent; mais si on la plonge dans un mélange sensible d'amidon et d'azotate d'argent, elle le réduit. Le même effet se produisait d'ailleurs quand on avait insolé la cassure, après l'avoir couverte, soit d'azotate d'argent, soit d'amidon, et qu'on révélait l'image soit dans l'amidon, soit dans le nitrate. Ainsi trois choses sont nécessaires : l'insolation, le sel d'argent, la matière organique; mais il est indifférent, à l'intensité près, que l'insolation se fasse sur la porcelaine nue, ou sur la porcelaine recouverte de l'un des deux réactifs, ou sur la porcelaine imprégnée de ces deux corps à la fois. D'où il suivrait qu'elle n'agit pas en formant sur ces matières quelque composé transitoire.

M. Niepce admet simplement que la lumière est emmagasinée et qu'elle demeure combinée aux surfaces jusqu'au moment où elle trouve l'occasion de produire une action chimique efficace. Bien qu'elle n'ait pas trouvé grande faveur, cette opinion pourrait être soutenue. Il y a des corps, comme la fluorine, qui absorbent la lumière, la condensent sous une forme inconnue, la gardent pendant de longues années et l'abandonnent quand on les chauffe. Tous les corps phosphorescents agissent ainsi, et la force vive qu'ils gardent et dégagent lentement dans l'obscurité pourrait bien à un moment donné se transformer en un travail chimique équivalent. La seule condition qu'il faudrait remplir serait de mettre en contact, au moment de produire ce travail, les substances chimiques entre lesquelles il peut s'effectuer. Cela expliquerait les actions révélatrices. Avant de conclure, il faut attendre des renseignements nouveaux.

ACTION SUR LES VAPEURS. — Daguerre a découvert une action révélatrice qui paraît être d'un ordre différent et qui est le fondement de sa méthode photographique.

Il expose une feuille de plaqué d'argent au-dessus d'un carton imprégné d'iode. Bientôt les vapeurs de cette substance

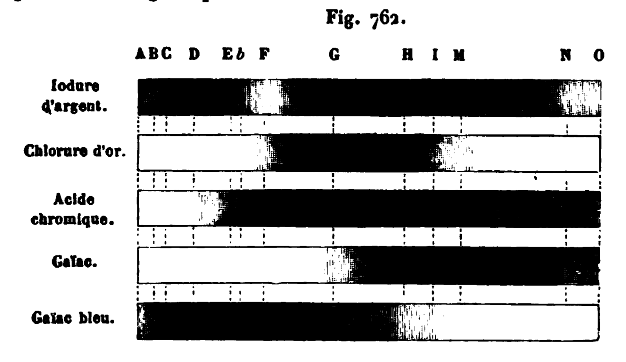
couvrent la plaque d'une couche dont l'épaisseur augmente progressivement, et dont la couleur varie comme celle des anneaux colorés. On arrête l'opération quand la teinte est jaune orangé, et on expose la plaque dans la chambre obscure. On la laisse prendre l'impression pendant dix minutes (aucune image ne se développe), et on l'expose ensuite à la vapeur qu'émet une capsule chauffée pleine de mercure. Cette vapeur s'attache aux points frappés par la lumière et respecte les parties qui étaient restées dans l'obscurité. Pour empêcher toute action ultérieure on dissout l'excès d'iode dans de l'hyposulfite de soude.

Après ces opérations le métal a gardé son bruni et paraît noir dans les ombres; il est dépoli et blanchi par le mercure dans les lumières, et une image positive se voit quand on regarde la plaque dans une situation telle qu'elle ne réfléchisse spéculairement aucune lumière. MM. Salmon et Garnier ont découvert un autre fait de même nature. Quand on insole une plaque de soufre à travers un carton découpé et qu'on l'expose ensuite aux vapeurs de mercure, elle les retient sur les parties qui ont été éclairées, et noircit en se combinant avec elles. En résumé, outre les actions précédemment étudiées, la lumière donne aux surfaces qu'elle a frappées la propriété d'attirer la vapeur des corps avec lesquels elles ont de l'affinité.

ACTION DES RAYONS SIMPLES. — Les impressions photochimiques obtenues jusqu'à présent étaient déterminées par la superposition de tous les éléments de la radiation solaire. Il faut maintenant étudier l'action spéciale de chaque rayon élémentaire. A cet effet nous reprendrons l'expérience qui a tout d'abord révélé l'existence des rayons chimiques; nous préparerons un papier sensible au chlorure d'argent, dans l'*obscurité la plus absolue*, et nous ferons tomber sur sa surface un spectre réel très-pur obtenu par un prisme et une lentille de quartz. Nous verrons progressivement l'impression se faire, le chlorure noircir et toutes les raies se dessiner (*fig.* 762). L'effet commence en F. Il atteint son maximum vers la raie H et se prolonge en s'affaiblissant jusqu'aux limites des rayons ultra-violets; mais il est nul dans les parties occupées par les chaleurs obscures et par les rayons lumineux depuis A jus-

qu'à F. Il en est de même si l'on opère avec des papiers préparés au bromure et à l'iodure d'argent, et en révélant l'image par l'acide gallique.

Fig. 762.



Avec une feuille de papier imprégnée de bichromate de potasse l'action commence en E et se termine en N. Avec le chlorure d'or l'impression s'étend depuis E jusqu'en I; l'action est lente, mais une fois commencée elle se continue spontanément dans l'obscurité. De là nous concluons que l'action réductrice exercée sur les sels métalliques est exclusivement déterminée par les rayons très-réfrangibles que l'on nomme à cause de cela rayons excitateurs, tandis que les radiations calorifiques et lumineuses jusqu'à F sont absolument inactives.

II. Sur le gaïac, le bitume de Judée et les essences, l'action de la lumière est inverse; elle est oxydante au lieu d'être réductrice. Malgré cela, l'expérience prouve que ce sont encore les mêmes rayons chimiques qui agissent. Ainsi le gaïac exposé au spectre commence seulement à bleuir en H, et l'action se continue jusqu'à P.

III. Il ne faudrait pas croire cependant que les rayons calorifiques et lumineux n'exercent aucune action. Reprenons le papier sensible au chlorure d'argent; mais au lieu de le maintenir à l'obscurité, exposons-le pendant un temps très-court à la lumière ordinaire, ou mieux aux rayons chimiques qui passent à travers un verre bleu, afin de déterminer une impression faible et égale dans toutes ses parties. Après cela faisons tomber comme précédemment un spectre réel très-pur sur une portion seulement de la feuille. Cette fois elle noircira dans

toutes les régions du spectre depuis le rouge le plus extrême, et l'on verra se dessiner toutes les raies lumineuses depuis A jusqu'à H (*fig.* 762). Cette fois les rayons peu réfrangibles ont agi; ils ont continué et développé l'impression commencée par les rayons chimiques, bien qu'ils soient impuissants à la produire. Ils ne l'excitaient pas, ils l'ont continuée, et M. Edm. Becquerel les nomme à cette occasion *rayons continuateurs*. On peut remarquer qu'ils précipitent et révèlent l'action chimique comme ils le faisaient pour la phosphorescence.

IV. Ils n'oxydaient pas le gaïac blanc; mais quand on les fait tomber sur le gaïac qui a absorbé de l'oxygène et qui est bleu, ils dégagent ce gaz et ramènent la substance au blanc. Loin d'être oxydants pour les matières organiques, ils sont réducteurs, et leur action est inverse de l'action des rayons très-réfrangibles.

V. Depuis 1839 sir John Herschel a annoncé que, même sur les plaques daguerriennes, les rayons lumineux détruisent l'effet des rayons chimiques. M. Claudet a confirmé cette assertion; mais il faut distinguer deux sortes d'effets. Que l'on prenne d'abord une plaque daguerrienne insolée pendant un temps suffisant et qu'on la couvre d'un verre rouge, on verra l'image se développer peu à peu sans avoir recours aux vapeurs mercurielles. Cette expérience, qui est due à M. Gaudin, montre, sous une autre forme, que les rayons rouges sont continuateurs, et qu'ils ne sont point dans ce cas les antagonistes des rayons violets. Mais M. Claudet a montré que si, après l'avoir exposée à la chambre obscure, on laisse séjourner la plaque daguerrienne sous un verre rouge ou jaune pendant 100 fois ou 50 fois le temps de l'insolation primitive, elle perd la propriété de condenser le mercure. Les rayons qui ont traversé le verre rouge ou jaune sont donc, sous ce rapport, destructeurs des effets produits par les rayons chimiques. On peut le prouver par une très-belle expérience.

On expose à la lumière, sous un tulle noir, une lame de plaqué iodée et préparée pour le daguerréotype; puis on la coupe en quatre parties. On montre que la première condense la vapeur de mercure et donne une image du tulle noir; on laisse la deuxième à l'obscurité et on met la troisième au soleil sous

un verre rouge. Au bout d'un temps suffisant, celle-ci a perdu entièrement et celle-là gardé intégralement la propriété de donner une image avec le mercure. Enfin la quatrième, qui elle aussi a été conservée sous un verre rouge, a repris sa sensibilité première en perdant toute trace d'impression. Elle peut servir de nouveau et recevoir une autre image, comme si elle n'avait point subi la première insolation.

Ce dernier fait a une grande importance pratique. Non-seulement on pourra préparer les plaques daguerriennes dans un laboratoire éclairé par des verres rouges; mais même on pourra exécuter les opérations en pleine lumière, sauf à exposer les plaques en plein soleil sous des verres rouges ou jaunes qui leur feront perdre toutes les impressions qu'elles auraient pu avoir primitivement reçues, et leur donneront le maximum de sensibilité. En résumé, 1° les rayons peu réfrangibles continuent les actions chimiques commencées sur le chlorure, le bromure et l'iodure d'argent; 2° ils déterminent sur les composés organiques une action opposée à celle des rayons très-réfrangibles; 3° ils détruisent la propriété que possédaient les plaques daguerriennes insolées de condenser les vapeurs de mercure.

Je terminerai ce sujet par quelques observations. Nous avons distingué et analysé les radiations contenues dans le spectre solaire par trois organes différents : l'œil, la pile de Melloni et l'actinomètre. Aucun d'eux n'était impressionné proportionnellement en un même point du spectre, et chacun cessait de l'être entre des limites différentes. On pourrait maintenant étudier le spectre par les phosphorescences, les fluorescences et les actions chimiques qu'il développe sur divers corps, et l'on voit que les limites et l'intensité des effets observés varieront à l'infini avec la nature de l'action produite. Ces effets sont donc des fonctions de la réfrangibilité et ne mesurent dans aucun cas l'intensité, c'est-à-dire la force vive des radiations elles-mêmes. Cette force vive nous est inconnue, nous ne savons comment elle varie entre les extrémités du spectre, et ces extrémités elles-mêmes, nous ne les connaissons point; nous ne connaissons que les limites entre lesquelles les actions calorifiques, photogéniques ou photochimiques s'exercent.

HÉLIOCHROMIE. — Wollaston, Davy, Seebeck et sir John Herschel avaient depuis longtemps remarqué que les impressions développées sur le chlorure d'argent dans les diverses parties du spectre y prennent à peu près la couleur des rayons mêmes qui les ont produites. Ces expériences furent continuées et très-améliorées par M. Edmond Becquerel.

Il plonge une lame de plaqué d'argent dans de l'acide chlorhydrique étendu et la fait communiquer avec le pôle positif d'une pile. Elle se couvre aussitôt d'une couche mince de chlorure d'argent qui prend en augmentant d'épaisseur les teintes successives des anneaux de Newton. On arrête l'opération quand on a obtenu pour la deuxième fois une couleur violette. On lave et on sèche la plaque; on la polit avec du tripoli fin et on la recuit jusqu'à 100 degrés. Toutes ces opérations doivent être faites dans l'obscurité. On expose enfin la plaque pendant une heure ou deux à l'action d'un spectre solaire réel bien immobilisé par un héliostat, et on voit peu à peu naître l'impression. Elle se compose d'abord d'une traînée couleur puce foncée qui précède le rouge, et qui est due aux chaleurs obscures. A l'extrémité opposée du spectre, de H en T, les rayons ultra-violets marquent une trace grisâtre très-prolongée, et enfin les lumières ont peint leurs couleurs respectives entre A et H, avec un maximum d'éclat au point même où le spectre lumineux présente sa plus grande intensité. Le jaune est un peu pâle, mais le rouge, le vert et le violet sont reproduits avec leur propre teinte.

Quand on veut obtenir l'image des objets avec leur couleur propre, il est nécessaire d'enlever les radiations obscures, ce qu'on fait en protégeant la plaque : 1° par une auge pleine d'eau qui éteint les chaleurs obscures, 2° par une couche de sulfate de quinine qui arrête les rayons chimiques. Cela fait, une gravure coloriée qu'on met sur la plaque se reproduit avec ses blancs, ses noirs et ses enluminures; et même une poupée objective dont on produit l'image dans une chambre obscure se peint avec ses formes et ses couleurs. On comprend toutes les espérances que ces phénomènes ont fait concevoir. M. Niepce a déjà réalisé des progrès importants; mais toutes les tentatives qu'on a faites dans ce nouvel art de l'héliochromie ont échoué devant une difficulté qui n'a pu

être vaincue, l'altération fatale et rapide des images. Au point de vue théorique, on peut caractériser comme il suit cette remarquable action. En recevant une lumière simple, celle qui est jaune, par exemple, la surface de la plaque est soumise à des vibrations d'une certaine durée, et sous cette influence mécanique elle éprouve une modification qui la rend apte à continuer et à transmettre par diffusion ces mêmes vibrations, comme une corde tendue qui se met à vibrer sous l'influence du son qu'elle rend elle-même. Si donc on éclaire par la lumière blanche la plaque ainsi modifiée, elle éteindra toutes les vibrations discordantes et ne rendra que la vibration jaune, celle dont elle a pris la périodicité. Mais si l'action de cette lumière blanche se continue, comme la plaque n'a pas perdu sa sensibilité, elle éprouve une nouvelle impression qui affaiblit d'abord, dissimule ensuite la première, et qui altère nécessairement l'image primitive.

EXPÉRIENCES DE BUNSEN ET ROSCOE. — MM. Bunsen et Roscoë ont cherché à évaluer le pouvoir chimique du soleil. Ils ont employé, comme substance sensible, un mélange explosif de volumes égaux de chlore et d'hydrogène. Ce mélange s'obtient en décomposant par l'électrolyse l'acide chlorhydrique aqueux de densité 1,148. A l'obscurité, les gaz restent en présence l'un de l'autre sans s'influencer; mais dès qu'ils sont exposés à la lumière, ils se combinent pour former une quantité d'acide chlorhydrique proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la quantité des radiations absorbées.

La partie essentielle de l'appareil est un tube de verre gradué, horizontal, communiquant par l'une de ses extrémités avec un flacon de verre dit *insolateur*, dans lequel le mélange gazeux est exposé à la lumière; et par l'autre extrémité avec une boule remplie d'eau qui pénètre dans le tube lorsque le gaz diminue de volume. L'insolateur contient lui-même de l'eau qui le remplit à moitié, et il est noirci jusqu'au niveau du liquide afin de protéger celui-ci contre l'action de la lumière. L'observation se fait de la manière suivante. On ferme le robinet par lequel les gaz arrivent dans l'insolateur. On expose ce dernier à l'action d'un faisceau de rayons pendant un temps donné. Il se forme alors une certaine quantité d'acide

chlorhydrique aussitôt absorbée par l'eau de l'insolateur. En même temps le mélange gazeux éprouve une diminution que l'on mesure par le volume d'eau qui pénètre dans le tube horizontal gradué. L'action ne se produit pas instantanément; il faut quelques minutes d'attente après lesquelles le retrait du gaz devient proportionnel à la durée de l'exposition.

Soit v le volume de l'acide chlorhydrique formé après un temps t, et s la surface antérieure de l'insolateur; $\frac{v}{ts}$ est le volume du gaz qui serait obtenu pendant l'unité de temps sur chaque unité de surface, ou bien l'épaisseur de la couche uniforme d'acide chlorhydrique formé sur toute la surface insolée. Désignons-la par e', elle mesurera l'intensité chimique de la radiation absorbée.

L'intensité de la radiation incidente étant égale à C, une portion seulement, C', traverse l'insolateur dont l'épaisseur est égale à h, et on a, entre C' et C, la relation connue

$$C' = C\alpha^h;$$

la quantité qui est absorbée est

$$C - C' = C(1 - \alpha^h);$$

c'est celle-là qui a déterminé l'action chimique et qui a produit une couche d'acide chlorhydrique d'épaisseur e', qui est proportionnelle à son intensité.

Ce n'est pas e' qu'il faudrait trouver, c'est l'effet qui serait produit si toute la radiation était absorbée, c'est-à-dire si elle traversait un insolateur d'épaisseur h infinie; dans ce cas $C - C'$ serait égal à C, e' deviendrait e, et on aurait

$$\frac{e}{e'} = \frac{C}{C - C'} = \frac{1}{1 - \alpha^h},$$

$$e = \frac{e'}{1 - \alpha^h}.$$

On trouvera donc l'épaisseur e si on a mesuré e' avec un insolateur d'épaisseur h, et si on a déterminé le coefficient de transmission α de la radiation considérée, à travers le mélange à volumes égaux de chlore et d'hydrogène.

Pour mesurer l'effet chimique des rayons solaires directs, MM. Bunsen et Roscoë ont fait tomber sur l'insolateur non point ces rayons en totalité, mais seulement la fraction qui passait à travers un trou très-fin percé dans une plaque de cuivre, fraction égale à 0,0001. Ils ont mesuré ainsi une épaisseur d'action chimique e', l'ont multipliée par 10 000, et, connaissant α, ils ont calculé e, c'est-à-dire l'effet total du soleil après que ses rayons ont traversé l'atmosphère.

On peut se rappeler que, voulant apprécier l'effet calorifique du soleil, M. Pouillet avait mesuré de même l'épaisseur de la couche uniforme de glace que cet astre fond en une minute sur une surface insolée. Nous avons montré (t. II) qu'elle peut se représenter par la formule

$$e = A\alpha_1^{h_1}.$$

Or, il n'y a d'autre différence entre les expériences de M. Pouillet et celles de M. Bunsen que la nature de l'effet mesuré. La formule qui a servi à coordonner les premières convient de la même manière aux dernières et conduira à des conclusions toutes semblables. Si donc on a mesuré l'épaisseur atmosphérique h_1, le coefficient de transmission de l'air α_1 et la couche d'acide chlorhydrique formé e, on conclura A, c'est-à-dire l'effet chimique du soleil avant l'absorption de l'atmosphère. On a trouvé $35^m,3$, ce qui s'énonce ainsi : « Si les rayons solaires arrivaient à la terre sans rencontrer d'atmosphère, et s'ils étaient intégralement absorbés par le mélange à volumes égaux d'hydrogène et de chlore, ils détermineraient, pendant chaque minute, la formation d'une couche uniforme d'acide chlorhydrique qui aurait une épaisseur égale à $35^m,3$. Elle se réduirait à 15 mètres pour les rayons qui traverseraient l'atmosphère dans la direction du zénith, à 11 mètres lorsque le soleil serait incliné à 45 degrés, etc. »

MM. Bunsen et Roscoë ont procédé ensuite à la comparaison de la lumière solaire avec celle des sources terrestres. Ils ont découvert que la lumière émise par un fil de magnésium brûlant à l'air libre possède un très-grand pouvoir photochimique. En effet, l'*éclat chimique* du fil de magnésium incandescent n'est que 128 fois moindre que celui du soleil

avant l'entrée des rayons dans notre atmosphère Ce magnésium, en brûlant, produit autant d'effet chimique que le soleil élevé d'environ 10 degrés, en supposant bien entendu que les deux sources offrent la même surface apparente, ce qui aurait lieu, par exemple, si un disque de magnésium de $0^m,1$ de diamètre était placé à $10^m,7$ de distance. L'éclat *optique* du fil de magnésium a été trouvé 525 fois plus faible que celui du soleil élevé de 22°,40. A la même élévation le rapport des éclats chimiques eût été égal à $\frac{1}{15}$. La lumière du magnésium convient donc éminemment aux usages photographiques.

Ces résultats sont particuliers à la combinaison choisie de chlore et d'hydrogène. Si on avait adopté comme moyen de mesure toute autre réaction chimique, elle eût donné des effets différents, parce que chacune d'elles est déterminée par un certain groupe de rayons solaires qui change en même temps qu'elle.

Je terminerai ce sujet par quelques mots sur les procédés employés aujourd'hui pour obtenir les images photographiques.

PHOTOGRAPHIE. — C'est entre les années 1813 et 1829 que J. Nicéphore Niepce inventa l'art de copier des gravures sur l'argent poli au moyen du bitume de Judée et par l'action de la lumière. En 1826, il s'était associé Daguerre, qui s'était fait une réputation dans l'art de peindre les dioramas; Daguerre perfectionna d'abord le procédé de Niepce, et inventa celui qui porte son nom. Une feuille de plaqué, exposée à la vapeur d'iode jusqu'à devenir jaune, était placée, pendant vingt minutes, au foyer d'une chambre obscure, puis soumise à la vapeur du mercure chauffé jusqu'à 80 degrés. Cette vapeur se portait sur les parties qui avaient subi l'action de la lumière; elles y adhéraient et couvraient la plaque d'un voile blanc qui dessinait l'image. On lavait ensuite à l'hyposulfite de soude pour dissoudre l'excès d'iode. Le mercure adhérant très-peu à la plaque, les images manquaient de solidité. M. Fizeau les fixa en faisant chauffer sur la plaque un mélange de chlorure d'or et d'hyposulfite de soude qui laisse déposer un vernis solide d'or métallique. D'un autre côté, M. Claudet trouva, en 1841, qu'en ajoutant du brome à l'iode on augmentait la sensibilité de la plaque, ce qui permit de faire des portraits, en

réduisant à deux ou trois minutes la durée de l'exposition à la lumière.

Mais cet art nouveau fut abandonné presque aussitôt que découvert. Une méthode rivale très-supérieure s'était développée en même temps et parallèlement. M. Talbot, qui ignorait les travaux de ses devanciers, l'avait inventée de 1834 à 1839. Il impressionnait dans la chambre obscure une feuille de papier imprégnée de chlorure d'argent, ce qui donnait une image négative; puis il la plaçait sur une seconde feuille de papier sensible qu'il exposait au soleil. Une image nouvelle se formait, inverse de la première, c'est-à-dire positive. Cette méthode a été perfectionnée par un nombre considérable de savants et d'artistes. Voici en quelques mots comment elle est pratiquée aujourd'hui.

On dissout 1 gramme de poudre-coton dans 90 grammes d'éther et 60 grammes d'alcool à 33 degrés. On y mêle de l'iodure de potassium et quelquefois des substances très-variables destinées à augmenter la sensibilité. On verse ce liquide sur une plaque de verre bien nettoyée. Il s'y étale, et, par l'évaporation des liquides, y laisse un voile de pyroxyle adhérent. Avant qu'il soit sec, on plonge la lame dans un bain d'azotate d'argent (4 grammes d'azotate, 60 grammes d'eau). La couche change d'aspect, devient laiteuse; elle est alors imprégnée d'iodure d'argent. On l'expose à la chambre obscure. Pour révéler l'image, on la couvre d'acide pyrogallique, et pour empêcher l'altération ultérieure, on la laisse digérer dans l'hyposulfite de soude.

Cette image est négative. Pour tirer les épreuves définitives, on applique la première sur du papier sensible sec au chlorure d'argent. On presse fortement entre deux verres, et on expose le tout au soleil. L'image se forme rapidement; elle est positive, et il suffit de laver à l'hyposulfite de soude.

ACTION DE LA LUMIÈRE SUR LES FEUILLES. — C'est à la photochimie qu'il faut rapporter une des fonctions les plus importantes du globe. Je veux parler de l'action exercée par la lumière sur les végétaux. Un médecin genevois, Charles Bonnet, remarqua le premier, vers le milieu du XVIIIe siècle, que les feuilles plongées dans l'eau et exposées au soleil dé-

gagent un gaz par leur face inférieure. Priestley continuant cette étude annonça, en 1773, que les plantes ont la propriété de rendre sa pureté primitive à l'air vicié par les animaux, et qu'elles contribuent aussi à l'équilibre de l'atmosphère. Il avait néanmoins rencontré des anomalies, c'est-à-dire des cas où les végétaux viciaient l'air au lieu de le purifier. La cause en fut découverte en 1779 par Ingen-Housz. Il prouva que cette faculté d'épuration n'appartient qu'aux parties vertes des plantes, et qu'elle ne s'exerce que sous l'influence des rayons solaires. Enfin Sennebier expliqua tous ces résultats en démontrant que les feuilles décomposent l'acide carbonique lorsqu'elles sont exposées au soleil, qu'elles dégagent son oxygène et qu'elles fixent son carbone qui entre ainsi dans la constitution du végétal. Dans un vaste travail de révision, de Saussure reconnut que la quantité d'oxygène exhalé est moindre que celle de l'acide carbonique absorbé, ce qui prouvait qu'une partie de ce dernier gaz reste et se solidifie dans les tissus. Longtemps après, M. Boussingault nous apprit que l'eau elle-même est décomposée et qu'une portion de son hydrogène se fixe dans le végétal. Enfin, circonstance importante et signalée par presque tous les observateurs, les feuilles exhalent toujours une notable proportion d'azote, et souvent en gardent une petite quantité qui vient de l'air.

On voit que cette fonction capitale est très-complexe. Ce qui est certain, c'est qu'elle dépend de l'organisation même des feuilles, car elle cesse si on les pile, parce qu'on détruit leur structure. Elle est liée au mouvement général de circulation, car d'après MM. Cloëz et Gratiolet c'est par la face supérieure des feuilles que l'acide carbonique est absorbé, tandis que l'oxygène est entraîné vers les racines par un courant descendant, et s'échappe, chemin faisant, par la surface inférieure des feuilles. Elle s'accomplit avec une telle abondance, qu'une seule feuille de nénufar abandonne pendant le courant de chaque été jusqu'à 300 litres d'oxygène.

A la prendre en gros, elle consiste essentiellement dans la réduction de l'eau ainsi que de l'acide carbonique; elle est tout à fait analogue à celle qui désoxyde le gaïac bleu sous l'influence des rayons peu réfrangibles. Bien qu'accomplie au sein d'un organisme inconnu, il est certain que les lois phy-

siques de cette réduction doivent persister. Or, pour décomposer une quantité donnée d'acide carbonique et d'eau et en faire du bois, il faut leur fournir une somme de chaleur, c'est-à-dire de force vive, égale à celle que ce bois dégage lorsqu'on le brûle; il est donc de toute nécessité que les plantes empruntent une quantité de rayons solaires proportionnelle à la quantité de décomposition qu'elles effectuent. Où et comment se fait cet emprunt, c'est ce que nous allons chercher.

Les feuilles éteignent la plus grande partie des rayons incidents, surtout ceux qui sont les moins réfrangibles. M. Stokes a exécuté des expériences très-complètes sur l'extinction de la lumière par la solution alcoolique de chlorophylle, qui vraisemblablement se comporte comme les feuilles elles-mêmes. Cette solution, sous une faible épaisseur, est d'un beau vert émeraude; elle absorbe abondamment tous les rayons du spectre, mais surtout cinq bandes étroites, deux dans le rouge, une dans le jaune vert, la quatrième dans le vert, et la dernière au commencement du bleu. Les rayons qui sont ainsi absorbés ne sont pas tous éteints. En effet, la chlorophylle est fluorescente; elle rayonne dans tous les sens, 1° une faible portion des rayons rouges; 2° le groupe des radiations bleues, violettes et ultra-violettes, après l'avoir transformé en une teinte mixte verte, celle qui constitue la couleur des feuilles.

Mais la chlorophylle absorbe définitivement sans les rendre les rayons les plus lumineux, orangés, jaunes et verts. En résumé elle absorbe tout, mais elle en fait deux parts; elle diffuse les rayons qui sont aux extrémités du spectre, les plus et les moins réfrangibles, et les dissémine en un rayonnement extérieur. Quant aux rayons moyens, elle les conserve; c'est là qu'elle prend de la force vive qui s'accumule indéfiniment dans sa masse. Voyons si à cet emprunt de force ne correspond pas quelque phénomène consécutif.

Beaucoup de physiciens ont cherché quelles sont les radiations qui déterminent spécialement la réduction de l'acide carbonique. Les expériences de Draper sont les mieux faites. Il disposait dans une chambre obscure un spectre solaire horizontal et immobile qu'il dirigeait sur un appareil composé de sept tubes de verre verticaux de 13 millimètres de dia-

mètre. Ils contenaient de l'eau chargée d'acide carbonique et une feuille de graminée, longue et étroite. Chacun était placé de manière à recevoir l'une des sept couleurs principales du spectre, et voici quelles furent les quantités d'oxygène recueillies dans ces couleurs.

	cc
Rouge	0,33
Rouge et orangé	20,00
Jaune et vert	36,00
Vert et bleu	0,10
Bleu	0,00
Violet	0,00

Voulant savoir si la chaleur obscure exerce une action, Draper mit l'appareil devant un grand feu de bois; les tubes s'échauffèrent sans rien dégager. Enfin il compara les effets produits en faisant arriver la lumière solaire sur une même plante, 1° directement; 2° à travers un écran de bichromate de potasse qui éteint les rayons chimiques; 3° à travers du sulfate de cuivre ammoniacal qui les laisse passer, mais qui absorbe les radiations lumineuses peu réfrangibles. Voici quels furent les volumes d'oxygène dégagés :

	cc
Lumière libre	4,75
Bichromate de potasse	4,55
Sulfate de cuivre ammoniacal	0,75

En résumé, la chlorophylle absorbe définitivement les rayons lumineux compris entre le rouge et le vert, et l'expérience vient de montrer que la décomposition de l'acide carbonique accompagne cette absorption. On peut admettre qu'elle en est l'effet. Nous avions signalé précédemment l'analogie qui existe entre cette réduction de l'acide carbonique par les plantes et la désoxydation du gaïac bleu; il faut ajouter que les deux actions sont produites par la même classe de rayons, ceux qui ont une réfrangibilité moyenne.

On peut apprécier à un point de vue plus général les fonctions de respiration des plantes. Les rayons lumineux sont des vibrations déterminées par une force empruntée au soleil, force qu'ils transportent sur la terre; et quand ils sont absorbés

par les végétaux, cela veut dire que cette force vive est anéantie; alors elle se transforme en un travail chimique équivalent.

Alors les plantes détruisent l'acide carbonique et dégagent de l'oxygène. Elles fixent une somme donnée de charbon, d'hydrogène et d'oxygène, peut-être d'azote, dans les organes des végétaux; elles *créent de la matière organique.* Les houilles, les lignites, l'immense provision de bois de nos forêts, sont les résidus de ces épurations continues de l'atmosphère, comme l'oxygène de l'air en est le produit.

Les animaux herbivores ou carnivores se nourrissent des matières végétales, les premiers directement, les derniers de seconde main. Cette nourriture à peine assimilée se brûle dans les poumons, se transforme en acide carbonique et en eau qui repassent dans l'atmosphère, et en matières azotées qui se répandent sur le sol. Enfin les animaux abandonnent de toute nécessité, sous forme de chaleur, la somme de force vive qui avait été empruntée au soleil au moment où s'était constituée la matière organique dont ils se nourrissent.

Les animaux et les végétaux accomplissent trois fonctions correspondantes et inverses qui s'équilibrent et se contre-balancent : les végétaux purifiaient l'air, les animaux le vicient; les premiers composaient des matières, les seconds les détruisent. Ceux-là absorbaient de la lumière solaire, ceux-ci la rendent sous forme de chaleur obscure, ou, ce qui est la même chose, sous forme de force.

L'homme brûle le bois, les houilles et les lignites; il en retire la chaleur solaire; par les machines à feu il en tire de la force. On peut ajouter que le soleil soulève les eaux par l'évaporation, qu'il produit les courants de l'atmosphère, et que l'homme, en demandant la force aux vents, aux chutes d'eau, à la vapeur, aux animaux et à lui-même, ne fait que retrouver et employer la force vive solaire déposée providentiellement dans les végétaux. C'est ainsi que toute chaleur, toute lumière, tout travail, toute force, toute vie végétale ou animale se régénèrent et se transforment et sont puisées à la source unique et intarissable : le soleil.

QUATRE-VINGT-TROISIÈME LEÇON.

DES INTERFÉRENCES ET DE LA DIFFRACTION.

Expérience des deux miroirs. — Manières d'observer les franges. — Lois du phénomène. — Valeurs de λ. — Propagation hyperbolique des franges. — Biprisme. — Glaces inclinées. — Théorie des ondulations. — Explication des interférences.

Réseaux. — Mesure des longueurs d'onde.

INTERFÉRENCES.

Expérience des deux miroirs. — Soit L (*fig.* 763) une fente à bords métalliques verticaux et très-serrés, servant à introduire dans une chambre obscure les rayons solaires fixés par un héliostat. Il est toujours permis de ne point se préoccuper du chemin antérieur qu'ils ont fait, de considérer ces rayons comme partant de la fente elle-même, et de regarder celle-ci comme un luminaire linéaire et vertical.

Dans la chambre sont établis deux miroirs verticaux, ON, OM, faisant entre eux un angle rentrant très-voisin de 180 degrés. Derrière chacun d'eux se forment en A et en B deux images de L, symétriques par rapport à OM et à ON. Les distances LO, AO, BO sont égales, et par conséquent la perpendiculaire DC élevée sur le milieu de AB passe par le point O.

Deux faisceaux très-voisins, LMO, LON partant de L rencontrent les deux miroirs sous une incidence presque rasante, se superposent après la réflexion et se trouvent dans les mêmes conditions physiques que s'ils partaient de A et de B. Dès lors on peut oublier et le soleil, et la fente, et les miroirs, et dire que l'expérience revient à avoir disposé deux lignes lumineuses très-voisines, A et B, qui sont dans un état vibratoire commun, puisqu'elles ont une origine commune, et qui envoient à la fois de la lumière sur un écran FG. Quel est l'effet produit sur cet écran?

Considérons en premier lieu le cas où la lumière a été

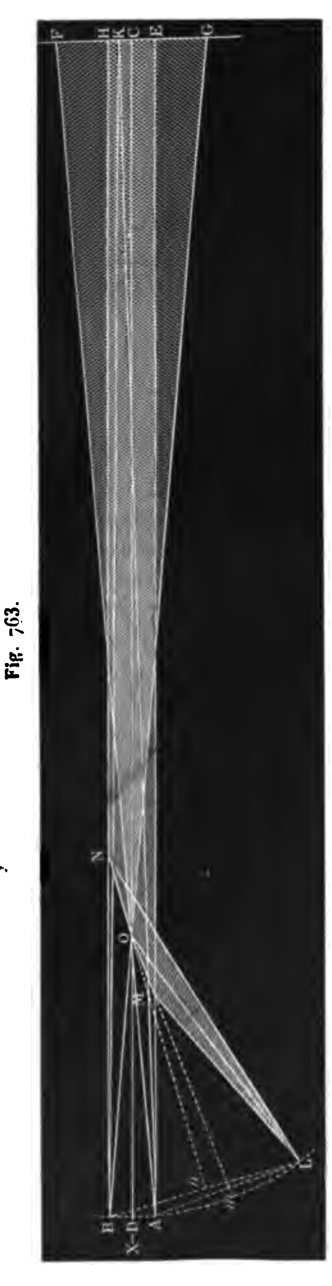


Fig. 763.

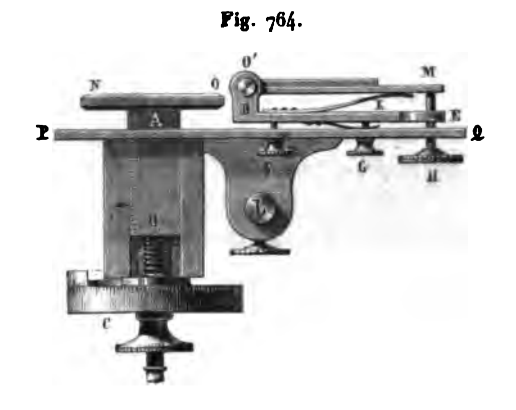
rendue homogène par l'interposition d'un verre rouge. On voit en C, sur le prolongement du plan DOC, une bande brillante, suivie à droite et à gauche des deux séries symétriques de franges alternativement obscures et brillantes. Si au lieu d'être rouge la lumière était jaune, les bandes, tout en conservant les mêmes dispositions, seraient plus étroites. Elles le seront d'autant plus que la réfrangibilité sera plus grande. L'effet produit par la lumière blanche est la superposition de ceux que détermine individuellement chacun de ses éléments, et l'on voit des bandes colorées dont la dispersion est d'autant plus grande qu'elles s'éloignent plus du milieu C, et qui finissent par dégénérer en une teinte blanche uniforme.

Ces franges ne se forment point si l'on supprime un des deux faisceaux venant de A ou de B : soit par un écran interposé dans LOM ou dans LON, soit en couvrant l'un des miroirs de noir de fumée, soit en le supprimant, soit enfin en faisant tourner OM autour de O jusqu'à le placer dans la direction ON. Pendant ce mouvement, la portion HE commune aux deux faisceaux réfléchis décroît jusqu'à s'annuler, et les franges, qui ne dépassent jamais cet espace, disparaissent avec lui.

Il faut conclure de là que les deux faisceaux s'influencent mutuellement, que c'est leur superposition qui produit en certains points de la lumière, en certains autres de l'obscurité. On dit qu'ils *interfèrent*, et les franges que nous venons de décrire constituent le *phénomène des interférences*.

Pour le produire, on dispose sur le banc d'optique (*fig.* 675, *Pl. II*), d'abord la fente étroite sur le support n° 3, ensuite les miroirs (n° 4), et enfin (n° 5) une loupe mobile dans une coulisse horizontale, qui vise successivement chacune des franges et qui mesure leur distance. La *fig.* 764 représente

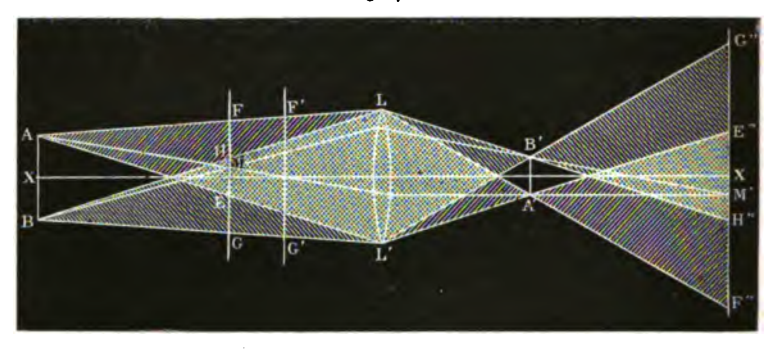
Fig. 764.



une coupe horizontale des miroirs. PQ est une plate-forme verticale destinée à les porter. L'un d'eux, ON, dont la direction est fixe, peut avancer ou reculer parallèlement à lui-même par le jeu d'un micromètre à tambour divisé ABC. Le second, O'M, est porté sur une plaque spéciale DE, reliée à PQ par trois vis calantes, deux qui sont projetées en F, et une troisième en G. Il peut tourner autour d'une charnière O'. Les deux vis F règlent cette charnière parallèlement à l'arête O du premier miroir, et un dernier micromètre H donne à O'M l'inclinaison qu'on veut sur ON. Pour régler l'instrument, on mettra d'abord les deux surfaces dans le même plan, ce qui sera facile en visant des objets éloignés, ensuite on inclinera O'M par la vis H. Tout l'appareil est porté par l'extrémité L de l'une des colonnes du banc et serré par une vis de pression.

MANIÈRES D'OBSERVER LES FRANGES. — Si l'on opère au soleil, on peut recevoir directement la lumière sur un écran, les franges s'y peignent à toute distance, et on peut remarquer qu'elles sont d'autant plus larges que les deux points lumineux A et B sont plus rapprochés. Le plus souvent on reçoit les rayons sur une lentille très-convergente LL′ (*fig.* 765). Il

Fig. 765.



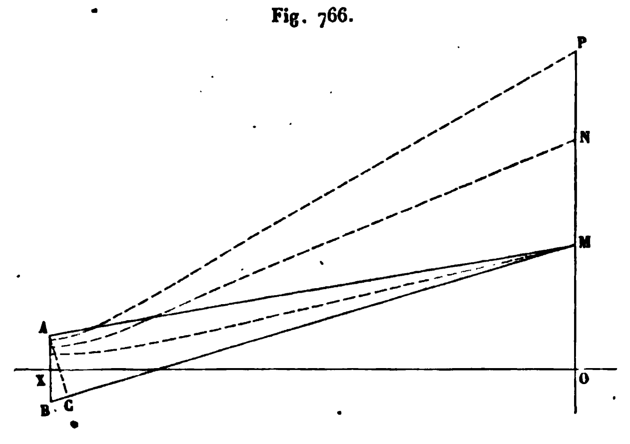
est clair qu'elle donne en A′B′ deux images concordantes des points lumineux A et B; qu'à leur tour A′ et B′ envoient de la lumière qui interférera; mais comme ils sont beaucoup plus rapprochés que ne le sont A et B, ils donneront sur l'écran, à toute distance, des franges pareilles aux précédentes, mais beaucoup plus larges.

Si la lumière est moins vive, on peut la recevoir directement dans l'œil. L'œil fonctionne, en effet, comme une lentille très-convergente, et théoriquement il peut être remplacé par LL′. Supposons qu'il vise en EH à la distance de la vision distincte. Les images de A et de B se feront quelque part en A′ et B′ en avant de la rétine, et l'image du plan focal HE se peindra sur cette rétine en H″E″ comme sur un écran. Les rayons BM, AM qui, se croisant en M sur EH, y peignaient une frange brillante ou obscure, se croiseront de nouveau sur la rétine en M′ pour y déterminer les mêmes alternatives de lumière et d'obscurité. Mais il faut une certaine habitude pour distinguer ainsi les franges; le plus souvent on regarde avec un oculaire. En opérant ainsi on ne fait qu'augmenter la convergence de l'œil, qui, au lieu de viser sur le plan FG à la

distance de la vision distincte, vise sur un autre plan F′G′ plus rapproché. Les deux images A′, B′ sont plus voisines l'une de l'autre et plus éloignées du fond de l'œil, et la grandeur des franges peintes sur la rétine est plus considérable. L'oculaire LL′ est porté par un micromètre qui le déplace latéralement; il est muni d'un réticule qu'on voit en même temps que les franges dans le plan focal G′F′ et que l'on peut successivement faire coïncider avec elles. On mesure ainsi la distance de deux franges de même ordre et de rang quelconque, et en la divisant par 2 on connaît l'écart de ces franges à partir de la ligne centrale XX.

LOIS DU PHÉNOMÈNE. — Soit $2a$ la distance AB des deux images qui produisent le phénomène, et l leur distance à l'écran PQ (*fig.* 766). On détermine $2a$ en se plaçant en O,

Fig. 766.



en mesurant par un cercle répétiteur l'angle α sous-tendu par AB à cette distance l et l'on a

$$2a = l \tang \alpha.$$

Soit M une des franges obscures ou brillantes; on a mesuré sa distance MO au centre des franges O, on peut calculer

$$\tang MXO = \tang \delta = \frac{MO}{OX}.$$

Décrivons du point M, comme centre, avec AM pour rayon,

un arc AC. A cause de la petitesse de AB et de la grandeur de OX, AC peut être considéré comme une droite perpendiculaire sur BM, l'angle BAC comme égal à δ, et BC comme mesurant la différence des distances entre BM et AM; appelons-la d :

$$BC = d = 2a \sin \delta.$$

On a calculé cette différence des distances pour les milieux de chaque frange obscure ou brillante, en employant la lumière que laisse passer le verre coloré en rouge par l'oxyde de cuivre. On a trouvé qu'elle ne variait pas avec la distance XO de l'écran, qu'elle demeurait constante pour chaque bande, et qu'elle était, en désignant par λ une longueur égale à $0^{mm},000620$:

1° Pour les franges brillantes successives,

$$0,\ 2\frac{\lambda}{2},\ 4\frac{\lambda}{2},\ 6\frac{\lambda}{2},\ldots;$$

2° Pour les franges obscures successives,

$$\frac{\lambda}{2},\ 3\frac{\lambda}{2},\ 5\frac{\lambda}{2}.$$

Les résultats suivent la même loi pour toutes les couleurs; mais λ change de l'une à l'autre et diminue quand la réfrangibilité augmente; d'après des mesures effectuées autrefois par Newton, les valeurs de λ sont :

	Valeurs de λ.	N.
	mm	
Rouge........	0,000620	497
Orangé......	0,000583	528
Jaune........	0,000551	529
Vert........	0,000512	601
Bleu........	0,000475	648
Indigo........	0,000449	686
Violet........	0,000423	728

Quelle que soit la distance de l'écran, les franges des divers ordres viennent s'y peindre en des points tels que M. On peut donc considérer ces points comme occupant dans le plan de la

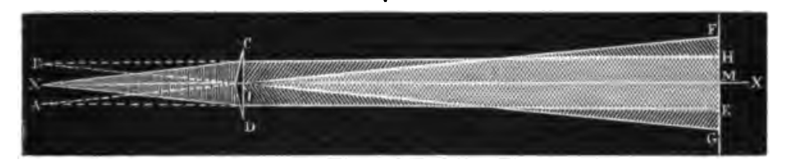
figure un lieu géométrique, caractérisé par cette condition que la différence de leurs distances aux images A et B est constante et égale à $n\frac{\lambda}{2}$. C'est une hyperbole dont A et B sont les foyers. On en calculera les axes X et Y en résolvant les équations

$$\sqrt{X^2+Y^2}=a, \quad \sqrt{X^2-Y^2}=\frac{n\lambda}{2}.$$

La célèbre expérience qui vient d'être décrite a été imaginée et étudiée par Fresnel. Il importe de montrer qu'elle n'est point un cas particulier, et qu'on obtiendra les mêmes franges toutes les fois qu'on dédoublera une fente lumineuse en deux images parallèles et très-voisines qui enverront à la fois leur lumière sur un écran.

BIPRISME. — I. M. Pouillet fit construire un double prisme ODC dont les angles C et D, très-petits, sont égaux entre eux, et il éclaira cet appareil par une fente mince X parallèle à ses arêtes (*fig.* 767). La réfraction donne deux images virtuelles

Fig. 767.

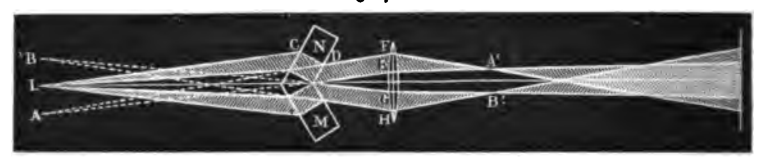


A et B, et les rayons qui ont traversé les deux prismes sont dans les mêmes conditions que s'ils venaient originairement de ces foyers. De plus, ils se superposent en EH sur l'écran; aussi voit-on un système de franges se produire. Elles offrent des caractères particuliers, car les images A et B ne sont pas les mêmes pour toutes les couleurs; elles sont peu écartées pour le rouge et beaucoup plus pour le violet. Les franges violettes sont par conséquent plus larges qu'elles ne l'étaient précédemment, leur place diffère moins de celle qu'occupent les franges rouges; il y a moins de dispersion, et dans certains cas il n'y en a point; mais si l'on mesure comme précédem-

ment la place des franges et la différence des distances aux origines A et B, on retrouve les mêmes lois qu'avec les miroirs de Fresnel.

II. Prenons comme deuxième exemple (*fig.* 768) deux morceaux M et N d'une même glace à faces parallèles, formant entre eux un angle très-petit, et recevant la lumière partie d'une

Fig. 768.



fente I située sur la bissectrice de leur angle. Les rayons tels que IC se réfracteront en CD, et sortiront suivant DF parallèlement à leur direction primitive; ils seront dans les mêmes conditions que s'ils partaient d'un foyer A, et constitueront un faisceau divergent EAF. La deuxième glace fournira un second faisceau HBG partant d'un point symétrique B. La fente originelle est ainsi dédoublée en deux images identiques; mais les faisceaux qui en partent ne se superposant point, il n'y a pas de franges. Vient-on à les recevoir sur une lentille FH, ils donnent deux images A' et B', après lesquelles ils se superposent et interfèrent.

En résumant ces divers exemples, on peut énoncer d'une manière générale le principe suivant : « Quand deux lumières partant d'un même point se superposent après avoir parcouru des chemins divers, elles donnent de l'obscurité ou un redoublement de lumière lorsque la différence des chemins parcourus est égale à un multiple impair ou pair de $\frac{\lambda}{2}$; λ étant une longueur très-petite qui a été mesurée pour les diverses couleurs. »

Théorie des ondulations. — L'analogie de ces phénomènes avec ceux de l'acoustique est évidente. Il faut chercher à les expliquer par le même mécanisme. Pour établir la théorie de l'optique, on ne fait qu'une seule hypothèse : c'est que le fluide lumineux ou l'*éther* est répandu dans toute la nature;

qu'il a dans les divers milieux des densités différentes, et que les lois de l'élasticité y sont absolument les mêmes que dans les corps pondérables solides.

Du moment que cet éther est assimilé à ces corps pondérables, ses molécules reçoivent et transmettent les vibrations de la même manière et suivant les mêmes lois qu'il nous suffit de rappeler :

I. Lorsque, dans les milieux homogènes ayant une densité δ et une élasticité e, une molécule est déplacée, l'équilibre général est détruit; toutes les molécules voisines éprouvent un mouvement qui se transmet de proche en proche, dans toutes les directions, avec une vitesse a. Le calcul montre que cette vitesse est égale à $\sqrt{\frac{e}{\delta}}$. Cela s'applique à l'éther, et cette vitesse est celle de la lumière.

II. Si, au lieu d'un mouvement infiniment petit et instantané, une molécule d'éther exécute des vibrations régulières, ses vitesses oscillatoires sont données par la formule

$$(1) \qquad v = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

T est la durée de la vibration complète, α est la vitesse maximum qui est proportionnelle à l'amplitude des oscillations. Lorsque T prend successivement les valeurs

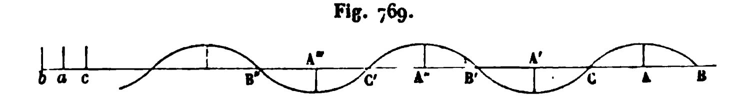
$$0, \quad \frac{T}{4}, \quad \frac{2T}{4}, \quad \frac{3T}{4}, \quad \frac{4T}{4},$$

v devient

$$0, \quad \alpha, \quad 0, \quad -\alpha, \quad 0.$$

III. Considérons un cylindre indéfini (*fig.* 769) dont la base

Fig. 769.



antérieure est animée d'un mouvement vibratoire exprimé par la formule (1). Commencé en b à l'origine du temps, ce mouvement arrivera en B à une distance d, après une valeur du

temps $t = \frac{d}{a}$: et à partir de ce moment la molécule B exécutera les mouvements que l'origine b exécutait à partir de $t = 0$. Les vitesses de B seront données par la formule

$$(2) \qquad v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t - \frac{d}{a}}{T} \right).$$

Les valeurs de v' en chaque tranche du cylindre peuvent se représenter graphiquement par les ordonnées de la courbe sinusoïdale BB′B″. Si le temps croît de t', elles deviennent

$$v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t + t'}{T} - \frac{d}{aT} \right) = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d - at'}{aT} \right).$$

Le changement apporté dans la vitesse en chaque point est le même que si d, sa distance à l'origine, avait diminué de at', c'est-à-dire que si la courbe des vitesses s'était transportée avec la vitesse a. Après un temps T égal à celui d'une oscillation, le déplacement sera aT. D'un autre côté les vitesses v' auront repris en chaque point leurs valeurs primitives, et la courbe se sera superposée à elle-même. aT représente donc à la fois l'espace parcouru par la lumière en un temps T et la distance de deux points consécutifs qui ont la même vitesse. C'est ce qu'on nomme la longueur d'onde. On la désigne par λ :

$$\lambda = aT.$$

En remplaçant aT par λ, la formule générale de la vitesse devient

$$v' = \alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right).$$

IV. Si la lumière n'est autre chose qu'un mouvement, la quantité de lumière L qui tombe pendant un temps égal à T sur une surface donnée est égale à la quantité de force vive qui anime la masse d'éther m, ou à $\sum mv^2$, et comme

$v = \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}$,

$$L = m\alpha^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T};$$

pour une autre source,

$$L' = m\alpha'^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T},$$

et par suite

$$\frac{L}{L'} = \frac{\alpha^2}{\alpha'^2}.$$

On pourra donc mesurer l'éclairement d'une surface par le carré de l'amplitude α^2 des rayons qu'elle reçoit.

V. Un point lumineux envoie dans toutes les directions, pendant un temps t, une somme de force vive qui anime successivement chaque couche sphérique d'épaisseur dr, décrite de ce point comme centre avec r pour rayon. Elle est égale au produit de la masse $4\pi r^2 dr$ par la somme des carrés de la vitesse v, ou à $4\pi r^2 dr \alpha^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T}$. Comme elle est constante, il faut que $r^2\alpha^2$ soit constant, ce qui veut dire que les éclairements α^2 sont en raison inverse des carrés r^2 des distances au centre.

VI. Appliquons ces principes au calcul des phénomènes d'interférences. Prenons deux points très-voisins A et B (*fig.* 766) concordants, et envoyant des vitesses vibratoires v et v' à un même point M, situé à des distances d et d' :

$$v = \alpha \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right),$$

$$v' = \alpha' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda}\right).$$

Ces vitesses s'ajoutent, et en développant les sinus

$$V = v + v' = \sin 2\pi\frac{t}{T}\left(\alpha\cos 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\cos 2\pi\frac{d'}{\lambda}\right)$$
$$- \cos 2\pi\frac{t}{T}\left(\alpha\sin 2\pi\frac{d}{\lambda} + \alpha'\sin 2\pi\frac{d'}{\lambda}\right).$$

La valeur de V se mettra sous la forme

$$V = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right),$$

si on pose les équations de condition

$$A\cos 2\pi\frac{d''}{\lambda}=\alpha\cos 2\pi\frac{d}{\lambda}+\alpha'\cos 2\pi\frac{d'}{\lambda},$$

$$A\sin 2\pi\frac{d''}{\lambda}=\alpha\sin 2\pi\frac{d}{\lambda}+\alpha'\sin 2\pi\frac{d'}{\lambda},$$

qui peuvent s'écrire

$$(3)\quad\left\{\begin{array}{l}\tang 2\pi\dfrac{d''}{\lambda}=\dfrac{\alpha\sin 2\pi\dfrac{d}{\lambda}+\alpha'\sin 2\pi\dfrac{d'}{\lambda}}{\alpha\cos 2\pi\dfrac{d}{\lambda}+\alpha'\cos 2\pi\dfrac{d'}{\lambda}},\\ A^2=\alpha^2+\alpha'^2+2\alpha\alpha'\cos 2\pi\dfrac{d-d'}{\lambda}.\end{array}\right.$$

Cela veut dire que la molécule M, qui est éclairée à la fois par les points lumineux A et B, est dans les mêmes conditions que si elle recevait de la lumière d'un point situé à une distance d'' et dont l'intensité serait A^2. d'' et A se calculent par les formules (3).

VII. Pour développer des interférences, il faut superposer les rayons virtuellement émis par deux images voisines et parallèles d'une même fente, et qui ont ainsi une origine commune. On ne réussit jamais à faire naître les franges en superposant les lumières venues de fentes parallèles et voisines, mais puisées à des sources indépendantes. Pour expliquer cette impossibilité, il faut se rappeler que les cordes ébranlées par un archet exécutent de longues suites de vibrations régulières, mais qui se succèdent sans continuité quand la direction de l'archet vient à changer. Elles peuvent encore se représenter par la formule

$$v=\alpha\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{\lambda}\right),$$

mais à la condition de supposer que d change de valeur d'une manière irrégulière et discontinue après des intervalles que rien ne fixe. On admet qu'il en est de même des vibrations lumineuses, et que celles qui proviennent de sources différentes éprouvent des perturbations de d entièrement indépendantes. Quand on superpose leurs éclairements, les vitesses v

et v' s'ajoutent en chaque élément de masse dm. L'éclairement total est égal à la somme, pendant l'unité de temps, des éclairements produits pendant chaque période où d et d' demeuraient invariables. Ce sera

$$A^2 dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right)$$

$$= \left(\alpha^2 + \alpha'^2 + 2\alpha\alpha' \sum \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}\right) dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right).$$

Comme $d - d'$ passera par toutes les valeurs possibles, $\sum \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}$ sera nécessairement nulle, et l'on aura

$$A^2 dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right) = (\alpha^2 + \alpha'^2)\, dm \sum \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d''}{\lambda}\right),$$

$$A^2 = \alpha^2 + \alpha'^2.$$

L'éclairement total pourra se mesurer par A^2; il sera donc égal à la somme des éclairements des deux sources, ce qui est conforme à l'expérience.

VIII. Mais si les deux sources lumineuses proviennent du dédoublement d'une fente éclairante unique, les perturbations de l'une se répètent sur l'autre, et, à part les moments très-courts où elles se produisent, les différences de phase $2\pi \frac{d-d'}{\lambda}$ ne dépendent que de la différence des chemins parcourus; elles sont constantes en un point donné.

Alors la règle de Fresnel s'applique : elle va expliquer l'expérience des deux miroirs et tous les phénomènes produits par la superposition des lumières qu'envoient deux sources linéaires concordantes A et B. Supposons, pour simplifier, que leurs intensités soient égales, dans ce cas, $\alpha = \alpha'$, et les formules (3) donnent en un point M (*fig.* 766)

$$\tang 2\pi \frac{d''}{\lambda} = \tang 2\pi \frac{d+d'}{2\lambda},$$

$$A^2 = 2\alpha^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{d-d'}{\lambda}\right) = 4\alpha^2 \cos^2 \pi \frac{d-d'}{\lambda},$$

$$V = v + v' = 2\alpha \cos \pi \frac{d-d'}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d+d'}{2\lambda}\right).$$

On voit d'abord que d'' est égal à $\frac{d+d'}{2}$, c'est-à-dire que d'' est moyenne entre d et d'. Donc la phase en un point quelconque M de l'écran est la même que s'il recevait la lumière du point X, milieu de AB. On voit en second lieu que l'éclairement en ce point est égal à $4\alpha^2\cos^2\pi\frac{d-d'}{\lambda}$; il sera nul quand $d-d'$ sera égal à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, et égal à $4\alpha^2$ quand $d-d'$ sera égal à $2n\frac{\lambda}{2}$. Donc: « Quand deux faisceaux égaux, partant originairement d'une même fente lumineuse, se superposent après avoir parcouru des chemins divers, ils donnent de l'obscurité ou un éclat quadruple de celui que déterminerait chacun d'eux quand la différence $d-d'$ des chemins parcourus est égale à un multiple impair ou pair d'une demi-longueur d'onde. » Cet énoncé reproduit précisément la loi expérimentale des interférences, avec cette différence que la quantité mesurée précédemment et désignée par λ prend ici sa signification théorique : elle représente la longueur d'onde de la lumière employée.

IX. La durée d'une vibration entière étant T, le nombre N des vibrations exécutées dans une seconde est $\frac{1}{T}$; or, on a

$$\lambda = aT = \frac{a}{N}, \quad N = \frac{a}{\lambda}.$$

Puisqu'on a mesuré a et λ, on peut calculer N. On a écrit dans le tableau de la page 522 les nombres de vibrations exécutées pendant un trillionième de seconde. Ainsi la lumière violette exécute plus de 700 trillions de vibrations en une seconde.

RÉSEAUX.

Nous montrerons dans la suite que l'on peut faire l'expérience des interférences en remplaçant les deux miroirs ou le biprisme par deux fentes extrêmement voisines, A et B, éclairées par la lumière d'une première fente placée à l'infini sur l'axe OX (*fig.* 770). Dans ce cas on voit encore une frange brillante en O, et alternativement, des deux côtés de O, des

bandes obscures et éclairées. Dans une direction donnée XM, la différence de marche $d - d'$ de deux rayons interférents est encore égale à Ba,

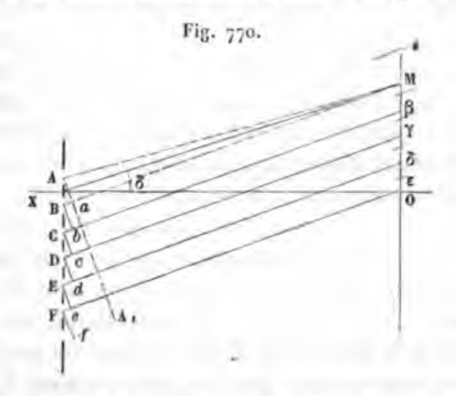
$$Ba = d - d' = 2a \sin \delta;$$

elle est égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$ pour les diverses franges brillantes qui se placent des deux côtés de O, et ces franges sont caractérisées par la relation suivante dans laquelle n exprime leur numéro d'ordre,

$$2a \sin \delta = n\lambda \quad \text{ou} \quad \sin \delta = \frac{n\lambda}{2a}.$$

Supposons maintenant qu'au lieu de deux fentes A et B on en ait un très-grand nombre A, B, C, D, E, F..., toutes équidistantes et éclairées par la même fente originelle : elles donneront dans les mêmes directions δ leurs franges brillantes de

Fig. 770.



même ordre. S'il y a N fentes dans un millimètre, la distance $2a$ des milieux de deux d'entre elles sera égale à $\frac{1}{N}$, et l'équation précédente pourra s'écrire

$$\sin \delta = n\lambda N.$$

Pour réaliser expérimentalement cette disposition, Frauenhofer a imaginé les réseaux. Il tendait des fils métalliques très-fins, parallèles et très-rapprochés, ou bien il traçait au

diamant sur une lame de verre, avec une machine à diviser, des traits parallèles qui étaient sensiblement opaques et laissaient entre eux des fentes transparentes. Il faut qu'il y en ait au moins cinquante dans un millimètre, mais on peut en tracer plus de mille. Supposons que A, B,..., F représente un pareil réseau.

Donnons à n diverses valeurs. Si $n = 0$, δ est nul ; il y a donc de la lumière dans la direction XO ; c'est l'ensemble des franges centrales. Si on donne ensuite à n les valeurs 1, 2, 3,..., $\sin\delta$ devient égal à λN, $2\lambda N$, $3\lambda N$,..., et l'on voit dans ces directions les franges lumineuses du premier, du deuxième ordre, etc.

Considérons la première : la valeur de δ sera la plus faible pour la lumière violette, puisque la longueur d'onde du violet est la plus petite. δ croîtra progressivement jusqu'au rouge et d'une manière discontinue, puisque la réfrangibilité ne décroît pas continûment du violet au rouge. En somme, les divers rayons simples qui constituent la lumière blanche partiront du réseau, se déviant de plus en plus à mesure que leur longueur d'onde sera plus grande ; ils réaliseront exactement les mêmes conditions que ceux qui partent d'un prisme éclairé par un point lumineux situé à l'infini ; ils donneront donc un spectre virtuel qu'on pourra observer avec une lunette ou projeter sur un écran au moyen d'une lentille. Ce spectre contiendra les raies observées déjà précédemment ; mais il différera de celui des prismes en ce que le violet sera le moins dévié. Un second spectre plus dispersé et plus dévié sera observé dans la direction donnée par la relation $\sin\delta = 2N\lambda$; il correspondra à la deuxième frange et ainsi de suite.

M. Babinet explique ces phénomènes comme il suit : puisque la différence de marche des rayons qui concourent en des points infiniment éloignés, tels que M, est égale à λ, en abaissant des perpendiculaires des points A, B, C,.., sur les lignes BM, Cβ,..., on interceptera des longueurs Ba, Cb,... égales à λ ; par conséquent les points A, B, C, D,... enverront dans cette direction des portions d'ondes planes Ba, Cb, Dc,..., qui différeront entre elles de 0, 1, 2, 3,... longueurs d'onde ; et comme on peut toujours ajouter ou retrancher au chemin parcouru un multiple quelconque de λ, on peut dire

que ces ondes sont concordantes et se réduisent à une onde plane qui a pour enveloppe AA_1. Il en sera de même quand $\sin\delta$ sera égal à $2\lambda N$, $3\lambda N$,..., c'est-à-dire pour la deuxième, la troisième,... frange brillante.

Nous avons admis jusqu'à présent que les différences des distances étaient égales à un multiple de λ. Supposons maintenant que l'on considère une direction autre que celle qui est donnée par la formule, et telle que les différences Ba, Cb,... soient égales à $n\lambda$ augmenté d'une fraction quelconque de λ, si petite qu'elle soit, par exemple $\frac{1}{100}$. Alors une frange M située à l'infini recevra des points A, B, C,... des lumières qui différeront de chacun au suivant de $\frac{1}{100}\lambda$,..., $\frac{2}{100}\lambda$,..., $\frac{50}{100}\lambda$. Le cinquantième point sera donc en discordance complète avec A. A partir de celui-ci on en trouvera cinquante autres qui annuleront l'effet des cinquante premières fentes, et, à partir de cent, naîtront d'autres périodes de cinquante qui se détruiront de même. Il restera à la fin du réseau un certain nombre de points actifs moindre que cinquante, mais dont l'effet sera négligeable; il n'y aura donc de lumière sensible que dans les directions données par la formule.

Une particularité que nous devons noter, c'est qu'un des spectres manque généralement. Supposons que les intervalles opaques soient égaux aux bandes transparentes ou que $mn = nr$ (*fig.* 771). Le spectre du deuxième ordre est fourni par la condition que $rp = 2\lambda$; alors $rq = qp = \lambda$, et l'intervalle mn peut se décomposer en deux éléments, mA, An, qui enverront de la lumière discordante; donc l'intensité du deuxième spectre sera nulle.

Fig. 771.

En général, si les distances mn et nr sont dans le rapport de deux nombres entiers α et β, le spectre de rang $\alpha + \beta$ manquera, car la distance rp sera égale à $\alpha + \beta$ longueurs d'onde; il y en aura α dans pq, et on pourra décomposer mn en 2α parties qui enverront dans la direction donnée δ des lumières qui se

détruiront intégralement, parce que de l'une à la suivante elles différeront de $\frac{\lambda}{2}$.

MESURE DES LONGUEURS D'ONDE. — Puisque la direction dans laquelle se voit une des raies dans le spectre de rang n est donnée par la formule $\sin\delta = n\,\mathrm{N}\,\lambda$, on calculera λ si on a mesuré δ et si on connaît le nombre de traits N qui sont contenus dans un millimètre. δ se mesure en plaçant un cercle répétiteur derrière le réseau et en fixant avec la lunette la raie qu'on veut étudier dans les deux spectres de l'ordre n, qui font chacun avec la normale au réseau des angles δ. L'angle des deux positions de cette lunette est égal à 2δ. C'est par ce procédé qu'en général on mesure les longueurs d'onde des diverses lumières, et c'est ainsi que M. Mascart a obtenu les nombres qui sont inscrits au tableau de la page 433.

QUATRE-VINGT-QUATRIÈME LEÇON.

DES INTERFÉRENCES ET DE LA DIFFRACTION. (Suite.)

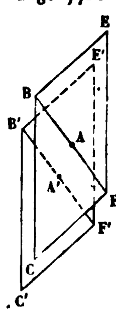
Interférences obtenues avec la lumière non limitée : — Par les lames minces; — Par les plaques épaisses. — Interférences dans le cas des grandes différences de marche. — Première méthode de MM. Fizeau et Foucault. — Deuxième méthode.

Réfracteurs interférentiels : — 1° Fresnel et Arago; — 2° M. Billet; — 3° Appareil de M. Jamin. — Compensateurs. — Divers résultats des expériences.

Diffraction. — Quantité de lumière envoyée en un point par une onde indéfinie. — Intégrales de Fresnel. — Cas d'une onde illimitée dans le sens des y. — Écran indéfini. — Étroite ouverture. — Écran linéaire. — Ouverture et écran circulaires.

INTERFÉRENCES DANS LA LUMIÈRE NON LIMITÉE. — La méthode que nous avons jusqu'à présent employée pour produire des franges consistait à disposer deux faisceaux très-voisins partant d'une fente étroite, et à les superposer ensuite après leur avoir fait parcourir des chemins peu différents. Mais on peut se dispenser de la fente étroite. Supposons qu'un ensemble quelconque de rayons partant du ciel ou d'un luminaire illimité rencontre la surface plane et polie d'une substance transparente, elle s'y divisera en deux groupes de rayons, les uns réfléchis, les autres réfractés. On pourra considérer ces rayons comme partant de la surface même, celle-ci comme étant la source éclairante, et dire que chacun de ses points envoie dans l'espace deux sortes d'ondes concordantes à leur départ. Admettons maintenant qu'avec des appareils convenables on produise deux images de la surface éclairante voisines, égales et parallèles (*fig.* 772), l'une BCEF avec les rayons réfléchis,

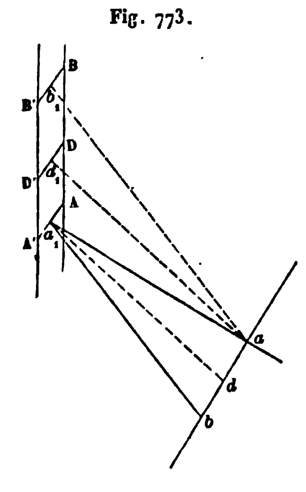
Fig. 772.



l'autre B′C′E′F′ avec les rayons réfractés, après leur avoir fait parcourir des chemins égaux : je dis qu'on verra des franges.

En effet, menons par les images A, A′ d'un même point un plan normal à BCEF et à B′C′E′F′; prenons-le pour plan du tableau (*fig.* 773). Tous les points qui se projettent en A et en A′ seront deux à deux les images concordantes d'un point unique, et leur ensemble agira comme les deux bandes éclairantes voisines, parallèles et concordantes dans l'expérience des deux miroirs. Élevons sur le milieu de AA′ un plan $a_1 d$ normal à la figure et à AA′; il se formera sur l'écran une bande centrale brillante en d, et des franges obscures en a et b,.... Menons ad_1 et ab_1 parallèles à $a_1 d$ et à $a_1 b$. Les groupes de points DD′, BB′ détermineront, par la même raison, les premiers une frange brillante et les seconds une frange obscure en a; elles se superposeront, et l'écran aura dans tous ses points tels que a un éclat uniforme.

Fig. 773.

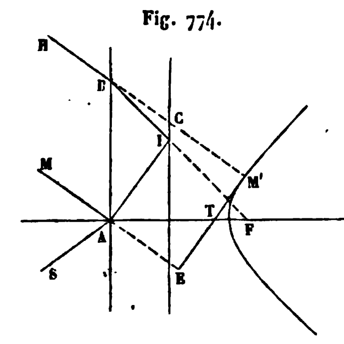


Mais si on perce en a un trou étroit, et qu'on ait un second écran derrière ce trou, les franges émises par les groupes de points AA′, DD′, BB′,... se sépareront et se peindront sur le prolongement des lignes $a_1 a$, $d_1 a$, $b_1 a$,.... On les verra de même à l'œil nu, parce que la pupille placée en a limite le faisceau comme le fait une étroite ouverture. Ces franges peuvent se projeter comme celles des interférences.

INTERFÉRENCES PAR LES LAMES MINCES. — Il nous reste à dire comment on réalisera expérimentalement ces conditions. Nous citerons deux procédés. Le premier est dû à Newton. Soit en ABC (*fig.* 774) une lame d'air très-mince d'épaisseur e comprise entre deux verres. Un rayon SA se réfléchira en AM, se réfractera suivant AI, se réfléchira suivant IB, et enfin sortira en BH parallèlement à AM. Nous avons démontré que BH est dans les mêmes conditions que s'il partait du point M′

situé dans le verre, sur une hyperbole dont le foyer est en F, à une distance $AF = c = 2e$, dont le centre est en A, et telle que $\frac{c}{a} =$ l'indice n du verre. En résumé, le point A de la surface éclairante donne un premier groupe de rayons tels que AM partant de A, un second groupe BH partant de M'; ils interféreront, et leur différence de marche se trouvera en menant la tangente à la courbe en M' et la prolongeant jusqu'à la rencontre de AM; elle sera AE. Or

Fig. 774.



$$AE = AT \cos r = \frac{a^2}{x'} \cos r,$$

et en remplaçant $\cos r$ par sa valeur tirée des équations de la page 398, on trouve

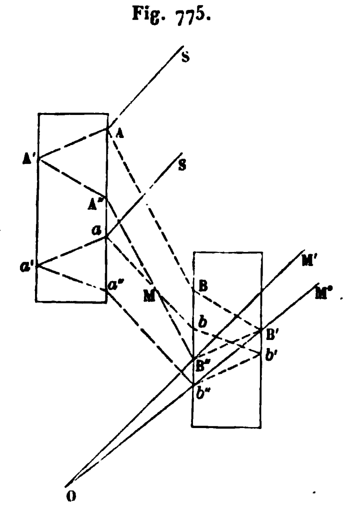
$$AE = \frac{c}{a} 2e \cos i,$$

ce qui exprime la différence des chemins parcourus dans le verre. Pour avoir sa valeur dans l'air, il faut la multiplier par $\frac{a}{c}$; dès lors cette différence sera équivalente à une épaisseur d'air égale à $2e \cos i$. Nous reviendrons dans la suite sur ce même sujet; pour le moment, contentons-nous de dire qu'on réalisera les conditions de cette expérience en posant sur un verre plan une lentille d'un grand rayon. A partir et en s'éloignant du point de contact, l'épaisseur e croît depuis zéro jusqu'à de grandes valeurs; la différence de marche devient successivement égale à des multiples pairs ou impairs de $\frac{\lambda}{2}$, et l'on voit des anneaux colorés alternativement brillants et obscurs autour du centre.

INTERFÉRENCES DES PLAQUES ÉPAISSES. — Je citerai comme deuxième exemple une disposition expérimentale que j'ai

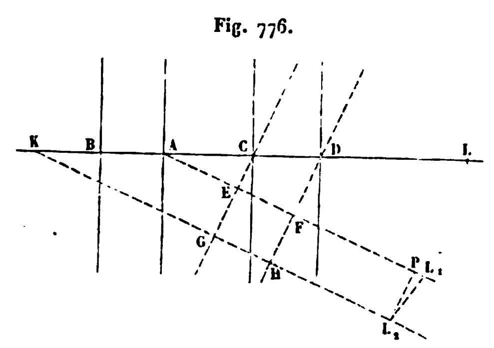
réalisée et dont nous ferons des applications ultérieures. Deux lames de verre AA′A″, BB′B″, épaisses, à faces parallèles et tirées d'un même morceau, sont placées en face l'une de l'autre à une distance quelconque (*fig.* 775); elles sont étamées à leur face postérieure. Les rayons tels que SA se partagent au point A en deux faisceaux, l'un réfléchi AB, l'autre réfracté AA′. Celui-ci revient en A″B″O, celui-là en BB′B″O, et il est clair que si les deux glaces sont rigoureusement égales et parallèles, les deux rayons se superposent en B″O après avoir parcouru des espaces égaux. Partis concordants et superposés, ils se retrouvent concordants et superposés.

Fig. 775.



Pour simplifier l'explication, supposons que l'appareil soit réduit à quatre surfaces réfléchissantes d'épaisseur nulle, ou que l'indice des deux glaces employées ne diffère point de celui de l'air (*fig.* 776). Représentons une section des deux

Fig. 776.



lames faite par un plan perpendiculaire au plan d'incidence, et considérons le point A, où le rayon incident se dédouble, comme étant le point lumineux. Si les deux lames sont exactement parallèles, les rayons réfléchis à la première sur-

face de AB et à la deuxième de CD donnent une image en L à une distance $DL = AC + CD = d + e$. Ceux qui se réfléchissent à la deuxième surface B et ensuite à la première C forment une première image K à une distance $d + 2e$ de C, et une seconde derrière C à une distance $d + 2e - e$ de D; elle est confondue avec L.

Supposons que les glaces soient verticales et que le plan d'incidence ABCD soit d'abord horizontal (*fig.* 776), puis qu'ensuite on fasse tourner la deuxième glace CD d'un angle α autour de l'horizontale C, les deux images L se dédoubleront en L_1 et L_2; on aura

$$FL_1 = FA = e + d\cos\alpha,$$
$$HL_2 = GL_2 - e = GK - e = (d + 2e)\cos\alpha - e.$$

En menant L_2P parallèle à la deuxième glace,

$$L_2P = GE = 2e\sin\alpha,$$
$$L_1P = FL_1 - HL_2 = 2e(1 - \cos\alpha) = 4e\sin^2\frac{\alpha}{2},$$
$$\text{tang}\, PL_2L_1 = \frac{PL_1}{PL_2} = \text{tang}\,\frac{\alpha}{2}.$$

Or, comme l'angle α sera toujours très-petit, on peut dire que si l'on fait tourner la deuxième glace autour d'une ligne horizontale, les images L_1 et L_2 d'un même point A se sépareront, mais resteront sur une ligne verticale. Par conséquent on aura des franges horizontales d'autant plus serrées que les glaces seront plus inclinées, et qui s'étaleront jusqu'à l'infini quand les lames arriveront au parallélisme. L'expérience réalise ces conditions; seulement, comme le travail des lames est imparfait, les franges se déforment aussitôt qu'on les élargit au delà d'une certaine limite.

Lorsque les franges seront visibles et horizontales, il suffira de faire tourner une des glaces autour d'un axe vertical pour déplacer les bandes parallèlement à elles-mêmes. On les verra s'élever ou s'abaisser suivant que le mouvement de la glace se fera dans un sens ou dans l'autre. La théorie de ce déplacement se trouve aisément en considérant la situation que prennent les deux images de A. Nous ferons connaître bientôt la disposition des appareils.

INTERFÉRENCES AVEC DE GRANDES DIFFÉRENCES DE MARCHE. — Quelque procédé qu'on emploie pour produire des interférences, on ne voit jamais qu'un petit nombre de bandes. En effet, il y aura, en un point donné de l'écran, une frange obscure ou brillante si le quotient de la différence de marche $d - d'$ des rayons interférents par la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ est un nombre entier impair ou pair. Or, si $d - d'$ est grand, le quotient $\frac{2(d - d')}{\lambda}$ est un nombre entier pair pour un grand nombre de valeurs différentes de λ, et il y a, au point considéré, autant de franges brillantes superposées qui reproduisent une teinte sensiblement blanche, mais dans laquelle manquent toutes les couleurs pour lesquelles le quotient est impair, et qui donnent des franges obscures au point examiné.

PREMIÈRE MÉTHODE. MM. FIZEAU ET FOUCAULT. — De cette observation découle un procédé imaginé par MM. Fizeau et Foucault pour observer les interférences produites par une grande différence de marche. Plaçons au point considéré une fente étroite et recevons sur un prisme la lumière qu'elle laisse passer. Nous produirons un spectre virtuel que nous observerons avec une lunette. Il est clair qu'il contiendra toutes les couleurs qui donnaient une frange brillante, et qu'on n'y verra point celles qui déterminaient une frange obscure sur le lieu où est placée la fente, c'est-à-dire pour lesquelles on a

$$2\frac{d - d'}{\lambda} = 2n + 1.$$

Pour faire l'expérience, MM. Fizeau et Foucault placent d'abord la fente sur la frange centrale donnée par les deux miroirs : le prisme montre alors un spectre complet; puis ils font mouvoir parallèlement à lui-même, et au moyen du micromètre CBA (*fig.* 764), le miroir NO. Les franges se déplacent en même temps, et chacune d'elles vient successivement occuper le milieu de la fente. Aussitôt que la première frange obscure y pénètre, on voit une bande obscure envahir le violet du spectre et marcher vers le rouge, puis la seconde lui succède, qui fait le même trajet; mais bientôt deux franges se

voient à la fois dans la série des couleurs; ensuite il y en a trois; leur nombre augmente peu à peu; elles finissent par être très-rapprochées et très-serrées, mais on les sépare de plus en plus en multipliant le nombre des prismes.

Supposons que deux franges obscures se voient en deux points déterminés du spectre, sur deux raies connues dont les longueurs d'onde soient λ et λ'. Cela veut dire que les quotients de $d - d'$ par $\frac{\lambda}{2}$ et par $\frac{\lambda'}{2}$ sont des nombres entiers et impairs, mais qui sont inconnus; posons

$$\frac{2(d-d')}{\lambda} = n, \quad \frac{2(d-d')}{\lambda'} = n',$$

d'où

$$n\lambda = n'\lambda';$$

entre ces deux raies il y a N bandes obscures qu'on peut compter : c'est la différence entre n' et n,

$$N = n' - n = \frac{n\lambda}{\lambda'} - n = n\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'},$$

d'où

$$n = N\frac{\lambda'}{\lambda - \lambda'}, \quad n' = N\frac{\lambda}{\lambda - \lambda'}.$$

Connaissant n et n', on pourra calculer $d - d'$.

Cette méthode a permis de voir des franges après une différence de marche égale à 40000 longueurs d'onde du violet.

Deuxième méthode. — Une autre méthode qui vient plus naturellement à l'esprit consiste à annuler la dispersion en employant une source de lumière simple.

Brewster a remarqué que la lampe alimentée par l'alcool salé émet une lumière jaune sensiblement homogène. Depuis lors on a reconnu qu'elle donne un spectre composé de deux bandes voisines étroites qui ne diffèrent que d'un angle de 16 secondes à travers un prisme de flint de 60 degrés. A la rigueur c'est une source composée de deux lumières distinctes, mais de réfrangibilités si voisines qu'elles sont presque confondues.

Elle avait été utilisée déjà par MM. de la Provostaye et

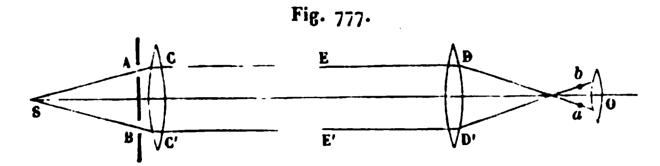
Desains dans l'étude qu'ils ont faite des anneaux colorés. M. Fizeau vient d'en perfectionner l'usage. Ayant placé un plan de verre horizontalement, il en approcha parallèlement une lentille qui était portée par une vis micrométrique; en éclairant le tout avec la lampe d'alcool salé, il vit une nombreuse succession d'anneaux. Quand il soulevait la lentille, ils se rapprochaient du centre où ils venaient successivement disparaître; mais il en naissait aussitôt d'autres sur les bords qui prenaient la place de ceux qui avaient disparu.

Après en avoir compté cinq cents, et en continuant d'écarter la lentille, il les vit devenir moins nets, disparaître en totalité, puis se reproduire et reprendre leur première netteté vers le nombre mille. Cela n'est point difficile à expliquer. Chacune des deux lumières jaunes du faisceau éclairant développe son système d'anneaux. Ils sont confondus pour une petite différence de marche; quand elle augmente ils se séparent, et il arrive un moment où les anneaux obscurs de l'une des lumières coïncident avec les brillants de l'autre. Dans ce cas, les alternatives de lumière et d'obscurité sont effacées. Mais si à partir de cet instant la différence de marche continue de croître et devient double, la concordance des franges se rétablit et ramène leur netteté primitive. M. Fizeau compta jusqu'à cinq alternatives successives et rendit visibles des différences de 50000 ondulations, ce qui répond à une épaisseur d'air supérieure à 15 millimètres.

RÉFRACTOMÈTRES INTERFÉRENTIELS. — Après avoir disposé des franges d'interférence au moyen d'un biprisme, plaçons contre un des prismes, en CO (*fig.* 767), une lame très-mince de mica. Comme la lumière marche moins vite dans le mica que dans l'air, le faisceau CBO est retardé, et il y aura un point M auquel les rayons émanant de A et de B arriveront après des temps égaux : ce sera le centre des franges, et tout le système se sera transporté vers le côté où la lame mince est placée. Plus l'indice et l'épaisseur de cette lame seront grands, plus le déplacement sera considérable; et si on connaît l'épaisseur et le déplacement, on pourra calculer l'indice. Cette expérience, exécutée d'abord par Fresnel et Arago, a été l'origine d'une série d'appareils nommés *réfracteurs interférentiels*.

Fresnel et Arago éclairaient par une fente étroite S deux ouvertures voisines A et B (*fig.* 777); une lentille CC′ rendait les deux faisceaux de lumière parallèles à l'axe, et on les recevait sur une lunette composée d'un objectif DD′ qui donnait deux images *a* et *b*, et d'une loupe O qui, faisant converger sur la rétine les rayons partis de *a* et de *b*, développait les franges. Dans l'espace laissé libre entre CC′ et DD′ on peut mettre soit des tubes contenant des gaz, soit des lames de divers indices.

Fig. 777.



L'inconvénient de cet appareil est de ne point permettre un grand écartement des rayons. M. Fizeau y a remédié en interposant : 1° deux lames M et N à travers lesquelles ces rayons se séparent (*fig.* 778); 2° deux autres lames M′, N′ égales en épaisseur aux premières, inclinées du même angle qu'elles, mais en sens inverse, et ramenant les rayons dans les directions E_1, E'_1, c'est-à-dire dans les mêmes conditions où ils étaient précédemment.

Fig. 778.

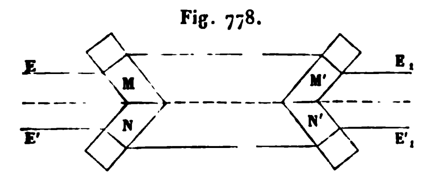
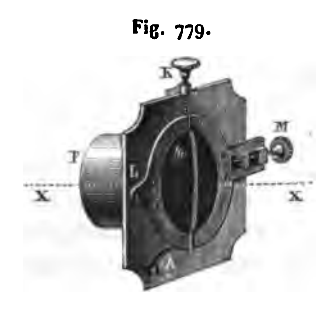


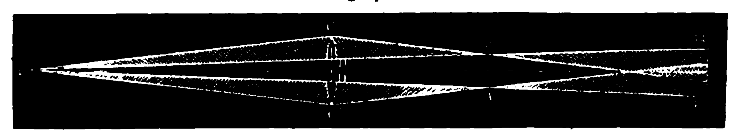
Fig. 779.



M. Billet reçoit la lumière partant d'une fente étroite sur les deux moitiés d'une lentille coupée en deux (*fig.* 779). On

peut les écarter ou les rapprocher à volonté en faisant mouvoir la première par le micromètre M, et on rend leurs bords parallèles en faisant tourner la seconde autour d'un axe L par une vis K. Le point lumineux L (*fig.* 780) donne deux

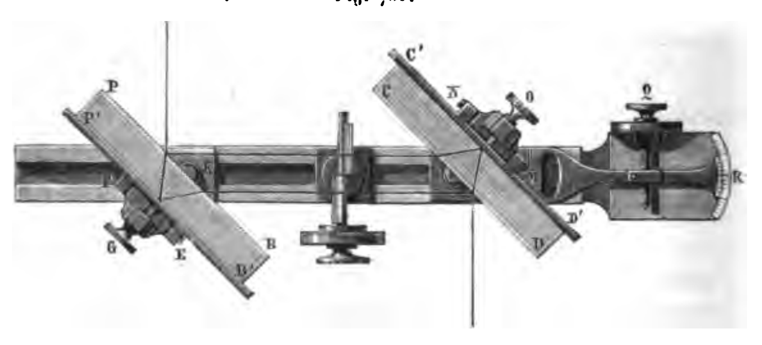
Fig. 780.



images B et A, toutes deux situées sur l'axe optique qui a été séparé en deux lignes LD', LD, et les rayons qui continuent leur chemin se superposent sur l'écran en EH. L'écartement de ces images est très-considérable et on peut aisément faire passer les deux groupes de rayons interférents à travers deux lames dont on veut connaître l'effet.

APPAREIL DE M. JAMIN. — Cet instrument, représenté *fig.* 781, se compose de deux glaces épaisses et parallèles portées sur

Fig. 781.



une coulisse ou sur le banc d'optique de manière à pouvoir s'écarter ou se rapprocher à volonté. La première PB, inclinée à 45 degrés, est fixe, elle reçoit la lumière qui vient soit du ciel, soit d'une source large ; elle la renvoie sur la seconde CD. Celle-ci peut d'abord tourner autour d'un axe horizontal MN par le jeu d'une vis O qui sert à placer la surface verticalement. Tout le support se meut ensuite autour d'un axe vertical L.

Une alidade R mesure son déplacement sur un arc de cercle. Par ce second mouvement on rend les glaces parallèles et on voit à l'œil nu les franges apparaître dans le champ de vision; en touchant à la vis O on ne les déplace point, mais on les resserre ou on les élargit à volonté. Au contraire, les déplacements de l'alidade par le micromètre Q transportent les franges vers le haut ou vers le bas dans le champ de vision. Il en sera de même de toute cause qui changera la vitesse de l'un des deux rayons interférents.

Ces deux rayons sont écartés proportionnellement à l'épaisseur des glaces. On peut placer deux tubes dans le trajet de chacun d'eux et le mouvement des franges accuse aussitôt les différences de vitesse de la lumière. L'appareil peut donc être employé comme tous les autres réfracteurs; mais il offre un avantage spécial que je vais faire connaître : lorsqu'on place un obstacle vertical en M entre les deux glaces (*fig.* 775, p. 538), il intercepte le rayon qui était réfléchi en *a* à la première surface de la première lame, et en *b'* à la deuxième surface de la seconde glace. L'œil placé en O voit l'objet M suivant OM"; M intercepte encore le rayon AA'A"B"O et il est vu suivant OM'. Ces deux images M' et M" paraissent comme deux ombres pâles et ne contiennent point de franges, puisque dans leurs directions il n'y a qu'un seul des rayons interférents; mais entre elles et en dehors d'elles les franges se montrent et les coupent à angle droit.

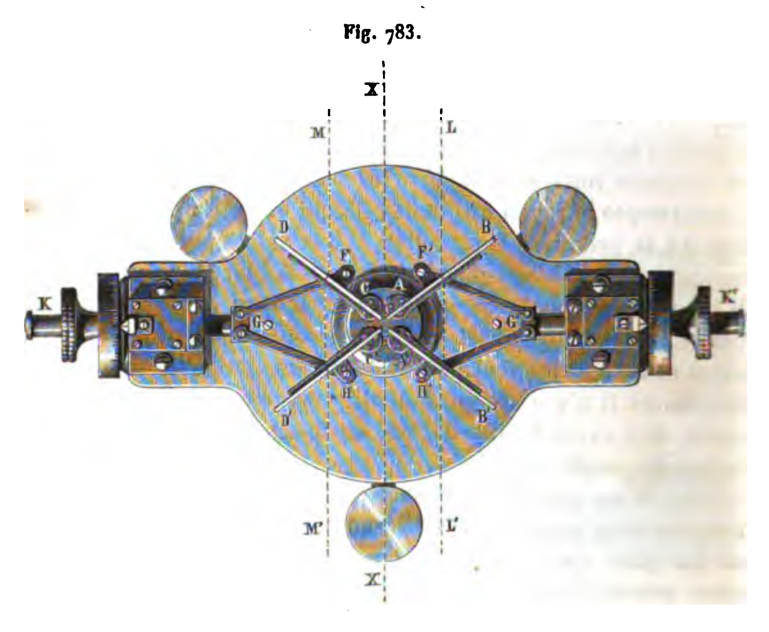
Admettons que l'on ait échauffé l'obstacle M, la vitesse de la lumière sera augmentée en rasant sa surface, alors le rayon *ab* ira plus vite que *a"b"*, les franges seront déplacées et elles auront baissé dans le voisinage de l'ombre M". Mais, d'autre part, AB ira plus lentement que A"B" et les franges auront monté autour de M'. Leur aspect sera celui que donne la *fig.* 782, *Pl. V*.

Tous les changements de densité qui se produiront au voisinage de M se traduiront par cette déformation caractéristique des franges, et réciproquement, lorsque cette déformation se voit, on en conclut ces changements de densité. C'est ainsi que l'on peut rendre sensible toute action chimique au contact d'un solide et d'un liquide, et que l'on voit une solution magnétique se concentrer au pôle d'un aimant.

Quand un cristal se nourrit dans sa propre solution, il attire le sel, et les franges se courbent à sa surface (*fig.* 782); mais bientôt l'aspect change et devient inverse, parce que la solution s'appauvrit au contact du cristal ou parce qu'en se solidifiant elle dégage de la chaleur.

COMPENSATEURS. — Dans tous ces appareils, il faut mesurer le déplacement des franges, ce qui exige un instrument nommé compensateur. Le premier qui a été imaginé par Fresnel (*fig.* 783) se compose de quatre lames à faces parallèles et

Fig. 783.

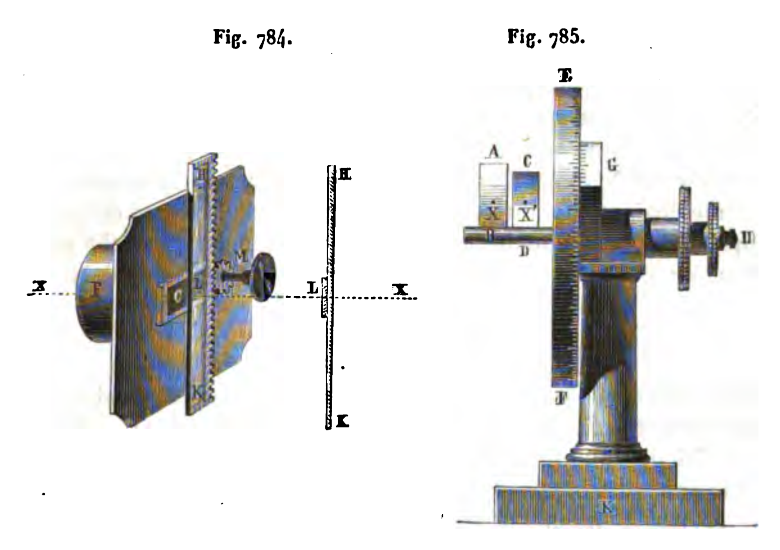


d'égale épaisseur. Les deux premières, AB, A'B', également inclinées sur l'un des rayons interférents LL', le retardent dans sa marche sans changer sa direction; elles se meuvent au moyen d'un parallélogramme articulé mobile par un micromètre K'. Les deux autres, CD, C'D', qui sont disposées de la même manière, retardent l'autre rayon MM'. Supposons que deux tubes remplis de gaz différents ou d'un même gaz, à diverses pressions, aient été placés dans le trajet des rayons LL', MM', les franges auront été déplacées, mais il est facile

de les ramener à leur position première en faisant mouvoir les lames du compensateur, de manière à leur imprimer un déplacement égal et inverse, et si l'on a gradué l'instrument, on connaît le déplacement qu'il fallait mesurer.

Un second compensateur (*fig.* 784) est formé par la juxtaposition de deux lames normales au rayon, l'une C est à faces parallèles, l'autre est double. Celle-ci est composée d'une petite plaque L, et d'une plus grande HK, qui sont taillées toutes deux sous la forme de prismes d'un angle égal et très-petit, et superposées dans une position inverse. Leur ensemble constitue donc une lame parallèle, mais dont l'épaisseur augmente ou diminue quand on fait manœuvrer HK par un bouton M.

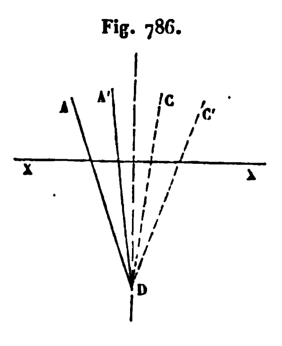
Fig. 784. Fig. 785.



Je me suis servi avec avantage d'une plus simple disposition : deux lames AB, CD (*fig.* 785) sont fixées par une arête commune sur l'axe horizontal d'un cercle divisé EF. Elles font entre elles un angle très-petit et constant, et reçoivent chacune en X et en X′ les deux rayons qui doivent interférer. Quand on les incline d'un mouvement commun elles déplacent les franges. En effet, si étant d'abord en AD, CD (*fig.* 786) on les amène en A′D, C′D, le retard diminue pour la première lame et augmente pour la seconde, et cette action continue si le

système continue sa rotation. Cet appareil offre ce grand avantage qu'on peut diminuer ou augmenter à volonté l'angle des glaces, et par là régler la sensibilité de l'instrument. En second lieu, l'expérience prouve qu'une fois installé, il donne un déplacement des franges à peu près proportionnel à l'angle dont on le fait tourner. Il serait facile de calculer le retard introduit par l'interposition de ces divers compensateurs, mais il vaut mieux les graduer par l'expérience, ce qui n'offre aucune difficulté.

Fig. 786.



On a fait un grand nombre de recherches avec ces appareils: celle qui se présente naturellement est relative à la mesure des indices. Interposons en effet, dans l'un des deux faisceaux, une lame d'épaisseur e et d'indice n. Nous verrons les franges reculer de N rangs. En effet, les deux rayons traversent la même épaisseur e, l'un dans l'air, l'autre dans la lame; celle-ci équivaut à une couche en d'air. La différence de marche est donc $en - e = e(n-1)$; elle équivaut à N franges ou à $N\lambda$:

$$e(n-1) = N\lambda.$$

Cette équation servira à mesurer l'indice n. C'est ainsi que j'ai comparé à l'indice de l'air celui de divers gaz; les résultats que j'ai obtenus ne diffèrent point sensiblement de ceux que Dulong avait trouvés. Arago et Fresnel avaient essayé de comparer par le même procédé l'air sec et l'air humide, et ils avaient reconnu que ce dernier est moins réfringent. J'ai repris cette expérience avec deux tubes de 3 mètres de longueur; l'un contenait de l'air sec, l'autre de l'air qui s'était chargé d'une quantité connue d'humidité en passant dans des tubes contenant les mélanges d'acide sulfurique et d'eau qui avaient servi à M. Regnault pour la graduation de l'hygromètre de Saussure. Toutes les expériences ont donné pour indice normal de la vapeur d'eau, supposée à zéro et à 760, le nombre 1,000261. Ce nombre est très-peu différent de l'indice de l'air dans les mêmes conditions. Il en résulte que, si l'on compare

l'indice de l'air saturé à celui de l'air sec à la température de 20 degrés, on trouve une différence égale à 0,000000720. Elle est trop faible pour qu'on puisse s'en apercevoir et qu'on doive en tenir compte.

J'ai mesuré, par le même procédé, l'indice de l'eau échauffée ou refroidie. A t degrés cet indice est

$$n = n_0 - 0{,}000\,012\,573\,t - 0{,}000\,001\,929\,t^2;$$

il diminue continûment à mesure que la température augmente, et il n'y a aucun changement particulier quand l'eau atteint et dépasse son maximum de densité.

Lorsque les deux tubes contiennent de l'eau à la même température, mais inégalement comprimée, il y a une différence de marche très-notable. On peut la mesurer et en déduire l'indice de réfraction n' de l'eau comprimée. J'ai trouvé que la puissance réfractive était toujours proportionnelle à la densité. Si on désigne par n et n' les indices de l'eau sous des pressions 760 et P, et par μ le coefficient de compressibilité, la densité variera dans le rapport de 1 à $1 + \frac{\mu P}{760}$, et on aura la relation

$$\frac{n'^2 - 1}{n^2 - 1} = 1 + \frac{\mu P}{760}.$$

Si donc on a mesuré n et n', on peut calculer le coefficient de compressibilité μ du liquide. Mes expériences ont reproduit exactement les nombres qui avaient été trouvés par Wertheim et par M. Grassi.

M. Fizeau s'est servi des franges pour mesurer la dilatation d'un grand nombre de corps cristallisés bien définis ou rares. Il place un petit trépied sur un plan de verre, et sur le trépied une lentille. Il fait tomber sur ce système la lumière de la lampe monochromatique, et obtient des anneaux par la réflexion de la lumière entre le plan de verre et la surface inférieure de la lentille. Quand la température change, les anneaux se déplacent d'un certain nombre d'ordres, parce que le trépied se dilate. Tout changement d'une frange correspond à une dilatation égale à λ ou à $0^{m},000\,589$. On mesure ainsi la dilatation du trépied; ensuite on fixe au-dessous la lame polie et à faces parallèles dont on veut obtenir la di-

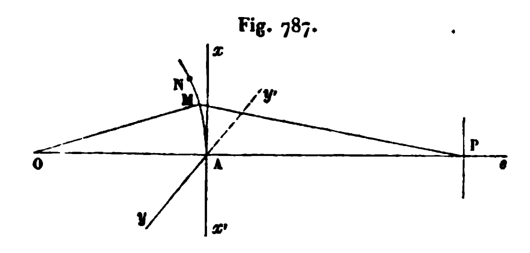
latation; les anneaux se produisent entre sa surface supérieure et la lentille. En échauffant le système, ces anneaux se déplacent par l'effet de la différence entre la dilatation du trépied et celle de la lame. On peut donc mesurer celle-ci.

M. Fizeau a pu montrer ainsi qu'un cristal de spath se dilate dans la direction de son axe et se contracte dans le sens normal quand on le chauffe. Par conséquent il se rapproche de la forme cubique. En même temps les indices de réfraction croissent de 0 à 100 degrés, savoir : le rayon ordinaire de 0,0000565 et le rayon extraordinaire de 0,00108. Celui-ci se rapproche donc du rayon ordinaire et la double réfraction diminue. Le quartz offre un résultat différent : la dilatation, loin de le rapprocher de la forme cubique l'en éloigne, et néanmoins sa double réfraction diminue.

DIFFRACTION.

QUANTITÉ DE LUMIÈRE ENVOYÉE EN UN POINT PAR UNE ONDE SPHÉRIQUE. — Nous avons fait remarquer, tout en commençant ce Cours, que les lois de la propagation de la lumière se modifient profondément quand elle rase les bords d'obstacles interposés dans son trajet. On a donné le nom de *diffraction* aux phénomènes qui se produisent alors. Avant de les aborder, essayons d'exprimer mathématiquement l'intensité du mouvement lumineux envoyé en un point P par une source O (*fig.* 787); pour cela, supposons que le mouvement arrive

Fig. 787.



d'abord sur une sphère de rayon a passant par A; considérons un élément superficiel MN de cette sphère, et exprimons la vitesse vibratoire qu'il transmet au point P.

1° Tous les points de MN enverront en P des vitesses paral-

lèles qui s'ajouteront, et dont la résultante sera proportionnelle à l'étendue de MN ou à $dx\,dy$.

2° Les vitesses dont sont animés les divers points de l'élément MN sont en raison inverse de sa distance au point O; on peut les représenter par $\frac{1}{a}$; et comme les points de MN sont des centres d'émanation par rapport à P, les vitesses qu'ils envoient en P seront en raison inverse de PM. Nous supposerons que M est assez rapproché de A pour que PM soit sensiblement égal à AP ou à b; alors la vitesse vibratoire en P est proportionnelle à $\frac{dx\,dy}{ab}$.

3° Il est évident *à priori* que ces vitesses dépendront de l'obliquité des directions MP. Mais, comme dans les phénomènes que nous allons considérer cette obliquité est négligeable, nous ne tiendrons aucun compte de cette cause de variation.

Avant d'arriver au point P, le rayon OMP a parcouru le chemin OM + MP; exprimons la longueur de ce chemin en supposant que la sphère décrite avec le rayon OA est confondue avec le plan xy.

$$\begin{aligned} OM + MP &= \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AM}^2} + \sqrt{\overline{AP}^2 + \overline{AM}^2} \\ &= \sqrt{a^2 + x^2 + y^2} + \sqrt{b^2 + x^2 + y^2} \\ &= a + b + \frac{a+b}{2ab}(x^2 + y^2). \end{aligned}$$

Alors la vitesse transmise en P dans la direction OMP sera

$$v = \frac{dx\,dy}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{a+b}{\lambda} - \frac{a+b}{2ab\lambda}(x^2 + y^2)\right].$$

En retranchant de la phase la quantité constante $\frac{a+b}{\lambda}$ et en posant, pour abréger, $\frac{a+b}{2ab\lambda} = \frac{c}{4}$,

$$v = \frac{dx\,dy}{ab} \sin 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{c}{4}(x^2 + y^2)\right].$$

Si nous développons le sinus,

$$
\begin{aligned}
v &= \frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\frac{t}{T} \\
&- \frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\cos 2\pi\frac{t}{T} \\
&= \frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\frac{t}{T} \\
&+ \frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right).
\end{aligned}
$$

Pour avoir la somme des vitesses envoyées en P par tous les éléments tels que MN, en supposant qu'elles soient toutes parallèles, il faut intégrer entre les limites qui seront déterminées par chaque cas particulier, et on aura

$$
\begin{aligned}
V &= \left[\int\!\!\int\frac{dx\,dy}{ab}\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]\sin 2\pi\frac{t}{T} \\
&+ \left[\int\!\!\int\frac{dx\,dy}{ab}\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right).
\end{aligned}
$$

Cette vitesse V se composera donc de deux rayons différant de $\frac{\lambda}{4}$. Pour avoir l'intensité de la lumière résultante, il faudra, d'après la règle de Fresnel (p. 528), faire la somme des carrés des intégrales qui représentent les amplitudes, et la tangente de l'anomalie sera exprimée par le rapport de la dernière intégrale à la première; on aura pour l'intensité

$$
\begin{aligned}
I &= \frac{1}{a^2b^2}\left[\int\!\!\int dx\,dy\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]^2 \\
&+ \frac{1}{a^2b^2}\left[\int\!\!\int dx\,dy\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)\right]^2,
\end{aligned}
$$

et pour l'anomalie

$$
\operatorname{tang}\varphi = \frac{\int\!\!\int dx\,dy\sin\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)}{\int\!\!\int dx\,dy\cos\frac{\pi}{2}c(x^2+y^2)}.
$$

En désignant par M et N la première et la deuxième intégrale double, on a, puisque x et y sont séparées,

$$M = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cy^2$$
$$-\frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cy^2.$$
$$N = \frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cy^2$$
$$+\frac{1}{c}\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\int dy\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cy^2.$$

Si on remplace cx^2 ou cy^2 par v^2 et dx ou dy par $\frac{dv}{\sqrt{c}}$, il est clair que la question sera ramenée à chercher entre des limites convenables la valeur des deux intégrales

$$A = \int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2, \quad B = \int dv\sin\frac{\pi}{2}v^2.$$

Nous devons donc, avant d'aborder l'étude des cas particuliers, nous occuper de ces intégrales. On sait qu'entre les limites $-\infty$ et $+\infty$ elles deviennent égales entre elles et à l'unité, mais on ne connaît pas leurs valeurs générales. On est donc obligé de les calculer par des méthodes détournées et par approximation. Nous nous contenterons de donner la solution de Fresnel.

Posons

$$v = i + u,$$

i étant une constante et u une variable assujettie à prendre une valeur très-petite ;

$$A = \int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du\cos\frac{\pi}{2}(i^2+2iu+u^2).$$

On pourra négliger u^2, et l'intégrale deviendra

$$\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int du\cos\frac{\pi}{2}i^2\cos\pi iu - \int du\sin\frac{\pi}{2}i^2\sin\pi iu,$$

ce qui est intégrable et donne

$$A = \int dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \sin \frac{\pi}{2} i(i + 2u).$$

Nous calculerons cette intégrale entre des limites de v égales à i et $i + u$, c'est-à-dire entre des limites de u égales à o et u; ce qui donnera

$$A = \int_i^{i+u} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \left[\sin \frac{\pi}{2} (i^2 + 2iu) - \sin \frac{\pi}{2} i^2 \right].$$

En faisant successivement $i = 0, 0{,}1, 0{,}2, 0{,}3, \ldots$, et donnant à u une valeur invariablement égale à 0,1, on calculera la valeur de l'intégrale entre les limites de v

o et 0,1, 0,1 et 0,2, 0,2 et 0,3, ...

En faisant la somme des résultats on aura les valeurs de A entre les limites

o et 0,1, o et 0,2, o et 0,3, ...

On trouve de la même manière pour la deuxième intégrale

$$B = \int_i^{i+u} dv \sin \frac{\pi}{2} v^2 = \frac{1}{\pi i} \left[- \cos \frac{\pi}{2} (i^2 + 2iu) + \cos \frac{\pi}{2} i^2 \right],$$

et on la calcule de la même manière.

Voici quelques-uns des résultats de la Table calculée par Fresnel (*Annales de Chimie et de Physique*, t. II, p. 289). On y verra : 1° que les deux intégrales A et B passent par des minima et des maxima successifs quand v augmente; 2° que ces maxima et minima ne se correspondent point dans toutes les deux; 3° que les différences entre les valeurs numériques des maxima et des minima consécutifs diminuent à mesure que les valeurs de v augmentent. Elles finiraient par devenir nulles.

Valeurs numériques des intégrales

$$A = \int dv \cos \frac{\pi}{2} v^2, \quad B = \int dv \sin \frac{\pi}{2} v^2.$$

Limites des intégrales de $v = 0$ à $v =$	A	B
0,1	0,0999	0,0006
0,2	0,1999	0,0042
0,3	0,2993	0,0140
0,4	0,3574	0,0332
0,5	0,4923	0,0644
0,6	0,5811	0,1101
0,7	0,6587	0,1716
0,8	0,7230	0,2487
0,9	0,7651	0,3391
1,0	0,7803	0,4376
1,4	0,5439	0,7132
1,7	0,3245	0,5492
2,0	0,4886	0,3432
2,2	0,6367	0,4553
2,4	0,5556	0,6194
2,6	0,3895	0,5499
2,8	0,4678	0,3913
3,0	0,6061	0,4959
3,2	0,4668	0,5931
3,3	0,4061	0,5191
3,5	0,5328	0,4144
3,6	0,5883	0,4919
3,8	0,4485	0,5654
3,9	0,4226	0,4750
4,0	0,4986	0,4202

Connaissant ainsi un très-grand nombre de valeurs rapprochées de A et de B, on pourra les relier par une courbe continue qui servira à les déterminer pour toutes les valeurs de v. Cela suffit pour tout ce qui va suivre. Nous allons maintenant supposer que l'onde tangente en A (*fig.* 787) soit, ou bien entière, ou bien partiellement limitée par des écrans placés dans le plan xAy, et chercher la lumière envoyée en un point quelconque tel que P. Il suffira de calculer les deux intégrales

entre les valeurs de x et de y qui limitent l'onde xy dans chacun des cas particuliers qui se présenteront.

1° *Cas de l'onde entière.* — Si l'onde n'est point limitée et que son rayon soit assez grand pour qu'on puisse la considérer comme plane, les intégrales doivent être prises entre des limites de x et de y, et par suite de v, égales à $-\infty$ et à $+\infty$; alors A et B sont égales à l'unité et l'on a

$$M = 0, \quad N = \frac{2}{c} = \frac{2ab\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab\lambda}{a+b};$$

et l'intensité totale I devient

$$I = \frac{1}{a^2 b^2}(M^2 + N^2) = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Elle est indépendante du rayon a de l'onde considérée, ce qui devait être; elle est, de plus, en raison inverse du carré de la distance $a+b$, du point lumineux O et du point éclairé P, ce qui est la loi connue.

De plus on a

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{N}{M} = \infty, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Cela veut dire que la résultante des vitesses émises est en retard de $\frac{\lambda}{4}$ sur le rayon direct envoyé de O en P. Ce résultat n'a point été vérifié, et, en général, on ne s'est point occupé des variations de phase produites par la diffraction.

2° *Cas d'une onde illimitée dans le sens des y.* — Supposons que l'on intercepte l'onde par des écrans quelconques limitant les valeurs de x, mais dont les bords soient indéfinis et parallèles à y. Dans ce cas il faut intégrer par rapport à y entre $-\infty$ et $+\infty$, et l'on a

$$M = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 - \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

$$N = \frac{1}{c}\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2 + \int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right),$$

et

$$I = \frac{2}{a^2 b^2 c^2}\left[\left(\int dx\sqrt{c}\cos\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2 + \left(\int dx\sqrt{c}\sin\frac{\pi}{2}cx^2\right)^2\right].$$

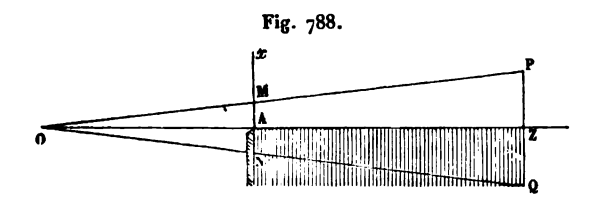
Supprimant le facteur constant et remplaçant cx^2 par v^2,

$$I = \left(\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 = A^2 + B^2.$$

Les intégrales devront être prises entre les limites déterminées par la forme particulière des écrans, et varieront dans les divers cas. Nous allons en examiner quelques-uns.

ÉCRAN INDÉFINI. — Si l'écran couvre toute la partie $yy'x'$ (*fig.* 787) et qu'il laisse passer la moitié supérieure $yy'x$ de l'onde, les phénomènes seront sensiblement les mêmes dans tous les plans sécants menés perpendiculairement à yy'. Considérons l'un d'eux, OAx (*fig.* 788), et cherchons la lumière

Fig. 788.



envoyée en P. Les intégrales devront être prises à partir de M, entre $x = 0$ et $x = \infty$, dans le sens Mx, d'une part : ce qui donnera $\frac{1}{2}$; puis entre $x = 0$ et $x = \text{MA}$ de l'autre. On aura

$$I = \left(\frac{1}{2} + \int_0^{\text{AM}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \int_0^{\text{AM}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

Or, comme, d'après la Table précédente, les intégrales prennent des valeurs périodiquement croissantes et décroissantes quand v augmente, les valeurs de I offriront des maxima et des minima successifs. Pour les trouver, Fresnel s'est servi d'une formule d'interpolation que nous ne rapporterons pas. Mais on conçoit qu'en donnant successivement à v ou à AM$\sqrt{c}$ des valeurs croissant suivant une progression très-lente, de centième en centième par exemple, on pourra calculer les valeurs de I correspondantes, les construire graphiquement, et la courbe obtenue montrera les maxima et les minima. Le

tableau suivant fait connaître les valeurs de v pour lesquelles ont lieu ces maxima et ces minima, ainsi que les intensités I correspondantes.

	v	I
Premier maximum.......	1,2172	2,7413
Premier minimum.......	1,8726	1,5570
Deuxième maximum......	2,3449	2,3990
Deuxième minimum......	2,7392	1,6867
Troisième maximum......	3,0820	2,3022
Troisième minimum......	3,3913	1,7440
Quatrième maximum......	3,6742	2,2523
Quatrième minimum.....	3,9372	1,7783
Cinquième maximum.....	4,1832	2,2206
Cinquième minimum.....	4,4160	1,8014
Sixième maximum........	4,6369	2,1985
Sixième minimum........	4,8479	1,8185
Septième maximum......	5,0500	2,1818
Septième minimum......	5,2442	1,8317

Pour trouver sur l'écran ZP le lieu des franges, désignons AM par x, ZP par X, et nous aurons

$$\frac{X}{x} = \frac{a+b}{a}, \quad X^2 = x^2\frac{(a+b)^2}{a^2},$$

ou

$$X^2 = \frac{v^2}{c}\frac{(a+b)^2}{a^2} = \frac{v^2(a+b)b\lambda}{2a}.$$

En remplaçant v par la valeur qui correspond à un maximum ou à un minimum, on obtiendra sa distance X au bord de l'ombre géométrique Z. Comme la distance b ou AZ de l'écran est variable, remplaçons-la par Z, et nous aurons

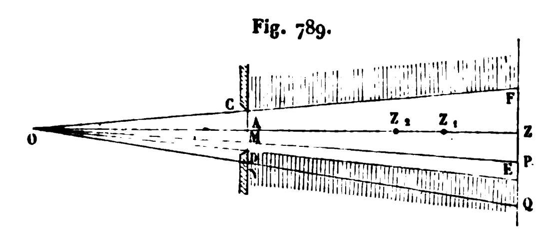
$$\frac{2a}{\lambda v^2}X^2 = aZ + Z^2.$$

C'est le lieu des points P. On voit que les franges se trouvent sur une hyperbole qui a l'un de ses sommets en A et l'autre en O, ce qui avait été reconnu depuis longtemps.

Fresnel a fait de très-nombreuses expériences pour vérifier cette théorie. Il plaçait en O une fente étroite verticale qui envoyait la lumière. A une distance a était fixée une lame

opaque AM terminée par un bord A parallèle à la fente. Pour déterminer la limite de l'ombre géométrique Z, Fresnel plaçait un peu plus loin (*fig.* 789) une autre lame C' semblable à la

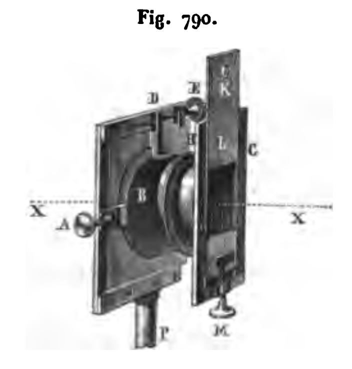
Fig. 789.



première. Les bords C et D étaient à une distance d assez grande pour que les deux systèmes de franges produits par chacun d'eux n'eussent aucune influence l'un sur l'autre. Dans ce cas l'espace éclairé EF est géométriquement égal à $d\frac{a+b}{a}$, les distances à E et à F de deux franges de même ordre sont X et l'intervalle qui les sépare est $d\frac{a+b}{a} - 2X$; on le mesurait et on en déduisait X.

La disposition des appareils est la même que dans l'expérience des deux miroirs. La fente se met sur la lanterne (*fig.* 675, *Pl. II*); la loupe avec laquelle on observe les franges glisse sur le banc (n° 5), et l'on fixe (n° 3), à la distance que l'on veut, le bord vertical qui limite le faisceau. La *fig.* 790

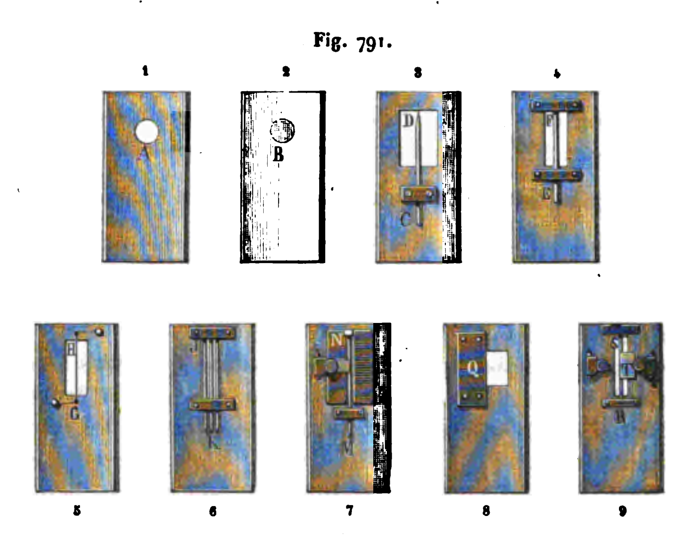
Fig. 790.



représente la pièce qui le supporte. B est un tube horizontal

que l'on peut déplacer horizontalement dans une coulisse par le micromètre A. Une vis latérale D permet de le faire tourner autour de l'axe XX. En HCM se place une ouverture rectangulaire dont les bords sont évidés en deux coulisses parallèles qui reçoivent et maintiennent des rectangles tels que KL. Ceux-ci peuvent donc être déplacés latéralement ou tourner autour de XX par le jeu des vis A et D; ils peuvent en outre être soulevés par une troisième vis M. On voit (*fig.* 791) une collection de rectangles de mêmes dimensions et qui peuvent

Fig. 791.



se placer en KL. Le n° 8, qui offre un bord vertical, peut servir à l'expérience qui nous occupe.

Nous donnons, dans le tableau suivant, les positions observées et calculées du 5e minimum quand on fait varier les distances *a* et *b*. Elles ont été calculées en remplaçant *v* par la valeur 4,4160 dans la formule

$$X^2 = \frac{(a+b)b\lambda}{2a}(4,4160)^2.$$

On verra que l'accord entre l'expérience et le calcul est aussi complet que possible.

CINQUIÈME MINIMUM. — *Frange obscure donnée par un écran indéfini.*

a	*b*	X observé.	X calculé.	Différence.
m	m	mm	mm	mm
0,1000	0,7985	6,68	6,68	0,00
0,1985	0,6370	4,06	4,08	+ 0,02
0,2020	0,6400	4,07	4,07	0,00
0,5100	0,1100	0,91	0,91	0,00
»	0,5010	2,49	2,49	0,00
»	1,0050	4,31	4,31	0,00
1,0110	0,1160	0,90	0,90	0,00
»	0,5020	2,15	2,16	+ 0,01
»	0,9960	3,51	3,51	0,00
»	2,0100	6,10	6,11	+ 0,01
2,0080	0,1180	0,87	0,88	+ 0,01
»	0,9990	3,03	3,05	+ 0,02
»	2,9980	6,80	6,82	+ 0,02
4,5070	0,1310	0,92	0,92	0,00
»	1,0180	2,80	2,79	— 0,01
»	2,5060	4,90	4,93	+ 0,03
6,0070	0,1170	0,85	0,86	+ 0,01
6,0070	0,9990	2,69	2,69	0,00

Si l'on considère maintenant l'espace ZQ (*fig.* 788) qui est dans l'ombre géométrique, il devra recevoir aussi de la lumière dont l'intensité au point Q sera donnée par la formule

$$I = \left(\int_{\mathrm{NA}\sqrt{c}}^{\infty} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_{\mathrm{N}a\sqrt{c}}^{\infty} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ou

$$I = \left(\frac{1}{2} - \int_0^{\mathrm{N}a\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \int_0^{\mathrm{N}a\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

On pourra donc faire les calculs absolument comme dans le cas précédent; mais alors on trouvera qu'il n'y a plus de franges et que la lumière décroît d'une manière continue à mesure qu'on s'éloigne de Z. L'expérience vérifie ce résultat; mais

jusqu'à présent il n'a pas été possible de mesurer le décroissement de l'intensité de z en Q.

CAS D'UNE ÉTROITE OUVERTURE. — Les détails dans lesquels nous venons d'entrer nous permettront d'insister moins longuement sur les autres cas que l'on peut réaliser. Si, par exemple, on fait passer la lumière venue d'une fente à travers une deuxième ouverture étroite CD (*fig.* 789), on calculera celle qui arrive en P au moyen des mêmes intégrales prises entre les limites de x, zéro et MC d'une part, zéro et MD de l'autre, et faisant la somme des vitesses

$$\mathrm{I} = \left(\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2.$$

Quand le point M changera de place, ces intégrales changeront périodiquement de valeur; on aura donc des franges. Pour les calculer, on construira, comme précédemment, la courbe qui représente I; on en cherchera les maxima et les minima, et, si l'on prend la valeur de v qui correspond à l'un d'eux, on aura le lieu qu'il occupe sur l'écran par la formule

$$\mathrm{X}^2 = v^2\frac{(a+b)\,b\lambda}{2a}.$$

Il sera toujours sur une hyperbole. Si le point P est en Q dans l'ombre géométrique de DN, on aura

$$\mathrm{I} = \left(\int_0^{\mathrm{NC}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 - \int_2^{\mathrm{ND}\sqrt{c}} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_0^{\mathrm{NC}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 - \int_0^{\mathrm{ND}\sqrt{c}} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ce qui donnera encore d'autres franges extérieures qui se détermineront par la même méthode. Fresnel a vérifié sa théorie tout aussi bien dans ce cas que dans le précédent.

On peut, sans faire intervenir tous ces calculs, suivre un

genre de raisonnement élémentaire qui permet de prévoir l'aspect des phénomènes.

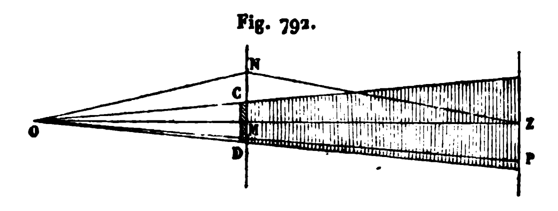
Plaçons d'abord l'écran en Z à une distance telle que $CZ - AZ = \frac{\lambda}{2}$, les lumières envoyées en Z par tous les points de AC se composeront sans se détruire; il en sera de même de AD et l'on aura une bande lumineuse en Z. Mais si on rapproche l'écran en Z_1 de manière que $CZ_1 - AZ_1 = 2\frac{\lambda}{2}$, on pourra décomposer AC en deux parties, sensiblement égales, dont tous les points seront deux à deux à des distances de Z_1 différant de $\frac{\lambda}{2}$, et enverront des vitesses de signe contraire. Il en sera de même de AD, et il y aura de l'obscurité en Z_1. Si Z_2 est placé à la distance pour laquelle $CZ_2 - AZ_2 = 3\frac{\lambda}{2}$, CA se décomposera en trois bandes dont deux se détruiront, mais dont la troisième aura son effet pour éclairer Z_2. Ainsi, en rapprochant l'écran de la fente CD, l'axe OAZ sera successivement éclairé ou obscur.

A droite et à gauche, en Q par exemple, il y aura encore de la lumière et de l'obscurité suivant que l'espace CD pourra se décomposer en un nombre impair ou pair de bandes élémentaires dont les distances limites différeront de $\frac{\lambda}{2}$.

Des phénomènes identiques se produiront si on reçoit la lumière venue d'une fente sur un miroir très-étroit ou très-incliné, car le faisceau réfléchi par lui sera dans le même cas que celui qui passe à travers une ouverture étroite.

CAS D'UN ÉCRAN LINÉAIRE TRÈS-ÉTROIT. — Enfin dans l'ombre

Fig. 792.



d'un corps étroit (*fig.* 792) nous aurons des phénomènes ana-

logues. Pour un point P :

$$I=\left(\int_0^{\infty} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{\infty} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_0^{\infty} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \int_0^{\infty} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

ou

$$I=\left(1-\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(1-\int_0^{\mathrm{MD}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2-\int_0^{\mathrm{MC}\sqrt{c}} dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2,$$

et le calcul complet se fera en suivant toujours la même marche.

Il est facile de voir qu'on aura de la lumière au milieu Z, car les deux ondes comprises entre C et D et l'infini enverront en ce point de la lumière concordante, quelle que soit la distance.

Ouverture et écran circulaires. — Si on place en CD (*fig.* 789) une ouverture circulaire, le phénomène est analogue à celui qu'offre une fente indéfinie. On trouve sur l'axe OZ des alternatives de lumière et d'obscurité; mais ici le calcul est beaucoup plus simple. Soit M un point à une distance r du centre A, le cercle décrit du rayon r est πr^2. Pour un point voisin à une distance $r+dr$, le cercle est $\pi r^2+2\pi r dr$, et par suite la zone comprise entre ces deux points est $2\pi r dr$. La vitesse envoyée en Z par cette zone sera proportionnelle à $2\pi r dr$ et en raison inverse de ab. Le chemin parcouru OMZ est $\sqrt{a^2+r^2}+\sqrt{b^2+r^2}$ ou $a+b+r^2\frac{a+b}{2ab}$. Donc, en prenant

pour origine des temps le moment où l'onde arrive en Z en suivant le trajet OAZ, on a

$$v=\frac{2\pi r dr}{ab}\sin 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{(a+b)r^2}{2ab\lambda}\right]=\frac{2\pi r dr}{ab}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{cr^2}{4}\right)$$

$$=\frac{2\pi r}{ab}\left[dr\cos\frac{\pi}{2}cr^2\sin 2\pi\frac{t}{T}+dr\sin\frac{\pi}{2}cr^2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right)\right],$$

et en faisant la somme des vitesses envoyées en Z, ce qui suppose comme précédemment que l'intensité ne décroit pas avec l'obliquité des rayons émis,

$$V=\frac{2}{abc}\left(\int\pi\, crdr\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)\sin 2\pi\frac{t}{T}$$

$$+\frac{2}{abc}\left(\int\pi\, crdr\sin\frac{\pi}{2}cr^2\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{4}\right),$$

et par suite on a pour exprimer l'intensité et la phase du rayon résultant

$$I=\frac{4}{a^2b^2c^2}\left[\left(\int\pi\, crdr\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)^2+\left(\int\pi\, crdr\sin\frac{\pi}{2}cr^2\right)^2\right],$$

$$\text{tang}\,\varphi=\frac{\int\pi\, crdr\sin\frac{\pi}{2}cr^2}{\int\pi\, crdr\cos\frac{\pi}{2}cr^2}.$$

On peut cette fois trouver l'expression des deux intégrales qui sont

$$\sin\frac{\pi}{2}cr^2,\quad -\cos\frac{\pi}{2}cr^2,$$

et si on les prend entre des limites zéro et r, on trouve

$$I=\frac{4}{a^2b^2c^2}\left[\sin^2\frac{\pi}{2}cr^2+\left(1-\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)^2\right]$$

$$=\frac{2\lambda^2}{(a+b)^2}\left(1-\cos\frac{\pi}{2}cr^2\right)=\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}\sin^2\frac{\pi}{4}cr^2$$

et

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{1-\cos\frac{\pi}{2}cr^2}{\sin\frac{\pi}{2}cr^2} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}cr^2}{\cos\frac{\pi}{4}cr^2} = \operatorname{tang}\frac{\pi}{4}cr^2.$$

L'intensité sera nulle quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à un nombre entier n, ou quand

$$\frac{a+b}{2ab\lambda}r^2 = n \quad \text{ou quand} \quad \frac{a+b}{2ab}r^2 = n\lambda,$$

c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera un multiple pair de demi-longueurs d'onde.

L'intensité sera maximum et égale à $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$ quand $\frac{cr^2}{4}$ sera égal à $\frac{2n+1}{2}$, ou quand

$$\frac{a+b}{2ab}r^2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2},$$

c'est-à-dire quand la différence de marche OMZ — OAZ sera égale à un nombre impair de demi-longueurs d'onde.

Quant à l'anomalie, elle sera :

$$\operatorname{tang}\varphi = \infty, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Il y a plusieurs observations à faire sur ces résultats :

1° Nous avons trouvé que l'onde entière envoyait en Z une intensité de lumière $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$, les maximum que nous obtenons avec une étroite ouverture seront quadruples.

2° Si on décompose l'onde totale en petites zones dont la différence de marche extrême soit $\frac{\lambda}{2}$, la lumière envoyée par chacune d'elles sera rigoureusement détruite par la suivante; de sorte que si elles sont en nombre pair elles donneront de l'obscurité, et en nombre impair une quantité de lumière $\frac{4\lambda^2}{(a+b)^2}$. On peut dire encore que chacune d'elles dé-

truit rigoureusement la lumière envoyée par la moitié de celles qui la précèdent et qui la suivent, et dès lors il reste la moitié de la zone centrale qui envoie $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$, et la moitié de la zone extrême. Or, l'éclairement par l'onde indéfinie étant $\frac{\lambda^2}{(a+b)^2}$ et celui qui vient des extrémités étant nul à cause de la distance, il en résulte que l'onde totale éclairante se réduit à la demi-zone centrale.

3° Pour une grandeur donnée de l'ouverture et une position déterminée de Z, l'intensité est variable avec λ, puisque $\frac{cr^2}{4}$ prend des valeurs très-différentes. Il en résulte que la lumière centrale sera colorée. La loi de sa dispersion sera la même que pour les franges des deux miroirs.

Si nous considérons maintenant un disque opaque placé en CD au lieu de l'ouverture, le calcul sera le même avec cette différence que les intégrales, au lieu d'être prises entre zéro et r, le seront entre r et ∞. Or on a

$$\int_r^\infty \mathrm{M} = \int_0^\infty \mathrm{M} - \int_0^r \mathrm{M}.$$

Nous venons de voir que l'onde entière se réduit à la moitié de la zone centrale pour laquelle la différence de marche $\frac{cr^2}{4} = \frac{1}{2}$, ce qui donne pour les deux intégrales prises de zéro à l'infini moitié des valeurs qu'elles ont entre $cr^2 = 0$ et $cr^2 = 2$, alors la première devient

$$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}\,cr^2\right)_0^2 = 0,$$

la seconde donne

$$-\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}\,cr^2\right)_0^2 = 1,$$

et

$$\mathrm{I} = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}\left[\sin^2\frac{\pi}{2}cr^2 + \left(1 - 1 + \cos\frac{\pi}{2}\,cr^2\right)^2\right] = \frac{\lambda^2}{(a+b)^2}.$$

Ce qui prouve qu'au centre de l'ombre géométrique de l'écran doit se trouver une lumière dont l'intensité égale celle que l'onde entière y enverrait directement.

D'après le calcul, ce résultat serait indépendant de l'étendue de cet écran. L'expérience cependant n'est vérifiée que si la largeur de l'écran est très-petite. Cela tient à ce que dans les calculs on a négligé la diminution de l'intensité quand l'obliquité n'est pas négligeable.

QUATRE-VINGT-CINQUIÈME LEÇON.

DE LA POLARISATION ET DE LA DIRECTION DES VIBRATIONS.

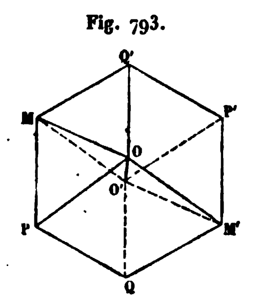
Double réfraction. — Les deux rayons ordinaire et extraordinaire. — Polarisation du rayon ordinaire; — du rayon extraordinaire. — Loi de Malus. — Cas de la tourmaline. — Interférence de la lumière polarisée. — Direction des vibrations. — Composition des vibrations rectangulaires concordantes. — Lumière naturelle.

Ce que nous avons dit jusqu'à présent du mouvement des ondes lumineuses est absolument indépendant de la direction des vibrations. L'explication que nous avons donnée des phénomènes d'interférence suppose, il est vrai, que les vibrations sont parallèles dans les deux rayons concourants, mais elle ne préjuge rien sur la direction suivant laquelle elles se produisent. Nous avons vu dans l'acoustique que les oscillations des molécules d'air s'effectuent dans le sens même de la propagation du son; il en est de même quand les verges ou les cordes vibrent longitudinalement; mais elles sont perpendiculaires à la direction de propagation, dans les ondes qui se transmettent sur un liquide ou quand les cordes et les verges vibrent transversalement. En général, on peut imaginer dans un milieu un centre d'ébranlement quelconque; il enverra à une molécule donnée un mouvement vibratoire généralement oblique sur la direction du rayon, qui pourra se décomposer en deux autres, l'un longitudinal, l'autre transversal. Or, l'expérience et le calcul prouvent que tous les deux se propagent avec des vitesses différentes, c'est-à-dire que tout ébranlement produit en un point central, dans un milieu quelconque, donne naissance à deux espèces d'ondes concentriques, qui se meuvent inégalement vite, l'une à vibrations transversales, l'autre à vibrations longitudinales.

Cela s'applique à l'éther aussi bien qu'aux corps pesants. Nous avons dès lors à nous demander si les deux espèces d'ondes existent dans cet éther; si toutes deux produisent la lumière ou si une seule la fait naître, et, dans ce cas, si c'est la vibration longitudinale ou bien la vibration transversale. On ne peut résoudre cette question que par l'expérience, et c'est ce que nous allons faire.

DOUBLE RÉFRACTION. — Vers le milieu du XVIIe siècle, un savant médecin danois, Erasme Bartholin, découvrit que l'on voit une double image des objets quand on les regarde à travers une lame de spath d'Islande. Ce minéral est du carbonate de chaux; il cristallise dans la forme rhomboédrique. Qu'on se figure un parallélipipède MPQM'P'Q' (*fig.* 793) formé par six losanges égaux entre eux. Les trois premiers se rencontrent en O par leurs angles obtus, qui sont égaux à 101,55, et ils font entre eux des angles dièdres égaux à 105°,5. Les trois derniers se rencontrent dans les mêmes conditions en O'.

Fig. 793.



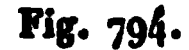
O et O' sont les deux sommets du rhomboèdre; la ligne OO' qui les joint est l'axe du cristal; elle fait un angle de 45°22' avec chacune des faces qui y aboutissent, et de 63°45' avec les arêtes. Il faut considérer cet axe comme une direction qui reste fixe et non comme une ligne unique; car on peut imaginer que le cristal est composé d'une infinité de parties semblables qui ont chacune un axe parallèle à OO'.

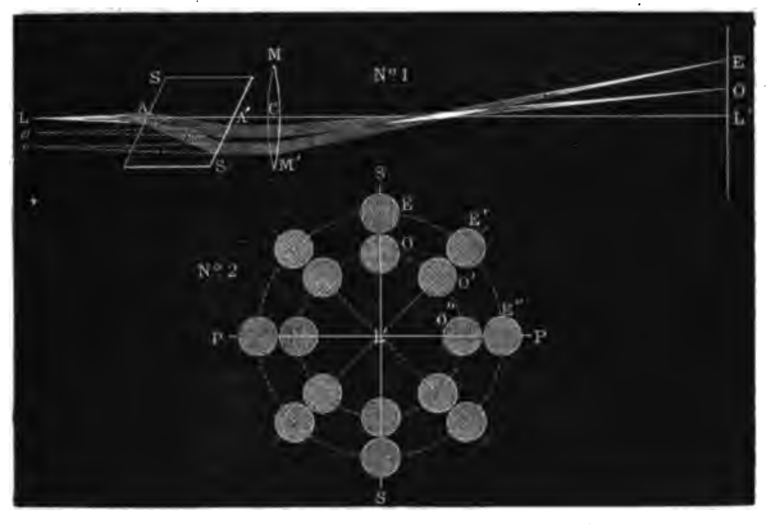
Ce cristal se divise par trois clivages parallèles aux trois systèmes de faces, d'où il suit que la plupart des échantillons sont plus allongés dans un sens que dans l'autre; mais ils ont toujours deux sommets O et O' formés par trois angles plans égaux, et l'axe est toujours également incliné sur ces trois faces.

Si par l'axe OO' on mène un plan normal à la face PMQ'O, il passera par les arêtes O'M et OM'; cette section, ou toute autre parallèle, menée par un point de la face PMQ'O, est dite section principale du cristal. Elle a la forme d'un parallélo-

gramme MOM′O′ dont les angles O, O′ sont égaux à 109°8′, et l'axe OO′ fait avec le côté OM un angle de 45°22′.

Cela posé, faisons arriver les rayons solaires par une petite ouverture située en L (*fig.* 794, n° 1); mettons une lentille en M et un écran en L′, réglé de telle sorte que les rayons partis de L fassent un foyer en L′. Interposons maintenant entre le point A et la lentille un rhomboèdre de verre, de manière que sa section principale SS soit dans le plan du tableau. Un faisceau de rayons LA se réfractera en AA′, et les rayons émergents seront dans les mêmes conditions que s'ils partaient d'un point *o*. Par suite, l'image sera projetée en O sur la ligne qui joint *o* avec le centre optique C, prolongée jusqu'en O.


Fig. 794.



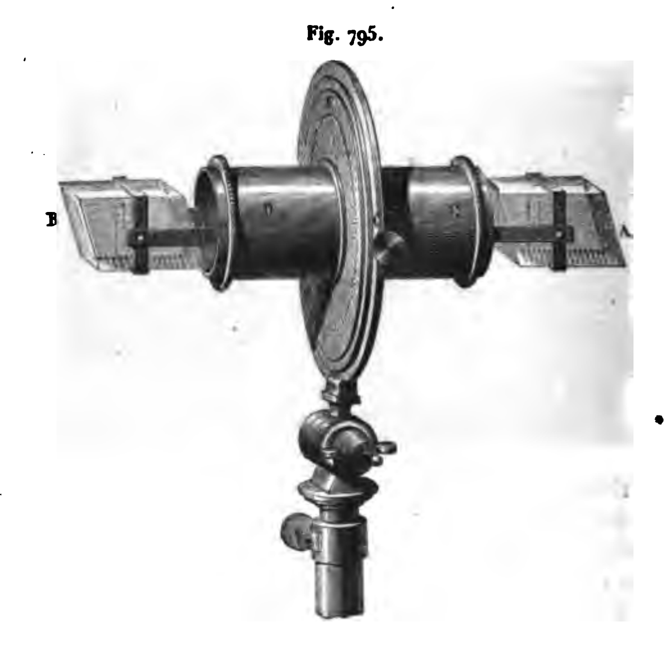
Un rhomboèdre de spath se conduira absolument de la même manière; mais il y aura une action de plus. Le faisceau incident LA non-seulement se réfractera en AA′, mais il donnera en outre un deuxième système de rayons AS qui s'écarteront des premiers dans le cristal et reprendront leurs directions primitives en sortant; ils seront dans les mêmes conditions que s'ils venaient d'une ouverture *e*, et ils feront une image réelle en E sur la ligne *e*C prolongée.

Les deux images O et E sont toutes deux contenues dans la section principale du cristal, et quand on fera tourner celle-ci autour de la ligne LL′ de manière qu'elle fasse avec le plan vertical des angles de 0, 45, 90, ..., 360 degrés, on verra les images se placer en O, E, en O′, E′, en O″, E″, etc. (*fig.* 794, n° 2).

On voit, en résumé, qu'en pénétrant dans le cristal, un faisceau lumineux se sépare en deux, qui se réfractent inégalement : le premier, le moins dévié, se nomme *faisceau ordinaire;* le second, *faisceau extraordinaire*. Tous deux sont dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par les points *o* et *e*; tous deux sont compris, ainsi que leurs images agrandies et réelles O et E, dans la section principale; ils ont la même intensité, quelle que soit la direction de cette section; elle est égale à la moitié de celle du faisceau direct.

Pour faire l'expérience, on place sur le banc d'optique un appareil spécial (*fig.* 795) formé de deux tubes D et E, le

Fig. 795.



premier immobile, le second tournant autour de son axe par l'effet d'un bouton C. Un cercle divisé F mesure ses déplace-

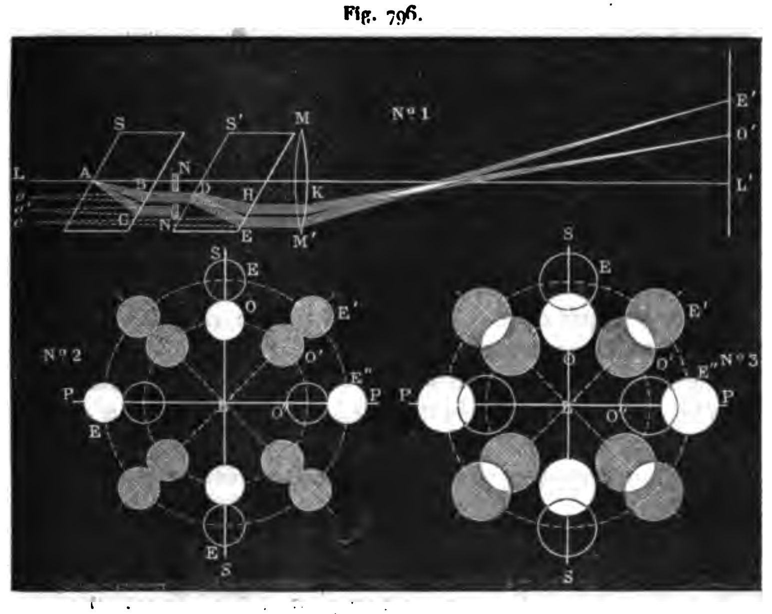
ments. Aux extrémités de D et E on place, sur le premier un diaphragme percé d'un petit trou, sur le second E, un rhomboèdre A de spath d'Islande. Il suffira ensuite d'éclairer le diaphragme par une lampe et de projeter les images avec une lentille qu'on mettra à la suite de A.

Il y a maintenant deux questions à traiter : 1° il y a à chercher si la lumière qui forme les deux images O et E possède les mêmes propriétés physiques que la lumière incidente, ou si elle a subi des modifications; 2° il y a à étudier les lois de la réfraction dans les deux images, c'est-à-dire les lois de la propagation des deux ondes dans le cristal.

Ces deux questions sont connexes; mais comme il est impossible de les étudier toutes deux en même temps, nous commencerons par la première. Examinons d'abord le rayon ordinaire.

POLARISATION DU RAYON ORDINAIRE. — Recevons les rayons émanés d'une ouverture circulaire très-petite L sur un pre-

Fig. 796.



mier rhomboèdre fixe, dont la section principale SC (*fig.* 796)

sera, par exemple, verticale; puis, interceptant le faisceau extraordinaire par un écran NN, nous laisserons passer les rayons ordinaires BD qui seront dans les mêmes conditions que s'ils étaient envoyés par une ouverture o. Nous les réfracterons ensuite à travers un second rhomboèdre S′E, et nous ferons avec cette lumière, qui a subi une première réfraction ordinaire, les mêmes expériences que précédemment avec la lumière naturelle. Comme précédemment, nous aurons sur l'écran deux images, l'une ordinaire O′, l'autre extraordinaire E′; elles seront encore dans la section principale du second cristal et prendront les mêmes positions que dans la *fig.* 794, n° 2; seulement leurs intensités varieront avec l'angle α que fait la seconde section principale avec la première, c'est-à-dire avec le plan vertical. L'aspect de ces images est représenté (*fig.* 796, n° 2).

Quand cet angle α est nul, l'image extraordinaire E a disparu. Elle augmente peu à peu d'intensité quand l'angle croît; mais en même temps l'image ordinaire diminue. A 45 degrés O′ et E′ sont égales; à 90 degrés, les mêmes variations d'intensité se continuant, l'image ordinaire O″ est devenue nulle, et l'extraordinaire E″ maxima.

La rotation se poursuivant de 90 à 180 degrés, les intensités repassent par les mêmes valeurs que de 90 degrés à zéro; et enfin, α croissant de 180 à 360 degrés, les images reprennent les mêmes éclats que de zéro à 180 degrés.

1° La première conséquence à tirer de cette remarquable expérience est que la lumière du rayon ordinaire fourni par le premier cristal n'est pas constituée comme la lumière naturelle, puisque celle-ci donne à travers un rhomboèdre des images toujours égales en intensité, et celle-là des images variables avec l'angle α des deux sections. Cette lumière n'a pas les mêmes propriétés dans tous les azimuts qu'on mène suivant sa direction; il semble qu'elle soit assimilable à un prisme qui aurait quatre faces rectangulaires. On dit qu'elle est *polarisée*.

2° Les deux images O′ et E′ ont la même intensité quand la section principale du deuxième rhomboèdre occupe deux positions symétriques par rapport au plan vertical SS ou au plan horizontal PP, qui sont le premier parallèle, le second per-

pendiculaire à la section principale SS du premier rhomboèdre. Le rayon ordinaire o est donc symétrique par rapport à ces deux azimuts; on dit qu'il est polarisé dans la section principale SS; cela veut dire simplement que si la deuxième section principale est confondue avec la première, l'image extraordinaire est nulle, et qu'elle croît jusqu'à un maximum, quand l'angle des deux sections principales augmente jusqu'à 90 degrés, tandis que l'image ordinaire, d'abord maxima, décroît jusqu'à zéro.

3° Malus a fixé par une loi qui porte son nom la valeur des éclats de ces images. Soit I celui de la lumière naturelle qui arrive au premier rhomboèdre SC, $\frac{I}{2}$ sera l'éclat de l'image ordinaire O. Prenons un diaphragme assez grand pour que les deux images O' et E' ne soient pas entièrement séparées, mais au contraire confondues dans une partie de leur champ (*fig.* 796, n° 3). On constatera que la partie où les deux images se superposent a un éclat constant et égal à celui de l'image ordinaire O fournie par le premier cristal avant qu'elle soit décomposée par le deuxième rhomboèdre. Il faut donc qu'en désignant par E' et O' les éclats des deux images, on ait

$$E' + O' = O = \frac{I}{2}.$$

On sait d'ailleurs que O' varie de $\frac{I}{2}$ à o et E' de o à $\frac{I}{2}$ quand l'angle α des deux sections principales change de o à 90 degrés. On satisfait à toutes ces conditions en écrivant généralement

$$O' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha, \quad E' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha.$$

C'est en cela que consiste la loi de Malus; elle a été vérifiée par des mesures photométriques précises.

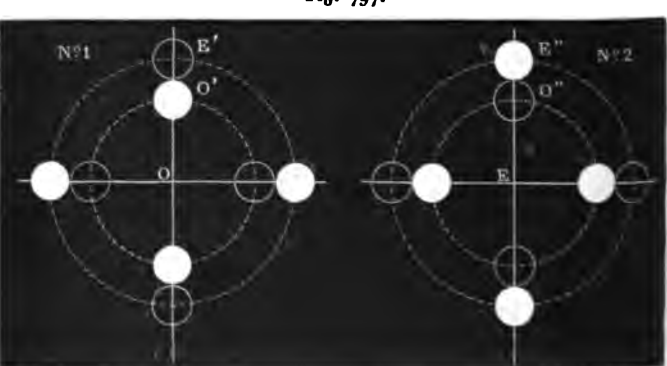
POLARISATION DU RAYON EXTRAORDINAIRE. — En déplaçant l'écran NN (*fig.* 796), on peut intercepter le rayon ordinaire BD, laisser passer au contraire le faisceau extraordinaire CN et étudier sa réfraction à travers le second rhomboèdre S'E. On trouve que la lumière qui le compose n'est plus de la

lumière naturelle, qu'elle a éprouvé les mêmes modifications que celle du faisceau ordinaire, qu'elle est polarisée; seulement elle est polarisée dans le plan horizontal perpendiculaire à la section principale SC, et les intensités du rayon ordinaire O″ et du rayon extraordinaire E″ qu'elle produit se déduiront de celles qu'on a trouvées pour O′ et E′ en remplaçant α par $90° - \alpha$. On aura

$$O'' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha, \quad E'' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha.$$

Si nous résumons ces phénomènes, nous voyons que tout faisceau de lumière naturelle égal à I, émis par une ouverture étroite L, se décompose, en traversant un premier rhomboèdre SC, en deux moitiés égales : la première, réfractée ordinairement, égale à $\frac{I}{2}$ polarisée dans le plan vertical SC, la deuxième, réfractée extraordinairement, égale à $\frac{I}{2}$ polarisée dans le plan perpendiculaire à la section principale SC. En traversant un deuxième rhomboèdre, ces deux faisceaux donnent chacun une image ordinaire et une image extraordinaire, polarisées dans des plans parallèles et perpendiculaires à la section principale de S′E. On voit (*fig.* 797, n° 1) en O′ et

Fig. 797.



E′ les deux images fournies par le rayon ordinaire et en E″ et O″ (n° 2), celles qui résultent du rayon extraordinaire.

Voici le tableau des intensités de ces quatre images :

Rayon naturel.	A TRAVERS le premier cristal.	A TRAVERS le second cristal.	Plan de polarisation.	SOMME.	
I.....	$O = \frac{I}{2}$	$O' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha$	0	$\frac{I}{2}$	I
		$E' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha$	90		
	$E = \frac{I}{2}$	$O'' = \frac{I}{2}\sin^2\alpha$	0	$\frac{I}{2}$	
		$E'' = \frac{I}{2}\cos^2\alpha$	90		

Quand on n'intercepte aucun des deux rayons ordinaire ou extraordinaire sortis du premier cristal, on voit sur l'écran se peindre les images O', O'', E', E'', et y prendre les intensités exprimées dans le tableau précédent. Les expériences se font en mettant l'un après l'autre les deux rhomboèdres B et A (*fig.* 795) et en faisant tourner le second par le bouton C.

TOURMALINE. — Tous les cristaux qui ont, comme le spath, un axe de symétrie, et qui n'en ont qu'un, se comportent comme le spath d'Islande. Ceux qui sont colorés et qui absorbent une portion de la lumière offrent une particularité spéciale qui est surtout sensible dans la tourmaline.

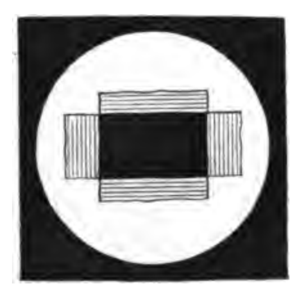
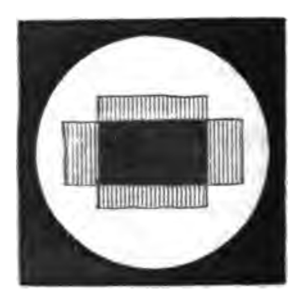
Lorsqu'on la taille parallèlement à l'axe sous une épaisseur convenable e, et qu'on la fait traverser par un faisceau de lumière naturelle d'intensité I, on obtient : 1° un faisceau extraordinaire qui devrait être égal à $\frac{I}{2}$, mais qui est réduit par l'absorption à $\frac{I}{2}m^e$. Il est peu affaibli ; il est polarisé perpendiculairement à la section principale. 2° Le faisceau ordinaire est $\frac{I}{2}n^e$; mais le coefficient n est tellement petit, que le faisceau est sensiblement annulé à partir d'une épaisseur égale à 1 millimètre. Il suit de là que la tourmaline transforme la lumière naturelle en un faisceau affaibli $\frac{I}{2}m^e$, ordinairement coloré en vert, et polarisé perpendiculairement à la section principale.

Quand deux tourmalines sont superposées, la première ne laisse passer que l'image E, la seconde que l'image E″, et l'on a

$$E'' = \frac{1}{2} m^{2} \cos^2 \alpha.$$

Si elles sont parallèles, la lumière les traverse; quand on

Fig. 798.

les croise à angle droit, elle est éteinte. Voici (*fig.* 798) l'aspect présenté sur un écran par l'image des tourmalines croisées ou parallèles.

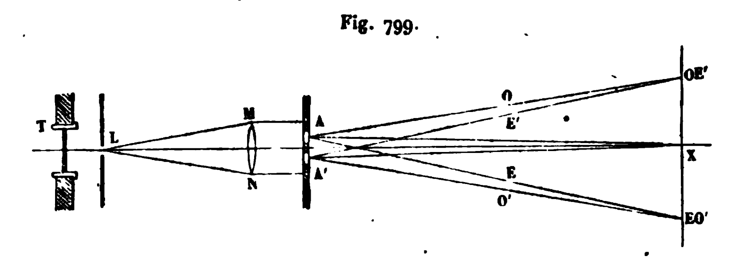
On voit par ces expériences que la lumière naturelle éprouve en se polarisant une modification capitale. Il est nécessaire de voir si, après l'avoir subie, elle a conservé ou non les propriétés que nous avons primitivement étudiées. Or, la lumière polarisée se propage, se réfléchit, se réfracte et se disperse suivant les mêmes lois de direction que la lumière naturelle. Mais, en essayant de reproduire les expériences d'interférence, Fresnel et Arago ont découvert des actions spéciales que nous allons examiner.

INTERFÉRENCES DES RAYONS POLARISÉS.

Plaçons sur le banc d'interférences (*fig.* 799) : 1° en T une tourmaline qui polarisera la lumière perpendiculairement à sa section principale; 2° en L une fente mince; 3° en MN une lentille ayant son foyer en L; 4° en AA′ un écran percé de deux fentes étroites A et A′; 5° en X un écran pour recevoir les images ou bien la loupe mobile qui est destinée à les ob-

server. Les choses se passeront comme s'il y avait en A et en A' deux bandes lumineuses concordantes, et on verra des

Fig. 799.



franges en X absolument comme si la lumière n'avait pas été polarisée.

Prenons maintenant une lame très-mince de spath d'Islande à faces parallèles, taillée parallèlement à l'axe; coupons-la en deux parties et plaçons-les, l'une en A, l'autre en A', en dirigeant leurs sections principales dans le plan de la figure. Il se présentera trois cas.

I. Si par la tourmaline T la lumière incidente a été polarisée dans le plan des deux sections principales, elle donnera deux rayons ordinaires en traversant A et A' : l'expérience montre qu'ils interfèrent comme la lumière naturelle, et que le centre des franges est en X.

II. Si cette lumière est polarisée dans le plan perpendiculaire aux sections principales, elle se réfracte extraordinairement, et les franges sont encore symétriques par rapport à X. En résumé, dans ces deux cas, les lumières polarisées ordinairement ou extraordinairement ne se distinguent point de la lumière naturelle; mais il faut remarquer que leurs plans de polarisation sont parallèles.

III. Polarisons maintenant la lumière à 45 degrés des sections principales; elle donnera dans chaque lame A, A' : 1° deux rayons ordinaires O, O', polarisés dans le plan de la figure, qui interféreront et donneront un système de franges dont le centre sera en X; 2° deux rayons extraordinaires E, E', polarisés perpendiculairement, et qui produiront un deuxième système de franges superposé au premier. L'expérience montre qu'il en est ainsi. Mais on remarquera que O, le faisceau ordinaire de A, et E' l'extraordinaire de A', pourraient également

interférer. S'ils le faisaient, le centre des franges devrait être placé en OE'. On démontrera, en effet, que dans le spath le rayon ordinaire marche moins vite que le rayon extraordinaire, et qu'après avoir parcouru une distance plus petite AO, le premier concorde avec le second, qui a traversé une longueur A' E' plus grande. Par la même raison, le système des franges développées par le concours des rayons O' et E aurait son milieu en EO'. Or, l'expérience ne fait voir ni l'un ni l'autre de ces systèmes. Et si l'on remarque que O et E' d'une part, O' et E de l'autre, sont polarisés dans des plans rectangulaires; on peut déjà conclure que les rayons polarisés à angle droit n'interfèrent point.

Déplaçons maintenant l'une des lames, A' par exemple, et dirigeons sa section principale perpendiculairement à celle de l'autre lame A et au plan de la figure.

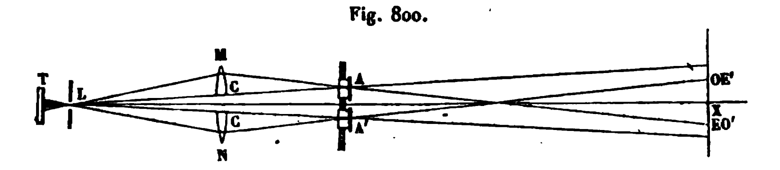
1° La lumière étant polarisée dans le plan de la figure par la tourmaline T, elle donne deux faisceaux : l'un ordinaire en A, l'autre extraordinaire en A'. Le premier est en retard sur le second; leurs plans de polarisation sont parallèles, et l'on voit des franges dont le centre est en OE'.

2° Le plan de polarisation étant dirigé perpendiculairement à l'axe de A et parallèlement à celui de A', A donne un rayon extraordinaire E, A', un faisceau ordinaire O'; la différence de marche a changé de signe; les plans de polarisation sont restés parallèles et les franges se placent en EO'. On voit par là que les rayons ordinaire et extraordinaire peuvent interférer, bien qu'ils aient une différence de marche, mais c'est à la condition que leurs plans de polarisation seront parallèles.

3° Enfin, lorsqu'on met l'axe de la tourmaline à 45 degrés de ceux des lames A et A', il se forme à travers chacune d'elles deux rayons réfractés; l'ordinaire de l'une et l'extraordinaire de l'autre sont polarisés dans le même plan, ils interfèrent et donnent deux systèmes, l'un en OE', l'autre en EO'; mais les deux rayons ordinaires O, O', ainsi que les deux rayons extroardinaires E, E', qui tout à l'heure interféraient en O lorsque leurs plans de polarisation étaient parallèles, ne donnent plus de franges maintenant que ces plans sont perpendiculaires.

Toutes ces expériences peuvent se répéter avec un réfractomètre quelconque, et en particulier avec celui de M. Billet. On placera les deux lames cristallisées en A et en A′ (*fig.* 800).

Fig. 800.



Dans tous les cas, elles se résument comme il suit : « Deux rayons polarisés interfèrent comme la lumière naturelle, lorsque leurs plans de polarisation sont parallèles, et ne donnent plus de franges quand ces plans sont perpendiculaires. »

SENS DES VIBRATIONS DANS LES RAYONS POLARISÉS. — Cela posé, nous allons aborder la question de rechercher si, dans un rayon de lumière polarisée, les vibrations sont longitudinales ou transversales. Il est dès l'abord évident qu'elles ne peuvent être longitudinales; car si cela était, un rayon polarisé offrirait les mêmes propriétés dans tous les plans menés par la direction de sa propagation. En traversant un cristal de spath, il pourrait se décomposer en deux rayons; mais leurs intensités ne changeraient pas quand on ferait tourner la section principale du cristal autour de la ligne de propagation.

Mais ces vibrations pourraient être obliques. Si cela était, deux rayons polarisés à angle droit seraient toujours décomposables en vibrations transversales et en vibrations longitudinales, et celles-ci devraient toujours interférer. Comme cela n'a point lieu, il n'est pas possible que dans un rayon de lumière polarisée les vibrations soient obliques : il faut qu'elles soient normales à sa direction. Il nous reste à déterminer l'azimut dans lequel elles s'exécutent. Or, les rayons polarisés offrent des propriétés symétriques par rapport à deux plans menés suivant la direction de leur propagation (*fig.* 797), l'un, celui de la polarisation, l'autre perpendiculaire. Il faut donc, à cause de cette symétrie, que les vibrations soient dirigées dans l'un ou dans l'autre de ces plans. Mais aucun des phénomènes qui nous sont jusqu'à présent connus ne peut

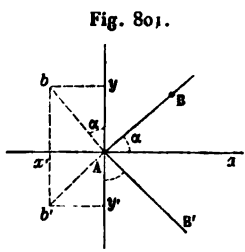
nous apprendre si elles sont dans l'un plutôt que dans l'autre, dans le plan de polarisation plutôt que dans le plan normal.

Les propriétés que nous étudierons dans la suite viendront combler cette lacune. Elles nous montreront que les vibrations se font perpendiculairement au plan de polarisation. Admettons dès à présent ce résultat, sauf à le justifier dans la suite.

Si l'on veut matérialiser l'idée que nous devons nous former d'un rayon de lumière qui se propage horizontalement et qui est polarisé dans le plan vertical, il faut se figurer une corde vibrante indéfinie et horizontale qu'on a ébranlée en un de ses points et à laquelle on a imprimé des vibrations horizontales. Celles-ci se propagent le long de la corde et constituent un rayon sonore dont les vibrations restent horizontales à toute distance : il est POLARISÉ dans le plan vertical. Il est clair qu'il a des propriétés symétriques autour de deux plans, celui des vibrations et celui qui lui est perpendiculaire. On va voir que pour le rayon sonore, comme pour le rayon lumineux, ces propriétés peuvent mécaniquement se prévoir.

COMPOSITION DES VIBRATIONS RECTANGULAIRES. — Étudions l'action d'un cristal biréfringent dont la section principale est dirigée suivant Ax (*fig.* 801). Soit un rayon projeté en A, polarisé dans l'azimut AB qui fait un angle α avec Ax. Sa vibration sera dirigée suivant Ab; elle sera exprimée par

Fig. 801.



$$V = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

On pourra la décomposer en deux autres : l'une dirigée suivant Ay,

$$y = a \cos \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

qui constituera un rayon polarisé suivant Ax : ce sera le rayon ordinaire. L'autre composante, dirigée suivant Ax', donnera un rayon polarisé suivant Ay, perpendiculairement à

la section principale : ce sera le rayon extraordinaire représenté par la formule

$$x' = -a \sin \alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Les intensités de ces rayons sont exprimées par le carré des amplitudes

$$O = a^2 \cos^2 \alpha, \quad E = a^2 \sin^2 \alpha.$$

C'est la loi de Malus. La décomposition d'un rayon polarisé en deux autres, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire, n'est donc rien autre chose que la décomposition, suivant les lois de la mécanique, d'une vibration plane en deux autres, rectangulaires, concordantes, dirigées suivant les plans de symétrie du cristal qui effectue cette décomposition.

Inversement, deux vibrations concordantes rectangulaires, dirigées suivant x et y,

$$x' = -m \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = n \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

peuvent se composer en une résultante unique Ab, exprimée par la formule

$$V = Ab \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Son intensité sera égale à la somme de celles de ses composantes :

$$\overline{Ab}^2 = m^2 + n^2.$$

Elle sera polarisée suivant la ligne AB qui fait avec Ax un angle α donné par la formule

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{-x'}{y} = \frac{m}{n}.$$

Nous allons confirmer ces résultats en complétant ce que nous avons dit de l'interférence des rayons polarisés (*fig.* 799). Supposons le cas où les deux sections principales des lames A et A' sont perpendiculaires et où la lumière incidente est polarisée à 45 degrés de chacune d'elles. Les rayons ordinaires O, O' sont polarisés à angle droit, égaux en intensité,

et ils ont traversé, quand ils arrivent en X, des chemins égaux. Par conséquent, leur superposition doit constituer une lumière d'intensité égale à leur somme et polarisée dans un azimut α égal à 45 degrés, c'est-à-dire dans le plan de la polarisation primitive (*fig.* 801). Donc, en recevant cette lumière sur une tourmaline ayant son axe dans ce même plan, on les éteindra; on verra une frange obscure en X, et d'autres bandes sombres à droite et à gauche de X, en tous les points où la différence de marche sera égale à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$. Pour tous les points où cette différence de marche sera un multiple impair de la demi-longueur d'onde, les vibrations concourantes seront, l'une dirigée suivant x', l'autre suivant y'; elles se composeront en une vibration résultante Ab' ou en un rayon polarisé dans l'azimut AB', à -45 degrés de Ax. Donc, en tournant la tourmaline de 90 degrés, on verra les franges changer, devenir sombres à tous les points où la différence de marche est égale à $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, et brillantes à ceux où elles étaient primitivement obscures, c'est-à-dire où la différence de marche est $2n\frac{\lambda}{2}$. La tourmaline fait apparaître successivement ces apparences inverses; mais on les voit toutes deux en même temps quand on la remplace par un cristal biréfringent dont la section principale est parallèle à AB. Le rayon extraordinaire contient les franges du premier système, le rayon ordinaire celles du second. Si on supprime ce cristal, l'œil reçoit les deux systèmes à la fois; et comme les franges obscures de l'un occupent la place des franges brillantes de l'autre et que leurs intensités sont complémentaires, on voit une lumière uniforme. Ainsi, les rayons polarisés à angle droit interfèrent en réalité; mais cette interférence se borne à changer les plans de polarisation sans modifier les intensités; elle ne peut être constatée qu'en recevant la lumière sur un cristal qu'on nomme l'*analyseur* et que nous retrouverons dans tous les cas analogues.

LUMIÈRE NATURELLE. — On sait que la lumière naturelle se décompose par un cristal en deux rayons polarisés à angle

droit et d'égale intensité; or il semblerait résulter de ce que nous venons dire que ceux-ci, s'ils se superposent, doivent composer un rayon polarisé à 45 degrés. Il n'en est rien : ils reproduisent de la lumière naturelle.

Quand nous avons étudié les interférences, nous avons représenté la vibration d'une molécule en un point d'un rayon par la formule

$$v = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right).$$

Mais nous n'avons point tardé à reconnaître que deux rayons qui n'ont pas une origine commune n'interfèrent point. Cela nous a conduit à admettre que les vibrations doivent, après des périodes de temps très-courtes par rapport à la durée de nos impressions, mais très-longues par rapport au temps T, éprouver des perturbations de phases brusques, absolument comme les cordes sonores quand la direction de l'archet change. Il est probable que ces perturbations ne s'arrêtent point là, qu'elles se produisent aussi sur l'amplitude a et même sur la direction et la forme des vibrations. De sorte que dans un rayon naturel les amplitudes et les phases éprouveraient, après certains intervalles de régularité, des variations brusques, et que, de plus, les vibrations se feraient tantôt suivant Ay, tantôt suivant Ax, tantôt dans une quelconque des directions intermédiaires.

Pendant que la vibration a lieu suivant Ab, on peut la remplacer par deux composantes x' et y dont les amplitudes sont $a \cos\alpha$ et $a \sin\alpha$; et si l'on recompose x' et y, elles reproduisent Ab; mais comme Ab varie de moment en moment, elles reproduisent un rayon polarisé dans un azimut perpétuellement variable, c'est-à-dire la lumière naturelle.

Il n'en est plus de même si l'on prend pour origine un rayon polarisé vibrant suivant Ab. Son amplitude et sa phase sont encore variables; mais sa direction de vibration reste toujours la même, et si on le décompose en deux vibrations rectangulaires x' et y, elles ont des amplitudes dont le rapport est constant et égal à $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Si on les recompose, elles reproduisent toujours une vibration dirigée suivant Ab. De là une

règle invariable : si l'on veut faire interférer deux rayons polarisés, il faut qu'ils proviennent d'un rayon polarisé lui-même, comme il faut que deux rayons naturels proviennent de la même source.

Ces perturbations n'empêchent point qu'on ne puisse employer dans les calculs la formule de vibration qui nous a déjà servi. Car du moment que nous partirons toujours d'un rayon originel unique polarisé dans un plan fixe, toutes les perturbations seront communes dans les divers rayons auxquels il donnera lieu; elles affecteront leurs intensités ou leurs phases, mais nullement les rapports de ces intensités et la différence de ces phases, si ce n'est aux moments où ces perturbations auront lieu, moments très-courts et très-rares comparés aux durées pendant lesquelles les vibrations gardent leur régularité.

Nous savons maintenant quelles sont les longueurs d'onde des vibrations des diverses couleurs et quelle est leur direction. Il ne reste plus rien d'indéterminé dans la théorie des ondes. Si donc elle est vraie, les divers phénomènes de l'optique doivent non-seulement se prévoir, mais se calculer dans toutes les circonstances et se déduire des lois de la Mécanique. Alors le rôle de l'expérience s'abaisse : elle n'est plus le guide unique qui doit nous montrer les phénomènes; elle est réduite ou à chercher des constantes numériques ou à vérifier des résultats mathématiques. Nous allons, en conséquence, changer entièrement le mode d'exposition des phénomènes; nous les déduirons du calcul et nous les vérifierons *à posteriori*. Cette marche abrégera l'étude; elle aura cet autre avantage de montrer comment, les principes d'une science étant découverts, ils conduisent par déduction à tous les détails et résolvent tous les problèmes.

QUATRE-VINGT-SIXIÈME LEÇON.

DOUBLE RÉFRACTION.

Lois de l'élasticité de l'éther. — Vitesse de la lumière. — Cas de l'onde ordinaire, ou extraordinaire. — Explication des lois connues. — Direction des vibrations dans un rayon polarisé. — Surface de l'onde. — Construction d'Huyghens. — Cas général. — Face parallèle à l'axe; plan d'incidence parallèle ou perpendiculaire à cet axe. — Face perpendiculaire à l'axe. — Calcul général dans le cas où le rayon incident est dans la section principale. — Réfraction à la sortie d'un cristal. — Applications. — Prisme de Rochon, — de Wollaston, — de Senarmont, — de Nicol, — de M. Foucault.

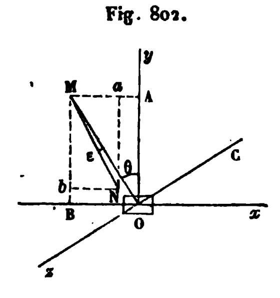
DOUBLE RÉFRACTION UNIAXIALE.

Les substances transparentes cristallisées se divisent en trois classes : dans la première, celle du système cubique, il n'y a aucune dissymétrie autour d'un point, et la propagation des ondes se fait comme dans les milieux qui ne sont pas cristallisés. La deuxième comprend les cristaux qui se rapportent au rhomboèdre et au prisme droit à base carrée; ils ont un axe de symétrie et déterminent une double réfraction symétrique autour de cet axe. Dans la troisième se placent tous les autres cristaux dont les axes sont inégaux et souvent obliques; ils ont une double réfraction régie par des lois très-complexes. Nous n'étudierons dans ce chapitre que la double réfraction dans les cristaux de la deuxième classe.

LOIS DE L'ÉLASTICITÉ DE L'ÉTHER. — Pour bien faire comprendre la théorie de la double réfraction, imaginons d'abord une verge métallique rectangulaire, encastrée dans un étau, projetée en O (*fig.* 802), et dont les côtés sont parallèles à Ox et à Oy. Si on déplace son extrémité d'une quantité OA $= \sigma$ dans le sens Oy, on développera une force d'élasticité de flexion proportionnelle à σ, à l'épaisseur e et à un facteur constant μ; elle est égale à $\mu\sigma e$. Qu'on vienne ensuite à déplacer la règle de

la même quantité OB $= \sigma$ dans le sens des x, la force élastique sera différente et égale à $\mu\sigma e'$, parce que l'épaisseur est devenue e'. Dans l'un et dans l'autre cas, la verge abandonnée à elle-même décrira des oscillations planes suivant Oy ou Ox, et les nombres de vibrations pendant l'unité de temps seront proportionnels à e et à e'. Mais si l'on écarte la règle de la même quantité σ dans une direction quelconque OM faisant un angle θ avec Oy, on peut remplacer ce déplacement par ses deux composantes, $\sigma \cos\theta =$ OA suivant Oy, et $\sigma \sin\theta =$ OB suivant Ox; chacune de ces composantes déterminera une réaction élastique correspondante, la première $\mu\sigma e \cos\theta =$ Mb, la deuxième $\mu\sigma e' \sin\theta =$ Ma, et la résultante sera

Fig. 802.



$$R = MN = \mu\sigma\sqrt{e^2\cos^2\theta + e'^2\sin^2\theta}:$$

elle fera avec Oy un angle Y, et l'on aura

$$\cos Y = \frac{\mu\sigma e \cos\theta}{R}, \quad \sin Y = \frac{\mu\sigma e' \sin\theta}{R}.$$

Cette force n'est donc plus dirigée suivant le déplacement OM, mais suivant une direction différente MN; d'où il résulte que la règle abandonnée à elle-même décrira une oscillation qui ne sera point dans le plan du déplacement OM, qui ne sera plus plane; elle pourra, comme on le sait, affecter des formes très-complexes.

Les mêmes phénomènes se présentent si la verge est carrée, c'est-à-dire si $e = e'$, pourvu qu'elle soit taillée dans un cristal dont l'axe est dirigé suivant Ox ou Oy. Savart l'a démontré en faisant vibrer une pareille verge dans le sens Ox et dans le sens Oy, ce qui donnait des notes différentes. Il fit en outre tailler dans un gros cristal de quartz une plaque carrée à faces parallèles entre elles et à l'axe de cristallisation. Deux côtés étaient parallèles, les deux autres perpendiculaires à l'axe Ox. Si cette lame eût été en verre et qu'on l'eût mise en vibration par un archet en attaquant les deux systèmes de côtés, elle

eût donné le même son; étant en cristal, elle rend des notes différentes quand on la fait vibrer parallèlement ou perpendiculairement à l'axe. On en conclut que la force élastique développée dans un cristal par un même écart σ, toutes choses égales d'ailleurs, est différente quand cet écart est produit parallèlement ou perpendiculairement à l'axe.

Or, bien qu'on ne sache pas comment l'élasticité de l'éther change avec l'élasticité des molécules matérielles qui constituent un milieu, il est certain qu'elles dépendent l'une de l'autre, et Fresnel s'en est prévalu pour admettre que dans tout cristal l'élasticité de l'éther change avec la direction du déplacement. Répétons mot pour mot au sujet de l'éther ce que nous venons de dire au sujet d'une règle vibrante.

Supposons qu'une molécule d'éther O (*fig.* 802) ait reçu un déplacement d'amplitude égal à σ, elle reviendra à sa position d'équilibre, décrira des oscillations isochrones et deviendra le centre d'une onde dont l'intensité sera proportionnelle à σ^2. La force élastique qui la ramènera à sa position d'équilibre sera proportionnelle à ce déplacement σ et à un facteur qui dépend de sa direction.

1° Si le déplacement a lieu suivant OA, perpendiculairement à l'axe du cristal Ox, mais dans un azimut quelconque autour de cet axe, la force élastique sera constante et pourra se représenter par $\mu\sigma a^2$.

2° Si le déplacement se fait suivant OB dans la direction de l'axe, cette force élastique sera différente et égale à $\mu\sigma b^2$.

3° Enfin, lorsque la molécule aura été écartée dans une direction quelconque OM, le déplacement σ pourra se décomposer en deux : l'un $\sigma\cos\theta$ suivant OA, l'autre $\sigma\sin\theta$ suivant OB; tous deux développeront des forces élastiques

$$\mu\sigma a^2\cos\theta = \mathrm{M}b, \quad \mu\sigma b^2\sin\theta = \mathrm{M}a;$$

leur résultante sera

$$\mathrm{R} = \mu\sigma\sqrt{a^4\cos^2\theta + b^4\sin^2\theta},$$

elle fera avec Oy un angle Y, et l'on aura

$$\cos\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma a^2\cos\theta}{\mathrm{R}}, \quad \sin\mathrm{Y} = \frac{\mu\sigma b^2\sin\theta}{\mathrm{R}}.$$

Cette force sera dirigée suivant MN; elle fera avec MO un angle ε exprimé par la formule

$$\cos\varepsilon = \cos(\theta - Y) = \cos\theta\cos Y + \sin\theta\sin Y,$$

$$\cos\varepsilon = \frac{\mu\sigma(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta)}{R}.$$

Enfin, cette force se décomposera en deux : l'une perpendiculaire à OM, l'autre suivant OM, que nous représenterons par $\mu\sigma c^2$ et qui sera

$$\mu\sigma c^2 = R\cos\varepsilon = \mu\sigma(a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta).$$

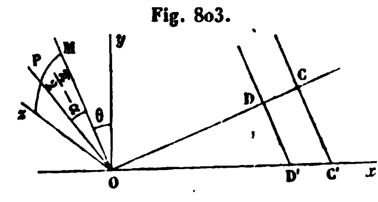
Vitesses des rayons réfractés. — On sait, d'un autre côté, que la vitesse de propagation des ondes planes est exprimée par $\sqrt{\frac{e}{d}}$, et comme la densité est constante en tous les points d'un cristal, la vitesse sera proportionnelle à la racine carrée des forces élastiques que nous venons de calculer; elle pourra se représenter par a, b ou c dans chacun des trois cas précédents.

Quand une lumière passe du vide dans un milieu, l'indice de réfraction est égal au rapport de la vitesse dans l'air à la vitesse dans ce milieu. Si nous représentons la première par l'unité, par n_o, n_e, n'_e les indices du cristal dans les trois directions considérées, nous aurons

$$n_o = \frac{1}{a}, \quad n_e = \frac{1}{b}, \quad n'_e = \frac{1}{c}.$$

Considérons en général (*fig.* 803) une onde plane se propageant suivant OC dans un cristal dont l'axe est Ox. COx est la section principale, OM son intersection avec le front de l'onde. Soit OP la direction des vibrations qui est quelconque et fait un angle $90° - \alpha$ avec OM. On peut décomposer le déplacement $OP = \sigma$ en deux autres : l'un suivant Oz normal au plan COx,

Fig. 803.



égal à $\sigma \cos \alpha$; l'autre suivant OM dans la section principale, et égal à $\sigma \sin \alpha$. Le premier est normal à l'axe Ox; il développe une force élastique $\sigma a^2 \cos \alpha$; il donne naissance à une onde qui se propage avec la vitesse a. Le deuxième, $\sigma \sin \alpha$, étant oblique à l'axe, produira une force élastique $\sigma c^2 \sin \alpha$, et une onde dont la vitesse sera c. Insistons sur ces résultats.

1° Toute onde incidente polarisée va donc se décomposer dans le cristal en deux autres, et il y aura une double réfraction, excepté pour $\alpha = 0$ ou pour $\alpha = 90°$, c'est-à-dire quand le plan de polarisation de la lumière sera parallèle ou perpendiculaire à celui de la section principale. L'expérience confirme cette conclusion.

2° Le déplacement $\sigma \sin \alpha$, parallèle à la section principale, se transmet suivant une onde dont la vitesse c varie avec la direction de propagation. C'est l'onde extraordinaire dont la réfraction suit des lois spéciales. Au contraire, le déplacement $\sigma \cos \alpha$, perpendiculaire à la section principale, se propage avec une vitesse constante a dans toutes les directions. Dès lors l'onde suit la loi de Descartes comme si la substance n'était pas cristallisée : c'est l'onde ordinaire, son indice est $n_o = \frac{1}{a}$.

Or l'expérience prouve qu'en effet l'une des deux ondes suit la loi de Descartes et qu'elle est polarisée dans la section principale. Suivant la théorie, c'est celle dont le déplacement $\sigma \cos \alpha$ est perpendiculaire à cette section principale. Il faut donc, pour faire accorder la théorie et l'expérience, admettre que dans un rayon polarisé les vibrations sont perpendiculaires au plan de polarisation. On se rappelle que les phénomènes étudiés jusqu'à présent laissaient indéterminé le sens de ces vibrations; on vient de voir comment l'étude des phénomènes de la double réfraction a permis de combler cette lacune.

3° L'amplitude des vibrations de l'onde incidente est σ et son intensité σ^2. Son plan de polarisation perpendiculaire à OP fait un angle α avec OM et $90° - \alpha$ avec Oz. L'onde se décompose en deux, l'une ordinaire, polarisée dans la section principale, dont l'amplitude est $\sigma \cos \alpha$ et l'intensité $\sigma^2 \cos^2 \alpha$; l'autre extraordinaire, $\sigma \sin \alpha$, dont l'intensité est $\sigma^2 \sin^2 \alpha$. Cette loi nous est déjà connue, c'est la loi de Malus.

SURFACE DE L'ONDE. — Les deux ondes planes que nous venons de considérer se propageront suivant OC (*fig.* 803) et se trouveront, après l'unité de temps, l'ordinaire à une distance $OD = a$ sur un plan DD′ normal à OD, l'extraordinaire à une distance $OC = c$ sur un autre plan normal CC′. Pour la première, les vibrations seront dans le plan DD′ et perpendiculaires à COx. Pour la seconde, elles seront dans le plan CC′ et parallèles à COx. Si maintenant nous supposons que le point O soit un centre d'ébranlement dans l'intérieur du cristal, la lumière qui en émane se propagera dans tous les sens à la fois et arrivera, après l'unité de temps, sur deux surfaces que l'on nomme *surfaces de l'onde* et que nous allons déterminer. La première sera le lieu d'arrivée des vibrations Oz, perpendiculaires à la section principale COx, qui ont une vitesse constante a : c'est donc une sphère de rayon a; c'est l'onde ordinaire. La deuxième, l'onde extraordinaire, est le lieu des vibrations dirigées suivant OM dans le plan COx; c'est l'enveloppe de tous les plans menés normalement à OC à une distance $c = \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}$.

Puisque tout est symétrique autour de l'axe, cette surface sera de révolution autour de Ox; il suffit donc de chercher sa génératrice, ou la courbe enveloppe de CC′. L'équation de cette ligne est

$$x = -y\,\text{tang}\,\theta + \frac{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta}}{\cos\theta}$$

$$= -y\,\text{tang}\,\theta + \sqrt{a^2 + b^2\,\text{tang}^2\theta}.$$

Il faudra chercher sa différentielle par rapport à θ; elle est

$$-\frac{y}{\cos^2\theta} + \frac{\dfrac{2b^2\,\text{tang}\,\theta}{\cos^2\theta}}{2\sqrt{a^2 + b^2\,\text{tang}^2\theta}} = 0, \quad y = \frac{b^2\,\text{tang}\,\theta}{\sqrt{a^2 + b^2\,\text{tang}^2\theta}},$$

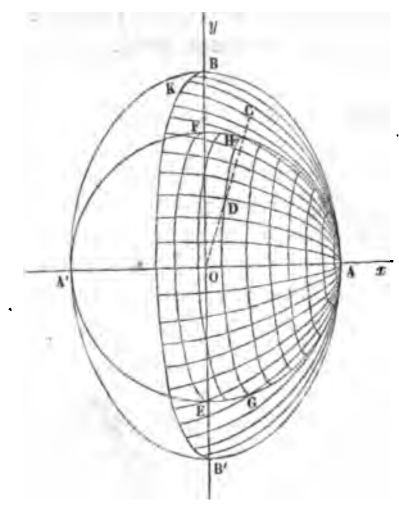
puis éliminer θ entre l'équation première et sa différentielle. On trouve aisément

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Par conséquent, la surface cherchée est un ellipsoïde de révolution dont l'axe polaire est $x = a$ et l'axe équatorial $y = b$.

En résumé, tout ébranlement déterminé en O sera transmis après l'unité de temps sur deux surfaces d'onde (*fig.* 804) :

Fig. 804.



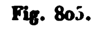
l'une, l'onde ordinaire, est une sphère dont le rayon est $a = \frac{1}{n_0}$; elle se décompose en rayons tels que OD. Chacun d'eux est polarisé dans la section principale DAO ; au point D les vibrations sont normales à cette section, sur toute la surface de la sphère elles sont dirigées suivant les cercles GDH,... parallèles à l'équateur EF. L'autre surface d'onde est un ellipsoïde de révolution BAB'A' tangent à la sphère à ses pôles ; son axe OA est $a = \frac{1}{n_0}$; son axe équatorial est $OB = b = \frac{1}{n_e}$. Tout rayon OC a une vitesse de propagation C égale au rayon vecteur OC ; il est polarisé perpendiculairement à la section principale ; il a ses vibrations dans cette section, c'est-à-dire dans le plan méridien ACK.

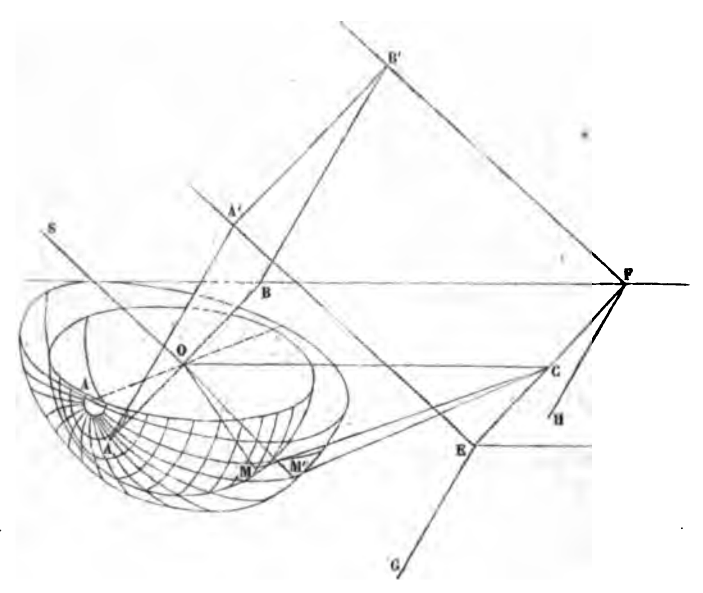
CONSTRUCTION D'HUYGHENS. — Cherchons maintenant ce qui arrive quand une onde plane passé de l'air dans un milieu cristallisé tel que le spath.

Soit ABA'B' (*fig.* 805) l'onde incidente, AB sa trace sur la surface du cristal ABEF. Après avoir occupé cette position, elle se transporte parallèlement à elle-même, et au bout d'un temps égal à l'unité elle est arrivée en EFGH, après avoir parcouru un espace B'F égal à l'unité. La distance OC des deux traces AB et EF est égale à $\frac{1}{\sin i}$.

Pendant qu'elle parcourait l'espace B'F dans l'air, l'onde pénétrait dans le milieu. Pour déterminer la surface sur laquelle le mouvement est arrivé, il faut remarquer que chacun

des points du plan ABEF a été successivement ébranlé, et qu'ils ont envoyé dans l'intérieur des ondes élémentaires dont les axes sont proportionnels au temps écoulé entre l'instant où ils ont été touchés et celui où l'onde incidente a atteint la trace EF, temps qui est en raison inverse de la


Fig. 805.



distance de ces points à EF, et qui est égal à l'unité pour ceux de AB. Toutes ces ondes élémentaires se composent d'une sphère et d'un ellipsoïde; l'enveloppe de toutes les sphères sera l'onde ordinaire, celle de tous les ellipsoïdes l'onde extraordinaire, et il est évident que toutes deux seront planes et qu'elles passeront par EF.

Pour déterminer la première enveloppe, il suffit de construire la sphère de rayon $a = \frac{1}{n_0}$ qui est émise par le point O pendant l'unité de temps avec une vitesse a et de lui mener un plan tangent par la trace EF; ce plan sera l'onde réfractée ordinairement. Si M est le point de tangence, OM est le rayon

réfracté qui correspond au rayon incident OS; on a

$$\sin r = \frac{OM}{OC} = \frac{\frac{1}{n_o}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_o}, \quad \frac{\sin i}{\sin r} = n_o.$$

Comme $n_o = \frac{1}{a}$ est constant, ce rayon suit la loi de Descartes: c'est le rayon ordinaire. En chaque point tel que M, ses vibrations sont tangentes aux parallèles que nous avons tracés sur la sphère; il est polarisé dans le plan du méridien OAM qui est celui de la section principale.

La deuxième enveloppe se trouvera de la même manière. On construira l'ellipsoïde ayant son centre en O, un axe de révolution $a = \frac{1}{n_o}$, un axe équatorial $b = \frac{1}{n_e}$, et on lui mènera par EF un plan tangent, qui sera l'onde extraordinaire. Si M′ est le point de tangence, OM′ sera le rayon réfracté; sa vitesse sera égale au rayon vecteur OM′, elle sera variable; son indice sera $\frac{1}{OM'}$, il ne sera pas constant; la loi de Descartes ne s'appliquera pas; les vibrations seront dirigées suivant le méridien AOM′ qui est le plan de la section principale; et le plan de polarisation sera perpendiculaire à cette section.

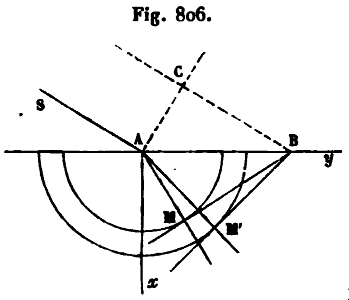
Vérification. — Il faut maintenant vérifier ces lois. Nous commencerons par montrer que l'un des deux rayons réfractés suit réellement la loi de Descartes, quelle que soit la direction de la route qu'il parcourt. Le procédé qui est à la fois le plus simple et le plus exact consiste à scier plusieurs lames dans un cristal de spath suivant des directions quelconques et différentes, à les coller l'une au-dessus de l'autre, puis à les tailler en un prisme dont les arêtes soient perpendiculaires à leurs faces de jonction. Si l'on examine à travers ce prisme, sur un goniomètre, la lumière fournie par une fente, on voit que les spectres extraordinaires donnés par les diverses lames sont inégalement déviés, mais qu'il n'y a qu'un seul spectre ordinaire, absolument comme si le prisme était fait d'un morceau unique de spath. L'indice n_o est donc indé-

pendant de la direction, et on le peut mesurer absolument comme si la substance n'était pas cristallisée.

Nous n'avons plus qu'à nous occuper du rayon extraordinaire, et nous examinerons trois cas.

I. *Lame parallèle à l'axe; plan d'incidence perpendiculaire à l'axe* (*fig.* 806). — Soit A la projection de l'axe : si nous appliquons à ce cas la règle d'Huyghens, nous voyons que le plan d'incidence coupe l'ellipsoïde suivant son équateur dont le rayon AM' est $b = \frac{1}{n_e}$, et la sphère suivant un cercle de rayon $AM = a = \frac{1}{n_o}$. Prenons $AB = \frac{1}{\sin i}$, et, suivant une ligne B normale au plan de la figure, menons les deux plans tangents. Les points de contact M et M' seront évidemment dans le plan d'incidence; on a de plus

Fig. 806.



$$\sin r = \frac{AM'}{AB} = \frac{\frac{1}{n_e}}{\frac{1}{\sin i}} = \frac{\sin i}{n_e}$$

ou

$$\sin i = n_e \sin r,$$

ce qui est la loi de Descartes. Pour vérifier ce résultat, on taille un prisme dont les arêtes soient parallèles à l'axe; on le fixe verticalement au centre d'un cercle divisé et l'on mesure la déviation du rayon extraordinaire. Le plan d'incidence est perpendiculaire aux arêtes, ou à l'axe, et on trouve que la déviation est donnée par les formules établies pour les prismes ordinaires.

Quand on fait cette expérience, on voit deux spectres. L'ordinaire est polarisé parallèlement à l'axe et l'extraordinaire perpendiculairement. On peut donc éteindre l'un des deux par une tourmaline et mesurer la déviation de l'autre, puis calculer n_o et n_e. J'ai donné (p. 433) les résultats obtenus par

M. Mascart; voici ceux qui avaient été trouvés par Rudberg pour les diverses raies.

Indices ordinaire et extraordinaire, d'après Rudberg.

	SPATH.		QUARTZ.	
Raies.	Ordinaire.	Extraordinaire.	Ordinaire.	Extraordinaire.
	n_o	n_e	n_o	n_e
B......	1,65308	1,48391	1,54090	1,54990
C......	1,65452	1,48455	1,54181	1,54085
D......	1,65850	1,48635	1,54418	1,55328
E......	1,66360	1,48868	1,54711	1,55631
F......	1,66802	1,49075	1,54965	1,55894
G......	1,67617	1,49453	1,55425	1,56365
H......	1,68330	1,49780	1,55817	1,56772

Les expériences que nous venons de rapporter prouvent que la section de l'onde extraordinaire par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle de rayon $b = \frac{1}{n_e}$; cette onde est donc une surface de révolution par rapport à l'axe. Pour chercher sa génératrice, nous étudierons sa réfraction dans un cristal taillé parallèlement à l'axe, quand le plan d'incidence contient cet axe.

II. *Lame parallèle à l'axe. Plan d'incidence contenant l'axe* (*fig.* 807). — Dans ce cas, l'ellipsoïde et la sphère se projettent suivant ADA', ACA', l'axe suivant Ox et les plans tangents suivant BM et BM'. Les rayons réfractés OM et OM' sont encore dans le plan d'incidence; les points M et M' sur une même perpendiculaire à Ox. Par suite,

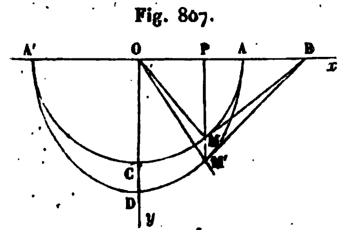


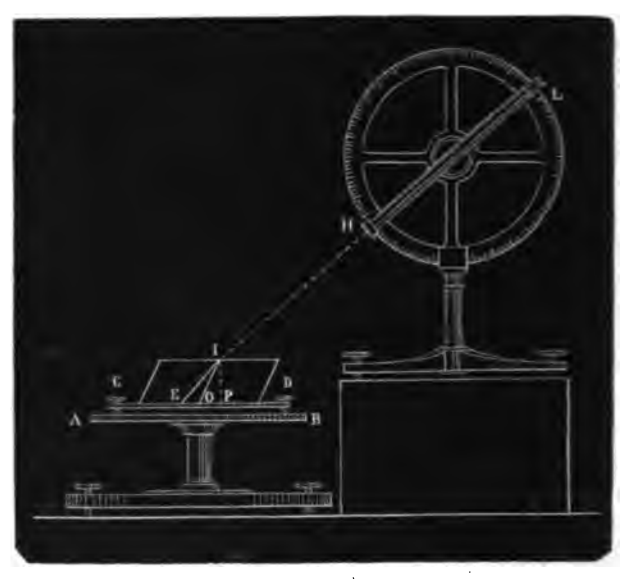
Fig. 807.

$$\frac{\tang r}{\tang r'} = \frac{PM'}{PM} = \frac{b}{a} = \frac{n_o}{n_e}.$$

Pour vérifier cette loi remarquable on emploie le procédé suivant qui a été imaginé par Malus.

Sur la plate-forme centrale d'un cercle horizontal AB, on fixe un cristal de spath EIO, aussi épais que possible, dont

Fig. 808.



les faces sont parallèles entre elles et à l'axe. On s'assure que la face supérieure est horizontale, quand en faisant tourner la plate-forme on ne déplace pas l'image réfléchie d'un point éloigné. Un théodolite placé en HL vise à la fois la surface I et une règle divisée EOP placée sous le cristal, dans la direction du plan d'incidence qui est aussi le plan de la section principale. Cette règle est dédoublée; l'image ordinaire d'un point O coïncide avec l'image extraordinaire d'un autre point E, et tous deux se voient suivant IHL. Par conséquent, un rayon LHI se dédoublerait dans le cristal suivant IO et IE. On mesure sur la règle la distance des points O et E, et l'on a

$$OP = e \tang r,$$
$$EP = e \tang r',$$

$$\frac{EP - OP}{e} = \frac{OE}{e} = \tang r' - \tang r, \quad \frac{\tang r'}{\tang r} = 1 + \frac{OE}{e \tang r}.$$

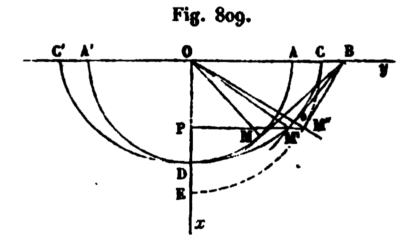
On connaît e, on a mesuré OE, on calcule $\operatorname{tang} r$, puisqu'on connaît n_o et i; on peut donc déterminer le deuxième membre de cette équation. L'expérience a prouvé qu'il était constant et égal à $\frac{n_e}{n_o}$; donc

$$\frac{\operatorname{tang} r'}{\operatorname{tang} r} = \frac{n_e}{n_o}.$$

Une fois démontrée par l'expérience, cette relation prouve que la section de la surface de l'onde par un plan diamétral est une ellipse. Conséquemment, puisque cette surface est de révolution, elle est un ellipsoïde dont les axes sont a et b. Les deux vérifications que nous venons de faire suffisent donc pour justifier complétement la loi théorique : nous allons la confirmer par un troisième cas particulier.

III. *Lame perpendiculaire à l'axe.* — L'axe étant Ox (*fig.* 809), toute section des surfaces d'onde faite suivant sa direction donne un cercle ADA′ et une ellipse CDC′ dont les axes sont a et b. Le point de contact M′ est encore dans le plan d'incidence.

Fig. 809.



Si on décrit un cercle OCE de rayon b et qu'on mène à ce cercle une tangente BM″, les points M″M′ seront sur une même perpendiculaire M″P à Ox. On a, en désignant par ρ l'angle POM″,

$$\frac{\operatorname{tang} r'}{\operatorname{tang} \rho} = \frac{M''P}{M'P} = \frac{b}{a};$$

on a de plus

$$\sin\rho = \frac{OM''}{OB} = b \sin i,$$

par suite

$$\operatorname{tang} r' = \frac{b}{a}\frac{\sin\rho}{\cos\rho} = \frac{b^2 \sin i}{a\sqrt{1 - b^2 \sin^2 i}}.$$

Malus a vérifié cette relation comme la précédente (*fig.* 808). Du moment qu'elle est démontrée, on peut conclure que la section de l'onde extraordinaire par un plan diamétral quel-

conque est une ellipse dont les axes sont a et b, et par suite que la surface de cette onde est un ellipsoïde de révolution dont cette ellipse est la génératrice. L'étude de ce cas suffirait pour justifier la théorie. Cette étude conduit en outre à une remarque importante : b étant plus grand que a, n_e est plus petit que n_o ; le rayon extraordinaire OM′ est plus éloigné de l'axe que l'ordinaire OM. Le contraire aurait lieu si b était plus petit que a ou n_e plus grand que n_o. Or, c'est justement ce qui a lieu pour le quartz; aussi, dans ce cristal, le rayon extraordinaire est plus rapproché de la normale que le rayon ordinaire.

On peut dès lors diviser les cristaux en deux classes : les premiers, où $n_e < n_o$; on les nomme *répulsifs* ou *négatifs*, parce que le rayon OM′ est comme repoussé par l'axe; les autres, où $n_e > n_o$; dans lesquels OM′ semble attiré par l'axe; on les appelle *attractifs* ou *positifs*.

CRISTAUX ATTRACTIFS.

Zircon.
Quartz.
Stannite.
Boracite.
Apophyllite.
Sulfate de potasse et de fer.
Suracétate de cuivre et de chaux.
Hydrate de magnésie.
Glace.
Hyposulfate de chaux.
Dioptase.
Argent rouge.

CRISTAUX RÉPULSIFS.

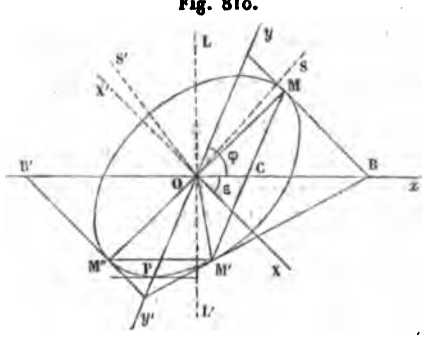
Spath.
Carbonate de chaux et de magnésie.
Carbonate de chaux et de fer.
Tourmaline.
Rubellite.
Corindon.
Saphir.
Rubis.
Émeraude.
Béryl.
Apatite.
Idocrase.
Vernérite.
Mica.
Phosphate de plomb.
Arséniate de potasse.
Cinabre.
Mellite.
Molybdate de plomb.
Octaédrite.
Arséniate de plomb.
Arséniate de cuivre.
Néphéline.

CAS D'UNE SECTION PRINCIPALE QUELCONQUE. — Il serait superflu de chercher d'autres vérifications, et le calcul suffira pour

déterminer dans tous les cas particuliers les divers phénomènes de la double réfraction. Toutefois, ce calcul étant complexe, nous allons nous réduire au seul cas qui soit utile dans les applications, celui où le plan d'incidence se confond avec la section principale; alors les deux rayons refractés restent dans ce plan, et on n'a à considérer au lieu de l'ellipsoïde qu'une section diamétrale.

Soient BB' la face d'entrée (*fig.* 810), ε l'angle qu'elle fait

Fig. 810.



avec l'axe OX du cristal. Cet angle sera égal à 45°23' si BB' est une face de clivage naturel. Nous rapporterons l'ellipse à ses diamètres conjugués B'OB et Oy. En désignant par ε' l'angle que Oy fait avec l'axe OX, on sait qu'on a

$$\operatorname{tang}\varepsilon . \operatorname{tang}\varepsilon' = -\frac{b^2}{a^2}.$$

Cette équation fera connaître ε'. Si on pose $\varepsilon' = \varepsilon + \varphi$, φ étant l'angle yOx ou B'OP,

$$\operatorname{tang}(\varepsilon + \varphi) = \frac{\operatorname{tang}\varepsilon + \operatorname{tang}\varphi}{1 - \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\varepsilon} = \frac{-b^2}{a^2 \operatorname{tang}\varepsilon}.$$

D'où l'on tire

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{a^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon + b^2}{(b^2 - a^2)\operatorname{tang}\varepsilon}.$$

Les valeurs des deux axes conjugués $Ox = a'$, $Oy = b'$ sont données par les relations

$$a'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon + b^2 \cos^2\varepsilon}, \quad b'^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2\varepsilon' + b^2 \cos^2\varepsilon'}.$$

On pourra donc, dans chaque cas particulier où ε sera connu, calculer ε', a' et b'. Je supposerai ce calcul fait, et l'équation de l'ellipse sera déterminée :

$$a'^2 y^2 + b'^2 x^2 = a'^2 b'^2.$$

Il faudra maintenant, pour trouver le rayon réfracté correspondant à une incidence i, prendre $OB = \frac{1}{\sin i}$, par le point B mener une tangente BM', et OM' sera le rayon réfracté ; il fera, avec la normale un angle r que nous allons calculer.

I. Soit d'abord $i = 0$, c'est-à-dire le rayon incident normal et dirigé suivant LO. Dans ce cas, $\frac{1}{\sin i} = \infty$, et il faut mener une tangente parallèle à Ox. On sait qu'elle passera en P à l'extrémité du diamètre conjugué Oy ; donc le rayon réfracté sera ce diamètre conjugué OP ; l'angle de réfraction R ou POL' sera complémentaire de B'OP ou de φ et l'on aura

$$\operatorname{tang} R = \cot \varphi = \frac{(b^2 - a^2) \operatorname{tang} \varepsilon}{a^2 \operatorname{tang}^2 \varepsilon + b^2}.$$

Si $\varepsilon = 0$, $\operatorname{tang} R = 0$. Si ε croît, R augmente jusqu'à un maximum ; enfin, pour $\varepsilon = 90$ degrés, R redevient nul. On trouve que le maximum d'écart a lieu pour $\varepsilon = 48°7'10''$, et alors on trouve $r = 6°14'20''$. Ce cas est sensiblement réalisé par les cristaux de spath taillés suivant leurs faces de clivage, dans lesquels $\varepsilon = 45°23'20''$ et $R = 6°12'$. Cela veut dire que le rayon ordinaire, continuant sa route en ligne droite suivant OL', l'extraordinaire OP s'écarte de l'axe OX et fait avec la normale un angle de réfraction POL' égal à $6°12'$.

II. Supposons l'incidence quelconque et égale à i, et que le rayon incident vienne de S' en O : il faudra prendre $OB = \frac{1}{\sin i}$ du côté Ox et mener des tangentes BM' et BM dont l'équation sera

$$a'^2 yy' + b'^2 xx' = a'^2 b'^2.$$

En exprimant qu'elles passent par B, dont les coordonnées sont $y = 0$, $x = \frac{1}{\sin i}$, on trouve pour le point de contact M'

$$x' = a'^2 \sin i, \quad y' = -b' \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}.$$

En comptant l'angle de réfraction à droite de la normale, on a dans le triangle OM'C

$$\frac{-y'}{x'}=\frac{\sin(90°-r)}{\sin(90-\varphi+r)}=\frac{\cos r}{\cos(\varphi-r)}=\frac{1}{\cos\varphi+\sin\varphi\,\text{tang}\,r},$$

d'où, en remplaçant x' et y',

$$\text{tang}\,r=\frac{a'^2\sin i-b'\cos\varphi\sqrt{1-a'^2\sin^2 i}}{b'\sin\varphi\sqrt{1-a'^2\sin^2 i}}.$$

Si $\varepsilon=0$, la plaque est parallèle à l'axe; $\text{tang}\,\varphi=\infty$, l'angle φ est égal à 90 degrés; l'ellipse est rapportée à ses axes principaux et l'on trouve

$$\text{tang}\,r=\frac{a}{b}\,\frac{a\sin i}{\sqrt{1-a^2\sin^2 i}}.$$

En désignant par r_o l'angle de réfraction ordinaire, on a $a\sin i=\sin r_o$. Donc

$$\frac{\text{tang}\,r}{\text{tang}\,r_o}=\frac{a}{b}=\frac{n_e}{n_o},$$

résultat déjà connu.

Si $\varepsilon=90$ degrés, la plaque est perpendiculaire à l'axe (*fig.* 809), φ est encore égal à 90 degrés; l'ellipse est encore rapportée à ses axes principaux, mais a' se change en b et b' en a, et l'on a

$$\text{tang}\,r=\frac{b^2\sin i}{a\sqrt{1-b^2\sin^2 i}},$$

formule que nous avons déjà trouvée pour ce cas particulier.

Enfin, si l'on prend un cas intermédiaire, par exemple celui où la face est de clivage, φ prend une valeur égale à $(90°-\text{R})$, R étant l'angle de réfraction normal calculé précédemment et compté à gauche de la normale : on a

$$\text{tang}\,r=\frac{a'^2\sin i-b'\sin \text{R}\sqrt{1-a'^2\sin^2 i}}{b'\cos \text{R}\sqrt{1-a'^2\sin^2 i}};$$

pour $i=0$,

$$\text{tang}\,r=-\,\text{tang}\,\text{R};$$

l'angle de réfraction est à gauche de la normale.

Si i augmente, r diminue. Il arrive un moment où $\tang r$ est nul, c'est-à-dire où le rayon réfracté est normal,

$$a'^2 \sin i = b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}.$$

En posant

$$a' \sin i = \sin I, \quad \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i} = \cos I,$$

$$\frac{a' \sin I}{b' \cos I} = \sin R, \quad \tang I = \frac{b'}{a'} \sin R.$$

On trouve que pour une face de clivage, l'incidence pour laquelle le rayon réfracté est normal est égale à $(9^\circ, 49' 25'')$. Pour des incidences plus grandes, r devient positif et augmente. Enfin, si $i = 90$ degrés, $\sin i = 1$, et on atteint l'angle limite

$$\tang r = \frac{a'^2 - b' \sin R \sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2}}.$$

Le calcul donne $r = 35^\circ 31'$ quand la surface réfringente est une des faces de clivage.

Examinons maintenant le cas où le rayon incident vient de S en O : alors le point B doit être pris dans le sens opposé, en B', et la tangente est B'M''. Mais si OB' = OB, c'est-à-dire si les deux rayons SO et S'O font des angles d'incidence i égaux, B'M'' est parallèle à BM, et les points de contact M, M'' se trouvent aux extrémités d'un même diamètre. Ainsi MM' et M'M'' sont deux cordes supplémentaires, et la première étant parallèle au diamètre yy', la seconde sera parallèle à xx' et divisée en deux parties égales par yy'. D'où il résulte que les deux rayons réfractés font des angles égaux avec OP, c'est-à-dire avec la direction du rayon réfracté quand l'incidence est normale. Ce théorème est dû à Huyghens.

Si l'on calcule, comme précédemment, l'angle des rayons réfractés OM'', on trouve, en comptant r à gauche de la normale,

$$\tang r = \frac{a'^2 \sin i + b' \sin R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2 \sin^2 i}};$$

l'angle r augmente en même temps que i; mais on remarquera que sous l'incidence normale le rayon est dévié vers la gauche, et que r est $> i$; qu'ensuite, sous des incidences

obliques, r est $< i$. Il faut donc que pour une incidence donnée i devienne égal à r. Ce calcul assez complexe a été fait par M. Billet qui trouve

$$i = 15^\circ 56' 20''.$$

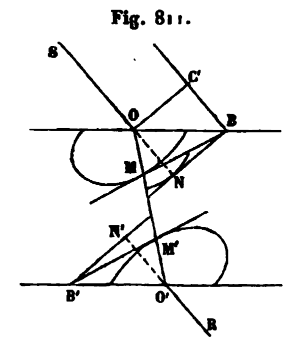
Enfin si i, augmentant toujours, devient égal à 90 degrés, on atteint l'angle limite qui est

$$\tang r = \frac{a'^2 + b' \sin R \sqrt{1 - a'^2}}{b' \cos R \sqrt{1 - a'^2}},$$

valeur plus grande que la précédente. Elle est, pour une face de clivage, égale à $42^\circ 57' 50''$.

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE A LA SORTIE D'UN CRISTAL. — On peut modifier comme il suit la construction d'Huyghens (*fig.* 811).

Fig. 811.



Prolongez le rayon incident SO en ON, décrivez du point O une sphère de rayon ON = 1, menez un plan tangent en N, il est clair qu'il rencontre la surface suivant une ligne perpendiculaire au plan d'incidence et qui passe en B, à une distance $OB = \frac{1}{\sin i}$. Le point B ainsi trouvé, le reste de la construction s'achève comme précédemment.

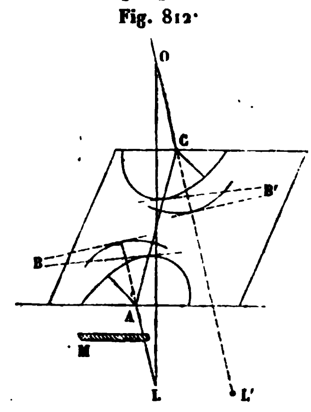
Nous pouvons nous proposer maintenant de chercher comment se réfracte un rayon OO′ qui sort du cristal pour passer dans l'air. Il faudra faire inversement la construction : décrire du point O′ l'ellipsoïde connu et mener en M′ un plan tangent qui rencontrera la surface suivant une ligne passant en B′. Elle sera perpendiculaire au plan de réfraction dans l'air. Du point O′ on décrira ensuite une sphère avec un rayon O′N′ égal à l'unité, suivant la ligne B′ on mènera un plan tangent B′N′, et on joindra N′, O′ par une droite dont le prolongement O′R sera le rayon réfracté.

On reconnaît de suite que si les faces du cristal OB, O′B′ sont parallèles, tout rayon incident SO donnera un rayon réfracté parallèle O′R. Car les deux ellipsoïdes décrits de O et

de O' ayant leurs axes égaux et parallèles, les plans tangents en M et M' seront parallèles, couperont les deux surfaces suivant des lignes B et B' parallèles et également éloignées de O et de O'; par suite, les plans tangents aux deux sphères seront parallèles, ainsi que les rayons SON, N'O'R.

Cela explique une curieuse expérience due à Monge. Quand on place un cristal au-dessus d'un point lumineux L (*fig.* 812) et qu'on regarde du point O, on voit deux images, l'une ordinaire L qui n'a point été déviée, l'autre L' qui est jetée de côté. Comme les rayons incidents et émergents LA et CO sont parallèles, il faut que le faisceau extraordinaire intérieur AC coupe le faisceau ordinaire LO. Aussi, en faisant glisser sous le cristal un obstacle M à gauche de LO, on voit disparaître l'image L' qui est à droite.

Fig. 812.



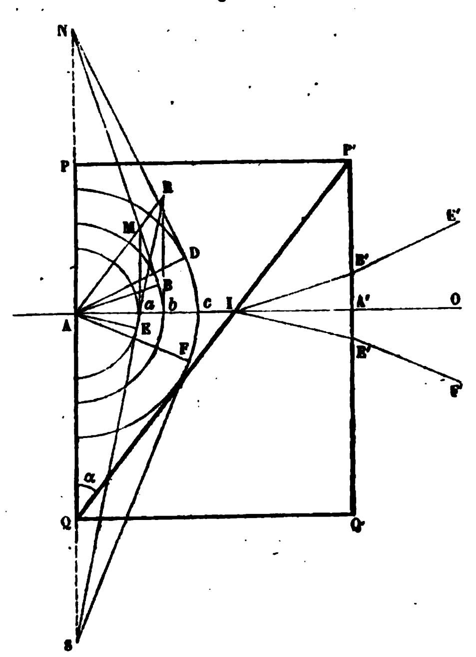
APPLICATIONS. — Pour étudier les phénomènes de polarisation, nous nous sommes servi de gros rhomboèdres de spath. On peut les remplacer par des prismes biréfringents moins volumineux et moins coûteux.

PRISME DE ROCHON (*fig.* 813). — Deux prismes de spath de même angle α sont collés l'un à l'autre par de la térébenthine. La face PQ du premier est normale à l'axe, les arêtes du second sont parallèles à cet axe. De cette façon, la section normale du biprisme contient l'axe du premier; elle est perpendiculaire à la section principale du second.

Un rayon incident normal de lumière naturelle traverse le premier prisme sans déviation, et ordinairement; il se dédouble au point I en un rayon ordinaire IA' qui continue sa route en ligne droite et sort suivant AO, polarisé perpendiculairement au plan de la figure, et en un rayon extraordinaire IB' qui émerge suivant B'E', polarisé dans le plan de la figure.

Pour trouver la marche de ce rayon extraordinaire, menons du point A comme centre trois cercles de rayons Aa, Ab, Ac égaux aux vitesses a, b, 1 de la lumière dans les rayons ordinaire, extraordinaire et dans l'air. Le rayon se réfracte ordinairement en A et prend la vitesse a; ensuite il passe dans le deuxième prisme et échange sa vitesse a contre la vitesse b. Supposons que la section P'Q passe en A et soit représentée par AR; il faudra mener une tangente en a, la prolonger jusqu'en M, par ce point mener la tangente MB au cercle de rayon b, et AB sera la direction du rayon entrant dans le deuxième prisme.

Fig. 813.



L'angle d'incidence AMa est égal à l'angle α du prisme; désignons l'angle de réfraction AMB par $\alpha + \mu$; nous avons dans les deux triangles rectangles AMa, AMB, qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin(\alpha + \mu)}{\sin \alpha} = \frac{b}{a};$$

et, comme μ est très-petit,

$$\sin\alpha + \mu\cos\alpha = \frac{b}{a}\sin\alpha,$$

$$\mu = \frac{b-a}{a}\operatorname{tang}\alpha.$$

Après avoir pris dans le deuxième prisme la direction IB′ parallèle à AB, le rayon sort en B′. Supposons que la face P′Q′ passe par A et soit représentée par AP. Le rayon échangeant la vitesse b pour la vitesse 1, il faudra mener une tangente en B et la prolonger jusqu'à la rencontre de AP en N; de ce point mener une tangente ND au cercle de rayon 1, et AD sera le rayon réfracté. L'angle d'incidence sera $\text{BNA} = \text{BM}a = \mu$, l'angle d'émergence $\text{DNA} = r$, et dans les deux triangles AND, ANB qui ont l'hypoténuse commune,

$$\frac{\sin r}{\sin\mu} = \frac{1}{b},$$

et en remplaçant μ,

$$\sin r = \frac{b-a}{ab}\operatorname{tang}\alpha = (n - n')\operatorname{tang}\alpha.$$

Le rayon émergent sera B′E parallèle à AD.

Or, puisque le rayon ordinaire AO traverse le cristal sans déviation, r indique l'angle des deux rayons à la sortie du prisme. Si le rayon incident arrivait par la face P′Q′ et sortait par PQ, alors la construction précédente ne serait plus applicable; on trouvera aisément celle qu'il faudrait exécuter; on verrait que le rayon ordinaire reste normal, que le rayon extraordinaire suit une route intérieure différente, mais qu'en définitive il sort avec la même déviation. Ordinairement le prisme de Rochon est construit en quartz, et comme alors l'indice ordinaire n est plus petit que l'extraordinaire n', la déviation est de sens inverse, c'est-à-dire qu'elle a lieu vers la base QQ′ du deuxième prisme.

PRISME DE WOLLASTON. — Il diffère du précédent en ce que dans le premier prisme PP′Q l'axe est parallèle à PQ et perpendiculaire aux arêtes au lieu d'être placé suivant AI; dans

le deuxième il est toujours dirigé suivant les arêtes : de cette manière les sections principales sont à angle droit. Dans ce cas, les intersections de la surface de l'onde par le plan de la figure sont, pour le rayon ordinaire, un cercle du rayon $OA = a$; pour le rayon extraordinaire, une ellipse d'axes a et b dans le premier prisme, et un cercle de rayon b dans le deuxième; enfin un cercle de rayon 1 dans l'air.

En A le rayon se dédouble en deux qui se propagent suivant la même direction AI : l'un ordinaire avec une vitesse a, l'autre extraordinaire avec une vitesse b; le premier est polarisé dans le plan de la figure, le deuxième perpendiculairement.

Le rayon ordinaire, en rencontrant QP', se réfracte extraordinairement et prend la vitesse b, puis il reprend la vitesse 1 dans l'air. Il suit de là qu'il éprouve la même série d'actions que le rayon extraordinaire dans le prisme de Rochon, qu'il suit la même route et que la déviation est

$$\sin r = (n - n') \tang \alpha.$$

Il n'en est pas de même du rayon extraordinaire. En effet, après avoir reçu la vitesse b dans le premier cristal, il devient ordinaire dans le second avec une vitesse a; nous devons donc mener une tangente à l'ellipse en b jusqu'à la rencontre de la face AR en R, puis de là une seconde tangente RE au cercle de rayon a, et AE sera la direction du rayon réfracté. L'angle d'incidence est $ARb = \alpha$, l'angle de réfraction est $ARE = \alpha - \mu'$, et on a dans les deux triangles ARb, ARE,

$$\frac{\sin(\alpha - \mu')}{\sin\alpha} = \frac{a}{b},$$

$$\sin\alpha - \sin\mu' \cos\alpha = \frac{a}{b}\sin\alpha,$$

$$\sin\mu' = \frac{b-a}{b} \tang\alpha.$$

Enfin, le rayon sort du cristal et reprend la vitesse 1. Prolongeons donc la tangente RE au cercle de rayon a jusqu'à la rencontre en S de la face de sortie transportée en AQ; menons de S une tangente SF au cercle de rayon 1, et AF sera la direction du rayon émergent.

L'angle d'incidence est ESA $= \mu'$; l'angle d'émergence FSA $= r'$, et l'on a dans les triangles AES, AFS

$$\frac{\sin r'}{\sin \mu'} = \frac{1}{a}.$$

Enfin, en remplaçant $\sin \mu'$,

$$\sin r' = \frac{b-a}{ab} \operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang} \alpha (n - n').$$

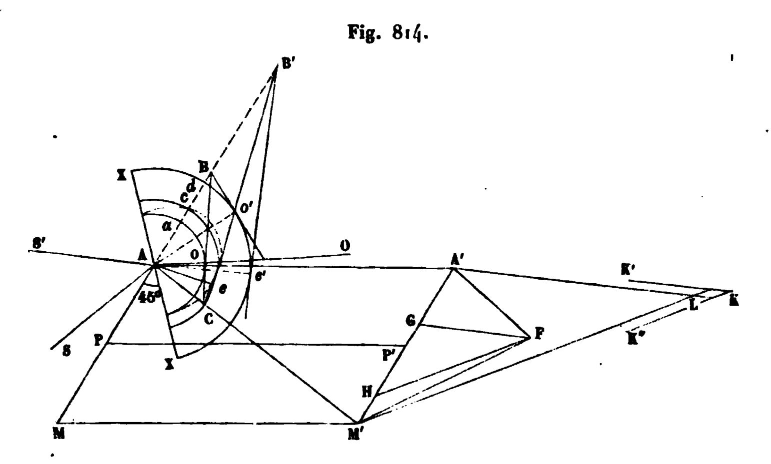
On voit que dans le prisme de Wollaston les deux rayons sont déviés également l'un d'un côté, l'autre de l'autre, et que leur écart est doublé. Il faut remarquer que chaque rayon a subi une déviation inégale pour les diverses couleurs et que les images sont colorées. Dans le prisme de Rochon, l'image ordinaire n'était déviée pour aucune couleur et restait blanche.

PRISME DE NICOL. — Soit AA'MM' (*fig.* 814) un long morceau de spath : AM et A'M' sont les projections de deux faces de clivage sur le plan de la figure qui est une section principale; AA', PP', MM' sont les arêtes. On divise ce cristal en deux morceaux par une section AM' très-oblique; on en polit les deux faces et on les recolle dans leur position première avec un mastic que je supposerai d'abord quelconque.

Si les rayons incidents sont dans le plan de la section principale, les rayons réfractés s'y trouveront également, et il suffira de décrire trois cercles dont les rayons Aa, Ac, Ad sont égaux aux vitesses de la lumière a, c, 1, dans le rayon ordinaire, dans le mastic et dans l'air, et une ellipse dont les axes a et b sont dirigés suivant l'axe XX et perpendiculairement à cet axe. Soit SA un rayon incident; on le prolongera jusqu'en O'; on mènera la tangente O'B qui rencontrera la face d'entrée AM en B. De ce point on mènera la tangente Bo au cercle de rayon a, et AoO sera la direction du rayon ordinaire dans le premier prisme MAM'. Ce rayon viendra rencontrer la couche de mastic, et pour avoir la direction qu'il y prendra il faudra du point C mener une tangente au cercle intermédiaire de rayon AC $= c$. Or, si le point C est situé sur ce cercle, la tangente le touchera en C, le rayon sera réfracté suivant AC et sera à la limite de la réflexion totale.

Inversement, menons par C la tangente C*o* au cercle de rayon *a*; elle rencontrera la surface d'entrée AM au point B. De B menons la tangente BO'; joignons O'A, et la ligne prolongée SA sera le rayon incident qui, réfracté ordinairement, commencera à se réfléchir totalement. Tous les rayons incidents compris dans l'angle SAM se réfracteront, tous ceux qui sont dirigés dans l'angle SAB se réfléchiront totalement.

Fig. 814.



De même, en menant de C une tangente C*e*B' à l'ellipse, et du point B' une seconde tangente B'*e'* au cercle extérieur et joignant *e'*A, S'A*e'* déterminera la limite de réflexion totale pour le rayon extraordinaire; tous les rayons compris dans l'angle S'AM traverseront le cristal extraordinairement, tous ceux qui sont dans l'angle S'AB se réfléchiront totalement. Il en résulte que les rayons compris dans l'angle SAS' donneront naissance à des faisceaux ordinaires qui se réfléchiront totalement et à des rayons extraordinaires qui seront transmis : il en sera de même pour tout autre point de la surface AM.

Or comme, sauf l'interruption occasionnée par la couche de mastic, le cristal formé par les deux prismes recollés est continu et à faces parallèles, les rayons émergents seront parallèles aux rayons incidents. Si l'œil est en F et que nous menions FG et FH parallèles à S'A et à SA, tous les rayons compris dans l'angle GFH se réfracteront extraordinairement, et seront polarisés perpendiculairement à la section principale.

Dans l'angle HFM' il y aura de la lumière naturelle, et on ne verra aucune lumière dans la direction GFA'.

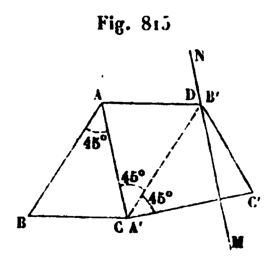
Par conséquent, si l'œil est en L au point d'intersection des deux parallèles A' L et M' L à S' A et SA, toute la lumière sortie du prisme sera polarisée extraordinairement; et *à fortiori*, si l'œil est en K, dans l'angle A' LM' prolongé. Inversement, si on met en F un point lumineux, les seuls rayons qui seront polarisés sont ceux qui, à l'incidence, seront compris dans l'angle GFH; ils le seront tous si le point est en L, ou dans le prolongement de l'angle, A' LM'.

Le point C peut être placé dans l'intérieur de l'ellipse, alors il est impossible de mener la tangente C*e*B' à cette courbe; cela veut dire que le rayon extraordinaire n'atteint pas la limite de la réflexion totale et qu'il est toujours réfracté. C'est ce qui arrive pour le prisme de Nicol ordinaire, dans lequel les deux prismes sont réunis par du baume de Canada dont l'indice est intermédiaire entre ceux des deux rayons ordinaire et extraordinaire.

M. Foucault a eu l'heureuse idée de supprimer le baume de Canada et de laisser une couche d'air entre les deux prismes juxtaposés. Alors le cercle intermédiaire de rayon A*c* est confondu avec le cercle extérieur de rayon AB = 1, et les deux rayons atteignent leur réflexion totale sous des angles différents. Il suffit alors de donner à l'angle MAM' un angle égal à 35 degrés. Le prisme est beaucoup moins long et son prix moins élevé.

PRISME DE SENARMONT. — On se rappelle que l'axe AC du spath fait environ 45 degrés avec les faces de clivage AB et CD (*fig.* 815). Si donc on coupe ce spath perpendiculairement à la section principale et suivant cet axe, puis que l'on recolle la partie ABC sur ACD en appliquant la face AB sur CD, après l'avoir retournée de 180 degrés, la somme des deux angles ACD, B' A' C' superposés vaudra 90 degrés, et la face AC contiendra l'axe. Ensuite on taille à partir de DB' une face MN perpendiculaire à A' C', et on

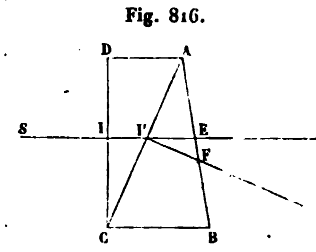
Fig. 815



a un biprisme qui a ses faces extrêmes parallèles entre elles, l'une MN normale à l'axe, l'autre AC parallèle à cet axe, et une face d'intersection CA'DB' inclinée de 45 degrés. Tout rayon qui tombe normalement sur MN se réfracte ordinairement jusqu'à DB'CA'; ensuite il donne deux rayons : l'un ordinaire, qui continue sa route en ligne droite; l'autre extraordinaire, fortement dévié et coloré. On ferait la figure exacte comme précédemment.

On se contente le plus généralement de prismes de spath ACB taillés sous un angle quelconque (*fig.* 816). L'une des faces AB est naturelle, l'autre AC est coupée perpendiculairement à la section principale. On y accole un autre prisme en verre ACD dont l'angle est un peu plus petit. Un rayon SI tombant normalement sur le verre se décompose dans le spath en deux autres : l'un extraordinaire, qui n'éprouve qu'une déviation et une dispersion très-faible, parce que les indices du verre et du rayon extraordinaire sont sensiblement égaux, l'autre ordinaire, qui a un indice beaucoup plus grand et se trouve rejeté vers la base BC.

Fig. 816.



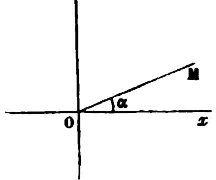
QUATRE-VINGT-SEPTIÈME LEÇON.

DES VIBRATIONS ELLIPTIQUES ET DES COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES.

Vibrations elliptiques. — Propriétés des rayons vibrant elliptiquement. — Théorie des couleurs des lames minces cristallisées. — Vérification. — Appareil de projection. — Cas de la lumière convergente. — Anneaux des cristaux à un axe. — Microscope d'Amici. — Cristaux à deux axes. — Verres trempés, — chauffés; — pressés, — fléchis, etc. — Étude générale des vibrations elliptiques. — Analyse expérimentale d'un rayon elliptique. — Procédé de Senarmont. — Procédé de M. Jamin.

VIBRATION ELLIPTIQUE. — Considérons une vibration rectiligne dirigée suivant OM (*fig.* 817). La vitesse de la molécule O est donnée par la formule

Fig. 817.



$$v = -A \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Décomposons cette vitesse en deux autres suivant deux axes rectangulaires quelconques Ox et Oy:

$$v' = -A \cos\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$v'' = -A \sin\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T};$$

et supposons que la dernière, par une cause quelconque, prenne une avance c sur la première, elle deviendra

$$v'' = -A \sin\alpha \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{c}{\lambda}\right);$$

et, en posant $2\pi \frac{c}{\lambda} = \delta$:

$$v'' = -A \sin \alpha \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right).$$

v' et v'' sont les vitesses de la molécule O parallèlement aux axes des x et des y; elles sont égales à $\frac{dx}{dt}$ et à $\frac{dy}{dt}$. En les intégrant, on aura les distances de cette molécule aux axes des y et des x, c'est-à-dire ses coordonnées x et y au temps t. L'intégration donne, en prenant comme unité le facteur constant $\frac{TA}{2\pi}$,

$$(1) \quad \begin{cases} x = \cos \alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \\ y = \sin \alpha \cos \left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right). \end{cases}$$

On suppose que les constantes introduites par l'intégration sont nulles, ce qui revient à choisir convenablement l'origine des temps. x et y variant avec le temps, le point M décrira une trajectoire dont on trouvera l'équation en éliminant t, comme il suit, entre x et y :

$$y = \sin \alpha \cos \delta \cos 2\pi \frac{t}{T} - \sin \alpha \sin \delta \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = \sin \alpha \cos \delta \frac{x}{\cos \alpha} - \sin \alpha \sin \delta \sqrt{1 - \frac{x^2}{\cos^2 \alpha}},$$

$$(y \cos \alpha - x \sin \alpha \cos \delta)^2 = \sin^2 \alpha \sin^2 \delta (\cos^2 \alpha - x^2);$$

et enfin :

$$(2) \qquad \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \delta}{\sin \alpha \cos \alpha} xy = \sin^2 \delta.$$

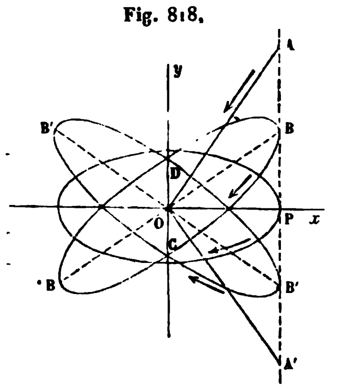
C'est l'équation d'une ellipse rapportée à deux diamètres rectangulaires. La molécule O doit donc se mouvoir sur cette ellipse dans des conditions que nous allons discuter.

Pour $t = 0$, les équations (1) donnent

$$X = \cos \alpha, \quad Y = \sin \alpha \cos \delta.$$

Ce sont les coordonnées de la position initiale B de la molécule O. On voit que X est maximum et indépendant de δ, ce qui veut dire que l'ellipse sera toujours tangente à une ligne AA' menée parallèlement à l'axe des y à une distance $OP = \cos\alpha$ (*fig.* 818). Y est l'ordonnée du point de tangence B; elle variera avec δ, c'est-à-dire avec la phase. Supposons δ positif et croissant peu à peu.

Fig. 818.



1° Si $\delta = 0$,

$$X = \cos\alpha,$$
$$Y = \sin\alpha.$$

L'ellipse devient

$$\left(\frac{y}{\sin\alpha} - \frac{x}{\cos\alpha}\right)^2 = 0, \quad y = x \operatorname{tang}\alpha.$$

C'est la droite OA. Le temps croissant à partir de zéro, les équations (1) montrent que x et y diminuent. Le mouvement sera de A en O suivant le sens de la flèche.

2° δ augmentant entre zéro et $\frac{\pi}{2}$, Y décroît depuis PA jusqu'à zéro; le point B s'abaisse vers l'axe des x et l'atteint quand $\delta = \frac{\pi}{2}$. En même temps, l'ellipse, d'abord confondue avec la droite OA, s'ouvre de plus en plus, et son axe des y est maximum quand $\delta = \frac{\pi}{2}$.

Les équations (1) montrent que x et y diminuent à partir du point B à mesure que t croît à partir de zéro. Cela prouve que le mouvement de la molécule sur l'ellipse se fait de B en C dans le sens de la flèche.

3° Lorsque δ est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π, $\cos\delta$ devient négatif et reprend les mêmes valeurs qu'entre $\frac{\pi}{2}$ et zéro. Le point de contact B s'abaisse au-dessous de l'axe des x et l'ellipse prend

des positions symétriques des précédentes; elle se resserre de plus en plus, devient une droite OA′ pour $\delta = \pi$, et le sens du mouvement vibratoire est le même que précédemment.

4° Si enfin δ augmente de π à 2π, la même discussion prouve que le point de tangence remonte de A′ en A en passant par P quand $\delta = \frac{3\pi}{2}$, que l'ellipse reprend les mêmes formes, mais que le sens du mouvement vibratoire est inverse. Il y aura donc des mouvements vibratoires elliptiques de gauche à droite ↗ si δ est moindre que π; il y en aura qui se feront de droite à gauche ↘ quand δ sera compris entre π et 2π. Si δ était négatif, c'est-à-dire si y était en retard sur x au lieu d'être en avance, le sens du mouvement serait partout opposé, mais les ellipses auraient les mêmes formes.

Parmi tous ces cas, il en est un qui mérite une mention spéciale. Supposons d'abord $\delta = \frac{\pi}{2}$ et ensuite $\alpha = 45$ degrés, l'équation de l'ellipse devient un cercle

$$2y^2 + 2x^2 = 1.$$

Il y aura des vibrations circulaires de gauche à droite ou de droite à gauche; elles seront constituées par le concours de rayons polarisés rectangulairement, égaux en intensité, dont les phases diffèrent de $\pm \frac{\pi}{2}$ ou les différences de marche de $\frac{\lambda}{4}$.

Nous reviendrons dans la suite sur ce cas particulier.

PROPRIÉTÉS DES RAYONS POLARISÉS ELLIPTIQUEMENT. — Les valeurs de x et y dans l'équation (1) représentent deux choses : 1° les vibrations qui composent et dans lesquelles on peut décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la position de la molécule à un moment donné. Si nous changeons les axes coordonnés en un autre système faisant un angle ω avec le premier, x et y se changeront en x' et y'; et x' et y' représenteront de la même manière : 1° deux vibrations rectangulaires qui composent et dans lesquelles on pourra décomposer le mouvement elliptique; 2° les coordonnées de la molécule, à un moment donné, par rapport au

deuxième système d'axes. Or, les formules connues donnent

$$x' = x\cos\omega + y\sin\omega,$$
$$y' = y\cos\omega - x\sin\omega.$$

En remplaçant x et y; on aura

$$x' = \cos\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T} + \sin\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right),$$
$$y' = \cos\omega\sin\alpha\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta\right) - \sin\omega\cos\alpha\cos 2\pi\frac{t}{T}.$$

En réduisant, d'après la règle de Fresnel, on trouve aisément

$$(3)\qquad x' = \mathrm{E}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right),\quad y' = \mathrm{O}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right),$$

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} \mathrm{E}^2 &= \cos^2(\omega-\alpha) - \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2}\\ &= \sin^2\alpha\sin^2\omega + \cos^2\alpha\cos^2\omega + \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta,\\ \mathrm{O}^2 &= \sin^2(\omega-\alpha) + \sin 2\omega\sin 2\alpha\sin^2\frac{\delta}{2}\\ &= \sin^2\alpha\cos^2\omega + \cos^2\alpha\sin^2\omega - \frac{1}{2}\sin 2\omega\sin 2\alpha\cos\delta,\end{aligned}\right.$$

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \operatorname{tang}\delta' &= \frac{\sin\alpha\sin\omega\sin\delta}{\cos\omega\cos\alpha + \sin\omega\sin\alpha\cos\delta},\\ \operatorname{tang}\delta'' &= \frac{\sin\alpha\cos\omega\sin\delta}{-\sin\omega\cos\alpha + \sin\alpha\cos\omega\cos\delta},\end{aligned}\right.$$

et par suite

$$(6)\qquad \operatorname{tang}(\delta''-\delta') = \frac{-\sin\delta\sin 2\alpha}{\sin 2\omega\cos 2\alpha - \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta}.$$

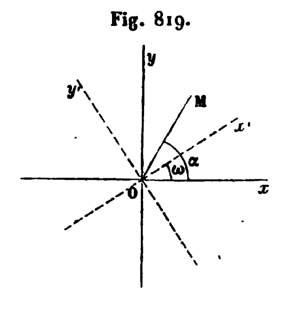
L'équation de l'ellipse rapportée à ces nouveaux axes se trouverait en remplaçant x et y par leurs valeurs en x' et y'; mais puisque les valeurs de x' et de y' des formules (3) représentent les nouvelles composantes du mouvement, cette équation se trouvera plus aisément en éliminant t entre x' et y', comme on l'a fait précédemment entre x et y. Le calcul sera

le même, et il suffira de remplacer dans le résultat $\cos\alpha$ par E, $\sin\alpha$ par O et δ par $\delta'' - \delta'$: ce qui donnera

$$(7) \qquad \frac{y'^2}{O^2} + \frac{x'^2}{E^2} - \frac{2x'y'\cos(\delta''-\delta')}{OE} = \sin^2(\delta''-\delta').$$

En résumé, on peut décomposer un rayon polarisé elliptiquement en deux vibrations rectilignes y' et x' de direction quelconque, mais rectangulaires entre elles, l'une ayant une phase δ' et une intensité E^2, l'autre une phase δ'' et une intensité O^2. C'est précisément la décomposition qui se fera si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent dont l'axe soit Ox' (*fig.* 819). x' se réfractera extraordinairement et y' ordinairement : les intensités des rayons seront E^2 et O^2 et la différence de leurs phases $\delta'' - \delta'$.

Fig. 819.



Si $\delta = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha = 45$ degrés, l'ellipse se réduit à un cercle. Les deux rayons E^2 et O^2 sont égaux à $\frac{1}{2}$, et tang $\delta'' - \delta'$ à l'infini. Donc un rayon polarisé circulairement peut toujours se décomposer, en traversant un cristal biréfringent dont l'axe a une direction quelconque, en deux vibrations rectilignes, rectangulaires, égales en intensité, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et les différences de marche de $\frac{\lambda}{4}$.

COULEURS DES LAMES MINCES CRISTALLISÉES. — Avant d'étudier plus complétement les propriétés des vibrations elliptiques, nous allons montrer par un exemple comment on peut les réaliser, et comment les formules précédentes en représentent toutes les circonstances.

Polarisons un rayon de lumière par un prisme de Nicol et faisons-le passer à travers une lame cristallisée très-mince, à faces parallèles, par exemple à travers une feuille de mica ou de gypse obtenue par le clivage. Recevons la lumière sur un prisme biréfringent et de là dans l'œil : nous verrons deux

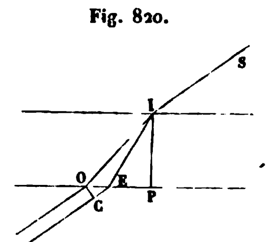
images ordinaire et extraordinaire. Analysons les phénomènes.

La vibration incidente dirigée suivant AM (*fig.* 819) se décompose parallèlement et perpendiculairement à l'axe Ox du cristal et donne

$$x = \cos\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad y = \sin\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En traversant extraordinairement et ordinairement, avec des vitesses différentes v' et v, la lame d'épaisseur e (*fig.* 820), ces deux vibrations prennent une différence de phase δ qu'il est toujours possible de calculer. En effet, le rayon ordinaire parcourt l'épaisseur $IO = \frac{e}{\cos r}$ avec la vitesse a dans un temps $\frac{e}{a\cos r}$. L'onde extraordinaire suit la route IE avec une vitesse c, après quoi elle se retrouve superposée à l'onde ordinaire. Les temps employés pour parcourir IE dans la lame et EC dans l'air sont

Fig. 820.



$$\frac{IE}{c} + EC$$

ou

$$\frac{e}{c\cos r'} + OE\sin i = \frac{e}{c\cos r'} + (OP - EP)\sin i$$

$$= \frac{e}{c\cos r'} + e(\tang r - \tang r')\sin i.$$

Donc la différence des temps que mettent les deux rayons pour arriver à la surface d'onde OC sera égale à

$$\frac{e}{c'\cos r'} - \frac{e}{a\cos r} + e(\tang r - \tang r')\sin i = ke,$$

et la différence de phase sera

$$\delta = 2\pi\frac{ke}{\lambda}.$$

k variera avec r et r', c'est-à-dire avec la nature de la lame, avec sa direction par rapport aux axes, avec l'inclinaison du rayon incident, avec l'azimut du plan d'incidence par rapport au plan de la section principale; mais dans chaque cas particulier donné on pourra calculer sa valeur d'après les lois connues de la double réfraction.

Dès lors, les deux rayons composants x et y, polarisés rectangulairement, ayant une différence de phase $\delta = 2\pi \frac{ke}{\lambda}$, produiront une vibration elliptique dans les conditions calculées précédemment. L'équation de l'ellipse sera

$$(2) \qquad \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} + \frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2 \cos \delta}{\sin \alpha \cos \alpha} xy = \sin^2 \delta,$$

et si l'on reçoit le rayon sur un prisme biréfringent faisant un angle ω avec Ox, on le décomposera en deux rayons, ordinaire O et extraordinaire E, dont les intensités sont

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

Si la lumière employée est simple, O^2 et E^2 ne font que passer par des intensités variables quand on change la direction ω de l'analyseur; mais si elle est blanche, le phénomène se complique. En effet, ke est sensiblement constant quand on passe d'une couleur à une autre; mais λ variant beaucoup, $\frac{ke}{\lambda}$ est très-différent du rouge au violet. Il en résulte que le rayon total se compose d'une infinité de vibrations elliptiques dont les axes diffèrent en grandeur et en position, et que les intensités totales O^2 et E^2, variables de l'une à l'autre couleur, s'expriment par les formules

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sum \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - \alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \sum \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

Vérification. — Le premier terme de ces valeurs est indépendant de λ, c'est de la lumière blanche. Le second repré-

sente une somme des couleurs simples en proportions inégales, c'est une teinte mixte. On pourrait la calculer par le cercle de Newton; il vaut mieux la comparer à d'autres qui nous sont déjà connues.

Or, dans l'expérience des deux miroirs, deux rayons interférents de lumière simple, dont les intensités sont égales entre elles et à $\frac{1}{2}$, et la différence de marche c, se superposent en un rayon unique d'intensité A^2,

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi \frac{c}{\lambda} = \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda},$$

et si la lumière incidente est blanche,

$$A^2 = \sum \cos^2 \frac{\pi c}{\lambda},$$

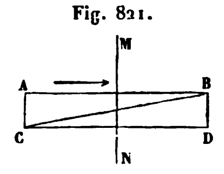
formule identique à la valeur de E^2, si

$$\omega = \alpha, \quad \alpha = 45^\circ \quad \text{et} \quad ke = c.$$

Il suit de là que la teinte de l'image extraordinaire, lorsque l'épaisseur du cristal augmente, devra passer successivement par toutes les colorations que nous avons observées dans l'expérience des deux miroirs, à partir de la frange centrale.

Pour vérifier cette première conséquence, on taille deux lames de même angle ABC, BCD dans un cristal de quartz (*fig.* 821), de telle sorte que l'axe soit contenu dans les faces d'entrée et de sortie, mais parallèle à AB dans la première et perpendiculaire à CD dans la seconde. Tout faisceau polarisé se décompose dans la première en deux rayons dont la différence de marche est $\frac{ke}{\lambda}$; ces deux rayons changent de rôle dans la deuxième lame et y prennent une différence de phase $\frac{ke'}{\lambda}$ qui se retranche de la précédente; ils sortent comme si l'épaisseur traversée était $e - e'$, avec une différence de phase $2\pi k \frac{e - e'}{\lambda}$, qui est nulle au milieu MN et qui croît po-

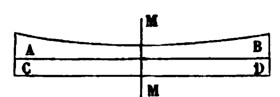
Fig. 821.



sitivement ou négativement de chaque côté et proportionnellement à la distance de MN. Placée entre deux prismes de Nicol parallèles cette double lame montre en effet des franges disposées symétriquement des deux côtés de MN et qui offrent les mêmes teintes que dans l'expérience de Fresnel.

M. Biot opérait autrement : il superposait deux lames de quartz CD et AB (*fig.* 822), toutes deux parallèles à l'axe, mais croisées. Il avait fait creuser une cuvette sphérique dans AB et diminuer l'épaisseur en M jusqu'à la rendre égale à celle de CD. L'ensemble des deux lames agissait comme une seule plaque, dont l'épaisseur, nulle au centre M aurait augmenté comme dans les anneaux de Newton. Aussi voyait-on dans l'image ordinaire les anneaux réfléchis, dans l'image extraordinaire les anneaux transmis, lorsque le polariseur et l'analyseur sont parallèles.

Fig. 822.



Supposons maintenant que la plaque ait une épaisseur constante et discutons les formules.

1° La teinte ne dépend que du facteur $\sum \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}$. Si donc on change ω et α, c'est-à-dire le polariseur et l'analyseur, on ne fait que changer les proportions dans lesquelles se mêlent la lumière blanche représentée par le premier terme et la lumière colorée exprimée par le second. Une lame d'épaisseur donnée produira donc des teintes invariables dans les deux images.

2° $O^2 + E^2 = 1$, c'est-à-dire que les deux images ont des teintes complémentaires. On le vérifie en prenant un faisceau lumineux assez large pour que les deux images se superposent en partie; l'une est par exemple verte, l'autre est rouge, et à l'endroit où elles se confondent elles reproduisent le blanc.

3° La teinte disparaît pour $\sin 2\alpha = 0$ ou pour $\sin 2\omega = 0$. Dans le premier cas, $\alpha = 0$ ou $\alpha = 90$ degrés; la vibration originelle n'éprouve point de modification en traversant la lame et conserve sa polarisation primitive jusqu'au moment où elle rencontre l'analyseur, où elle se décompose suivant la loi de Malus. Les formules donnent, en effet,

$$E^2 = \cos^2(\omega - \alpha), \quad O^2 = \sin^2(\omega - \alpha).$$

Dans le deuxième cas, $\omega = 0$ ou $\omega = 90$ degrés; les deux vibrations x et y ne se décomposent point dans l'analyseur qui alors ne produit aucun effet.

4° Les teintes sont maxima quand, α étant constant, $\omega = 45$ degrés, et quand, ω étant constant, $\alpha = 45$ degrés; et si ω et α sont tous deux variables, ce maximum a lieu quand $\alpha = 45$ degrés et $\omega = 45$ degrés :

$$E^2 = 1 - \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}, \quad O^2 = \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

5° Examinons en particulier le cas où $\alpha = 45$ degrés et faisons croître progressivement ω.

$$E^2 = \cos^2(\omega - 45^\circ) - \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2(\omega - 45^\circ) + \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

$\omega = 0$: pas de teinte dans les images.

ω croît de 0 à 45 degrés : les teintes prennent leur maximum de vivacité.

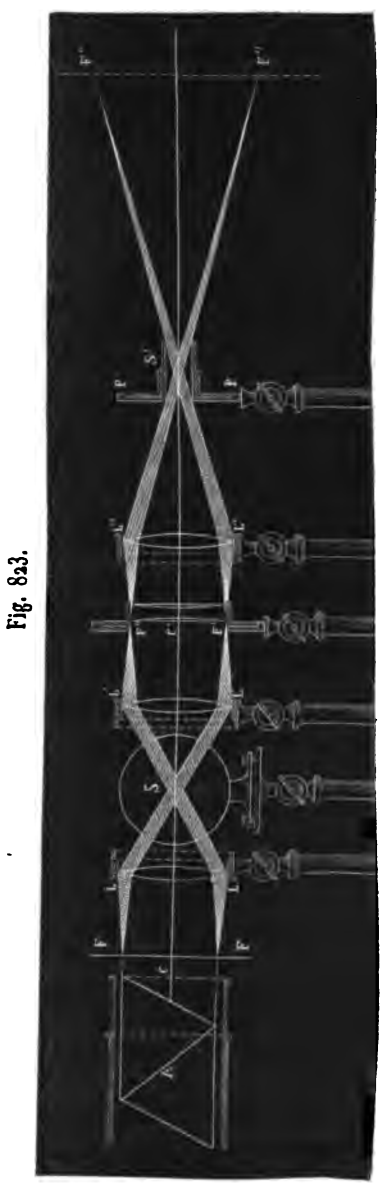
ω croît de 45 à 90 degrés : les teintes diminuent d'éclat et la lumière redevient blanche.

ω croît de 90 à 180 degrés : $\sin 2\omega$ change de signe, les images échangent leur coloration, et le rayon extraordinaire passe par les mêmes alternatives que précédemment l'image ordinaire quand ω croissait de 0 à 90 degrés.

APPAREIL DE PROJECTION. — On peut vérifier tous ces résultats en regardant le ciel ou une surface éclairée quelconque à travers un système composé de deux prismes de Nicol séparés par la lame cristallisée. Il vaut mieux projeter les images sur un tableau, comme nous allons l'indiquer (*fig.* 823).

On polarise la lumière solaire à travers un prisme de M. Foucault A, et on la reçoit sur un système de deux lentilles égales et très-convergentes LL, L'L' qui ont un foyer commun S. Il est clair que les rayons donneront une image du soleil en S et qu'ils se retrouveront, en sortant de L'L', dans les conditions où ils étaient avant d'entrer dans LL. On les reçoit sur L''L'' qui les concentre de nouveau en une deuxième

image étroite du soleil S', après quoi ils divergent. C'est en S', où le faisceau a une très-petite section, qu'on mettra le prisme analyseur dans un cercle azimutal PP.


Fig. 823.

Plaçons en FF un diaphragme. Chaque point tel que F reçoit un cône de rayons de 16 minutes d'ouverture venus des divers points du soleil; il peut être considéré comme le lieu de départ de ce cône qui se réfracte de L à L' en un faisceau de rayons parallèles, et se concentre ensuite en un foyer réel F'. F', à son tour, est le lieu de départ de ces mêmes rayons, et il donne à travers L″L″ un foyer réel F″ qui se peint sur l'écran.

Supposons qu'on place en FF une lame mince cristallisée : elle recevra de A une lumière polarisée à 90° — α de sa section principale. Elle décomposera cette lumière en deux rayons et leur imprimera une différence de marche; une première image se formera en F'F'. La lumière sera ensuite concentrée en S' où l'analyseur est placé; là elle se réduira définitivement en deux faisceaux E et O, et l'image de ceux-ci se fera en F″F″ sur un écran. Il suffira de mettre L″L″ au point convenable pour que l'image de FF et par suite de F'F' soit nette en F″F″. On

verra donc sur cet écran deux images réelles de l'ouverture : elles seront complémentaires. Si elles se superposent partiellement, elles donneront du blanc, et quand on fera varier la direction de l'axe de la lame en FF, c'est-à-dire α, et la section principale de l'analyseur en PP, c'est-à-dire ω, on verra changer la teinte des deux images comme l'a indiqué la discussion précédente. Il est clair qu'on pourra à volonté mettre la lame cristalline en FF ou en F′F′, et que si on en place deux, l'une en FF, l'autre en F′F′, elles agiront comme si on les superposait. On pourrait supprimer le système des lentilles LL, L′L′ et mettre la lame en F′F′, mais ces lentilles ne nuisent point à l'expérience, et on verra bientôt des cas où elles sont nécessaires.

CAS DE LA LUMIÈRE CONVERGENTE. — Si, une lame étant placée à l'un des foyers FF ou F′F′, on l'incline sur la direction des rayons en la faisant tourner autour d'une ligne située dans son plan, on change la valeur de k et par suite la teinte des deux images. Ainsi, lorsque cette lame est un cristal à un axe taillé parallèlement à cet axe, k augmente ou diminue quand on incline le cristal autour d'une perpendiculaire ou d'une parallèle à l'axe. Supposons la lame placée en S, les conditions sont toutes différentes; car elle est traversée par des systèmes de faisceaux parallèles, tels que LL′, inclinés très-diversement et dans tous les azimuts. L'effet est le même que si la lame avait été inclinée sur chacun d'eux de l'angle qu'ils font avec CC′. D'un autre côté, chacun de ces systèmes se concentre en un point de l'image F′F′; tous les points de cette image sont formés par la réunion de rayons qui ont traversé la lame parallèlement et qui y ont pris une polarisation elliptique identique; mais l'ellipse change d'un point à l'autre de F′F′, puisque chaque système de rayons traverse la lame avec des inclinaisons croissantes à partir de CC′ et fait des angles différents avec l'axe du cristal. Par la lentille L″L″, l'image F′F′ se reproduit en F″F″, mais après que la lumière a été analysée par le prisme biréfringent PP, et l'on voit sur l'écran des franges d'interférence généralement curvilignes, dont la forme dépend de la direction suivant laquelle le cristal a été taillé. Dans chaque cas, le calcul prévoit et l'expérience confirme la

forme de ces franges; nous examinerons en détail ce qui arrive quand le cristal est à un axe et taillé perpendiculairement à cet axe.

LAME NORMALE A L'AXE. — Quand l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, on voit dans l'image ordinaire une croix noire rectangulaire dont les branches sont parallèles et perpendiculaires au plan de la polarisation primitive (*fig.* 824, *Pl. V*); entre ces branches, on distingue des anneaux qui présentent les teintes successives des franges d'interférence. Dans l'image extraordinaire, le phénomène est entièrement complémentaire (*fig.* 825, *Pl. V*).

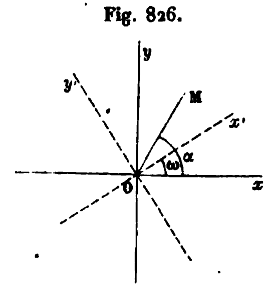
Soit yOx (*fig.* 826) le plan de la lame cristallisée; supposons que la vibration incidente soit OM. Comme l'axe du cristal se projette en O, tous les plans Ox menés par cet axe sont autant de sections principales; l'angle α de ces sections principales avec la direction des vibrations est quelconque et varie de zéro à 180 degrés. Si l'analyseur est perpendiculaire au nicol polariseur, Ox' est confondu avec OM, les angles α et ω égaux; $\omega - \alpha = 0$, et les formules deviennent

$$E^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda},$$

$$O^2 = \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{ke}{\lambda}.$$

O^2 est nulle et E^2 maximum si α est égal à 45 degrés. Il y a donc suivant OM et perpendiculairement à OM une croix noire dans l'image ordinaire et une croix blanche dans l'image extraordinaire. Pour toutes les autres directions Ox il y aura des teintes colorées; elles ont leur intensité maxima pour $\alpha = 45$ degrés; elles sont complémentaires dans les deux images. Leur composition ne changera pas avec α; elles seront donc distribuées sur des cercles qui ont pour centre le point O; et comme k augmente à mesure que l'inclinaison des rayons qui traversent

Fig. 826.



la lame augmente, ces teintes offrent dans E² des anneaux identiques à ceux de Newton.

MICROSCOPE D'AMICI. — Au lieu de projeter les images agrandies sur un tableau éloigné, on peut, comme l'a fait Amici, les observer au microscope (*fig.* 827). La lumière, polarisée par un appareil quelconque, part de l'ouverture FF, tombe sur un système de deux lentilles rapprochées L, L′ qui fonctionnent comme une seule et concentrent la lumière en un foyer C où elle arrive en un cône très-convergent. En sortant de cet étroit passage, elle rencontre deux autres lentilles semblables L″, L‴ qui ramènent le faisceau à être sensiblement parallèle et à former en F′F′ une image réelle de l'ouverture FF. Le cristal qu'on veut étudier est en C. Toute cette partie de l'appareil est identique à celle de l'instrument précédent. Chaque groupe de rayons parallèles vient former un foyer en F′F′, absolument comme si la lame était en F′F′ et qu'elle fût traversée par ces rayons sous l'inclinaison qu'ils avaient en C. Par conséquent, on peut placer un microscope au-dessus de F′F′, comme au-dessus d'un objet, et tous les rayons iront former en F″ des foyers réels qu'on regarde avec la loupe M″; tous vont passer par un anneau oculaire O qui est très-petit et entrent dans l'œil. L'appareil est disposé de façon que cet anneau soit loin de la loupe M″, et dans l'intervalle on place un spath d'Islande qui dédouble cet anneau en deux autres, l'un ordinaire O, l'autre extraordinaire E. Si l'œil est en O, il voit l'image ordinaire; s'il est en E, il voit l'extraordinaire; et au moyen d'un

Fig. 827.



petit œilleton qu'on déplace à volonté, on fait en sorte qu'il ne reçoive que l'un ou l'autre des deux systèmes de rayons.

Lorsque le cristal C est bien continu, les courbes isochromatiques sont régulières; s'il ne l'est pas, elles sont brusquement interrompues en certains points. Inversement, ces changements de forme suffisent pour révéler l'irrégularité de la cristallisation et les groupements qu'il peut y avoir dans la lame C. On peut placer le cristal en F'F', alors il est traversé par un faisceau de lumière parallèle et montre des teintes plates complémentaires dans les deux images.

CRISTAUX A DEUX AXES. — Dans les cristaux à deux axes, il y a deux directions que la lumière traverse sans se dédoubler et qui sont deux centres d'anneaux analogues à ceux qu'on voit en O (*fig.* 824 et 825, *Pl. V*); mais les croix noires ou blanches ont d'autres formes et les anneaux ne sont plus circulaires. Les *fig.* 828 et 829, *Pl. V*, montrent le phénomène offert par le carbonate de plomb quand les axes O, O' sont dans le plan de polarisation ou dans une direction quelconque. Nous nous contenterons de faire remarquer que ces différences dans les figures offrent un moyen infaillible de distinguer les cristaux à un axe et à deux axes.

VERRES TREMPÉS, COMPRIMÉS, CHAUFFÉS, ETC. — Toute action mécanique qui établit dans les corps homogènes non cristallisés des changements d'élasticité variables dans diverses directions établit nécessairement aussi des phénomènes de double réfraction qui se traduisent par des colorations dans la lumière polarisée. Ils sont plus complexes et ne sont point calculables. C'est ce qui arrive quand une lame de verre est comprimée, fléchie, tordue ou chauffée inégalement, et en général quand elle a éprouvé des actions mécaniques inégales. Ces effets deviennent permanents quand après avoir chauffé des verres de diverses formes, on les refroidit brusquement sur une lame de métal; ils présentent dans la lumière parallèle l'aspect des *fig.* 830, 831, *Pl. V*, suivant qu'ils ont la forme d'un rectangle ou d'un carré.

PROPRIÉTÉS DES VIBRATIONS ELLIPTIQUES. — Nous allons revenir sur la théorie des rayons polarisés elliptiquement, étudier

leurs propriétés et montrer comment on peut les analyser. Pour cela, il faut se rappeler les formules des pages 618 et 619. L'équation (7)

$$\frac{y'^2}{O^2}+\frac{x'^2}{E^2}-\frac{2x'y'\cos(\delta''-\delta')}{OE}=\sin^2(\delta''-\delta')$$

est celle de l'ellipse rapportée à un système d'axes faisant un angle ω, avec la section principale de la lame mince qui a donné la différence de marche, et un angle $(\alpha-\omega)$ avec la vibration primitive OM (*fig.* 826).

Les mêmes équations prouvent que cette vibration elliptique peut se décomposer en deux vibrations rectilignes situées suivant Ox' et Oy' qui sont

$$(3)\qquad x'=E\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\delta'\right)\quad\text{et}\quad y'=O\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\delta''\right);$$

E, O, δ et δ' sont données par les équations (4) et (5) (p. 618).

I. Supposons que l'on ait $2\pi\frac{t}{T}+\delta'=0$. A ce moment $x'=E$, c'est-à-dire que l'abscisse du point occupé sur la courbe est maxima; ce point est en B, sur la tangente menée à l'ellipse parallèlement à l'axe des y (*fig.* 832). Or, l'intensité du rayon extraordinaire est égale à E^2; elle est donc représentée par le carré de la distance OA du centre O à la tangente OA. Par la même raison, l'intensité du rayon ordinaire est égale à $\overline{OC}^2$, ou au carré de la distance du centre à une tangente parallèle à l'axe des x.

Fig. 832.

II. Si l'on remplace x' par sa valeur maximum E dans l'équation de l'ellipse, on a l'ordonnée du point de tangence D, qui est

$$y'=O\cos(\delta''-\delta')=AB;$$

d'où l'on tire

$$\cos(\delta''-\delta')=\frac{AB}{O}=\frac{AB}{AH}.$$

On a de même

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{CD}{E} = \frac{CD}{CH}.$$

III. Si l'on fait successivement $y' = 0$ et $x' = 0$ dans l'équation de la courbe, les longueurs des deux diamètres OF et OE sont

$$OF = E \sin(\delta'' - \delta'),$$
$$OE = O \sin(\delta'' - \delta').$$

Donc le rapport des intensités O^2 et E^2 des deux rayons est égal au rapport des carrés des deux diamètres OE et OF. Enfin, puisque OA = E et OC = O,

$$\frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC} = \sin(\delta'' - \delta').$$

IV. Il résulte de là que toute vibration elliptique peut être considérée comme produite par une vibration rectiligne unique OH d'amplitude égale à la diagonale du rectangle construit sur AO et OC, qui aurait été décomposée suivant deux axes, et dont les composantes OA et OC auraient reçu une différence de marche donnée par l'une des équations suivantes :

$$\cos(\delta'' - \delta') = \frac{AB}{AH} = \frac{CD}{CH}, \quad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{OF}{OA} = \frac{OE}{OC}.$$

Ces équations permettront de calculer les coordonnées des points extrêmes B et D de la courbe et celles des points E et F où elle rencontre Ox et Oy, et réciproquement.

V. Lorsque les diamètres OA et OC seront confondus avec les axes principaux de l'ellipse, les points A et F d'une part, C et E de l'autre seront confondus; par suite, $\sin(\delta'' - \delta') = 1$. Donc, dans cette direction, la différence de phase des deux rayons composants sera $\frac{\pi}{2}$. Réciproquement, si elle est égale à $\frac{\pi}{2}$, le terme en xy disparaîtra dans l'équation de l'ellipse qui alors sera rapportée à ses axes.

VI. D'où il suit qu'on peut toujours supposer qu'une vibration elliptique a été produite par deux vibrations rectilignes inégales différant de $\frac{\pi}{2}$, dirigées suivant les axes, dont les in-

tensités sont égales aux carrés de ces axes, puisqu'on peut toujours la réduire à ces composantes. Cela étant, supposons que les vibrations (1) qui ont donné la vibration elliptique soient dans ce cas. Le problème ne perdra rien de sa généralité, mais les formules vont se simplifier. Posons

$$\cos\alpha = a, \quad \sin\alpha = b, \quad \delta = -\frac{\pi}{2}.$$

Elles deviennent

$$(1) \quad \begin{cases} x = a\cos 2\pi\dfrac{t}{T}, \\ y = b\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T} - \dfrac{\pi}{2}\right) = b\sin 2\pi\dfrac{t}{T}. \end{cases}$$

L'équation (2) de l'ellipse rapportée à ses axes devient

$$(2) \quad \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1,$$

et, si l'on décompose, comme précédemment, le rayon en deux autres vibrations suivant x' et y', on trouve

$$(3)_1 \quad x' = E\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right), \quad y' = O\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right);$$

$$(4)_1 \quad \begin{cases} E^2 = a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega, \\ O^2 = a^2\sin^2\omega + b^2\cos^2\omega; \end{cases}$$

$$(5)_1 \quad \begin{cases} \operatorname{tang}\delta' = -\dfrac{b}{a}\operatorname{tang}\omega, \\ \operatorname{tang}\delta'' = +\dfrac{b}{a}\cot\omega; \end{cases}$$

$$(6)_1 \quad \operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2}{\sin 2\omega}\,\frac{ab}{a^2 - b^2}.$$

VII. Lorsque $a = b$, l'ellipse est un cercle et $\delta'' - \delta'$ est égal à 90 degrés : cela veut dire qu'une vibration circulaire se décompose dans tous les azimuts en deux rayons ordinaire et extraordinaire égaux et dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. A mesure que b diminue $\delta'' - \delta'$ décroît et devient nul pour $b = 0$, c'est-à-dire quand l'ellipse s'allonge jusqu'à se con-

fondre avec une droite. Quand b n'est pas nul, $\delta'' - \delta' = \frac{\pi}{2}$ lorsque $\sin 2\omega = 0$, c'est-à-dire quand Ox' et Oy' sont confondus avec les axes de l'ellipse. Dans tous les cas $\delta'' - \delta'$ diminue quand ω augmente et atteint un minimum pour $\sin 2\omega = 1$, c'est-à-dire lorsque la section principale est à 45 degrés des axes. Alors on a

$$\operatorname{tang}(\delta'' - \delta') = \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

VIII. Les formules (5) montrent que

$$\operatorname{tang}\delta' \operatorname{tang}\delta'' = \frac{-b^2}{a^2}.$$

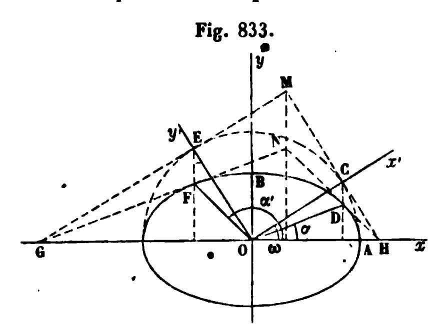
δ' et δ'' sont donc les angles que font avec l'axe des x deux diamètres conjugués que nous allons construire (*fig.* 833).

Décrivons un cercle sur le grand axe comme diamètre, menons à l'extrémité de l'axe Ox', en C, la tangente CH, et par le point H une tangente HDN à l'ellipse : les points C et D seront sur une parallèle à l'axe des y, et on aura

$$\operatorname{tang}\text{DOG} = -\frac{b}{a}\operatorname{tang}\omega = \operatorname{tang}\delta';$$

donc l'angle DOG exprimera la phase de la composante x',

Fig. 833.



c'est-à-dire du rayon extraordinaire. Si on fait la même construction pour la composante y', on aura

$$\operatorname{tang}\text{FOG} = \frac{b}{a}\cot\omega = \operatorname{tang}\delta''.$$

La phase du rayon ordinaire sera mesurée par l'angle FOG, et $\delta'' - \delta'$ sera égal à l'angle FOD des deux diamètres conjugués OD et OF ou à son supplément.

IX. Si on calcule les longueurs de OD et de OF, on aura par des formules connues

$$\mathrm{OD}^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha};$$

or,

$$\tan\alpha = \frac{b \sin\omega}{a \cos\omega},$$

donc

$$\sin^2\alpha = \frac{b^2 \sin^2\omega}{a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega},$$

$$\cos^2\alpha = \frac{a^2 \cos^2\omega}{a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega};$$

par suite,

$$\mathrm{OD}^2 = \frac{a^2 b^2 (a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega)}{a^2 b^2 \sin^2\omega + a^2 b^2 \cos^2\omega} = a^2\cos^2\omega + b^2\sin^2\omega = \mathrm{E}^2.$$

Ainsi OD^2 exprime l'intensité du rayon extraordinaire; on verra de même que OF^2 égale celle du rayon ordinaire.

X. On sait que le parallélogramme construit sur deux diamètres conjugués est égal au rectangle construit sur les axes, ou

$$\mathrm{OD}.\mathrm{OF} \sin(\alpha' - \alpha) = ab;$$

et puisque $\alpha' - \alpha = \delta'' - \delta'$ et que OD et OF sont égaux à O et à E,

$$\sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{\mathrm{O} \times \mathrm{E}}.$$

Pour construire les diamètres conjugués OF et OD il suffira d'abaisser sur l'axe des x les perpendiculaires EF et CD et de joindre au point O leurs points de rencontre F et D avec l'ellipse.

XI. Théoriquement, on peut encore supposer que la vibration elliptique est formée par deux vibrations obliques OD et OF, différant de $\frac{\pi}{2}$. En effet, remplaçons les deux vibrations

$y = OB$ et $x = OA$ par leurs projections x' et y' sur OD et OF, nous aurons

$$x' \sin(\alpha' - \alpha) = x \sin\alpha' - y\cos\alpha',$$
$$y' \sin(\alpha' - \alpha) = y\cos\alpha - x\sin\alpha;$$

et en remplaçant x par $a\cos 2\pi \frac{t}{T}$, y par $b\sin 2\pi \frac{t}{T}$,

$$x' = \frac{1}{\sin(\alpha' - \alpha)}\left(a\sin\alpha'\cos 2\pi\frac{t}{T} - b\cos\alpha'\sin 2\pi\frac{t}{T}\right),$$

$$x' = E'\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta'\right),$$

$$E'^2 = \frac{a^2\sin^2\alpha'^2 + b^2\cos^2\alpha'}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \quad \tang\delta' = \frac{b}{a\tang\alpha'}.$$

On trouve de même

$$y' = O'\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \delta''\right),$$

$$O'^2 = \frac{a^2\sin^2\alpha + b^2\cos^2\alpha}{\sin^2(\alpha' - \alpha)}, \quad \tang\delta'' = \frac{b}{a\tang\alpha},$$

d'où l'on tire

$$\tang\delta'\tang\delta'' = \frac{b^2}{a^2\tang\alpha\tang\alpha'},$$

et comme OD et OF sont deux diamètres conjugués,

$$\tang\alpha\tang\alpha' = -\frac{b^2}{a^2};$$

donc

$$\tang\delta'\tang\delta'' = -1.$$

D'où il résulte que les phases sont complémentaires et que les deux vibrations OD et OF diffèrent de $\frac{\pi}{2}$. D'un autre côté, les carrés des diamètres conjugués OD et OF sont

$$E^2 = \frac{a^2b^2}{a^2\sin^2\alpha + b^2\cos^2\alpha}, \quad O^2 = \frac{a^2b^2}{a^2\sin^2\alpha' + b^2\cos^2\alpha'},$$

et on a de plus la relation

$$\sin^2(\alpha' - \alpha) = \frac{a^2 b^2}{O^2 E^2};$$

donc

$$O'^2 E^2 = \frac{a^2 b^2}{\sin^2(\alpha' - \alpha)} = O^2 E^2, \quad O'^2 = O^2,$$

de même

$$O^2 E'^2 = O^2 E^2, \quad \text{et par suite} \quad E^2 = E'^2,$$

ce qui veut dire que les intensités des vibrations OD et OF sont égales aux longueurs des diamètres conjugués.

On sait de plus que

$$\tang\alpha = \frac{b}{a}\tang\omega, \quad \tang\alpha' = -\frac{b}{a}\cot\omega,$$

donc

$$\tang\delta' = -\tang\omega, \quad \tang\delta'' = \cot\omega;$$

c'est-à-dire que les phases des rayons OD et OF sont : la première égale à l'angle GOx', la deuxième à l'angle GOy'.

RÉSUMÉ. — On peut considérer une vibration elliptique comme décomposable en deux vibrations rectilignes dirigées suivant deux diamètres conjugués OD, OF, égales en intensité au carré des longueurs de ces diamètres, dont les phases diffèrent de $\frac{\pi}{2}$ et sont égales en valeurs absolues aux angles que font avec Ox' les deux diamètres OC et OE.

Ou bien on peut la décomposer en deux vibrations rectangulaires quelconques OC et OE dont les phases sont données par les formules

$$(\alpha) \qquad \tang\delta' = \frac{b}{a}\tang\omega, \quad \tang\delta'' = -\frac{b}{a}\cot\omega,$$

dont les intensités E^2 et O^2 sont égales aux carrés des deux diamètres conjugués OD et OF qui font avec l'axe des x des angles δ' et δ'',

$$(\beta) \quad E^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2\sin^2\delta' + b^2\cos^2\delta'}, \quad O^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2\sin^2\delta'' + b^2\cos^2\delta''},$$

et dont la différence des phases est égale à l'angle de ces mêmes diamètres conjugués, soit à leur angle obtus, soit à leurs angles aigus, suivant le sens du mouvement de la vibration et la valeur de ω. Cet angle est donné par la formule

$$(\gamma) \qquad \sin(\delta'' - \delta') = \frac{ab}{\mathrm{EO}}.$$

Il résulte de cette discussion que pour connaître complétement un rayon polarisé elliptiquement, il suffira de connaître la direction de ses axes et les rapports de leurs longueurs a et b; car si on le reçoit sur un cristal quelconque dont la section principale fait un angle ω avec les axes, on le décompose en deux vibrations rectangulaires dont on calculera aisément les intensités et les phases par les formules précédentes.

Nous allons montrer comment on peut déterminer par l'expérience cette direction et ce rapport des axes.

Étude expérimentale d'un rayon elliptique. — Il y a deux cas à distinguer : le premier est celui où la différence de marche des deux rayons primitifs qui ont constitué la polarisation elliptique ne dépasse pas $\frac{\lambda}{2}$. Dans ce cas, tous les rayons simples peuvent être considérés comme formant des ellipses égales et superposées; alors il n'y a pas de dispersion sensible et les phénomènes sont à peu près les mêmes que si la lumière était simple. Le deuxième cas, beaucoup plus complexe, est réalisé quand cette différence de marche originelle est très-grande; alors le rayon qu'il s'agit d'analyser est composé d'une infinité d'ellipses appartenant aux diverses couleurs, dont les axes varient d'une manière continue avec la réfrangibilité et se placent dans une infinité d'azimuts. Nous commencerons par le premier cas.

Nous le réaliserons comme exemple avec une lame mince cristallisée d'un quart d'onde placée en FF (*fig.* 823). La lumière partie de cette lame fera son foyer en F'F', et nous l'analyserons en S', soit en regardant à l'œil, soit en la projetant.

En tournant l'analyseur, on trouvera aisément une position où l'image extraordinaire est maxima et l'ordinaire minima; la section principale de l'analyseur est alors dans le grand axe de l'ellipse. Cette observation ne peut être précise; elle sert néanmoins à obtenir approximativement la direction du grand et du petit axe. Mais en tournant l'analyseur de 45 degrés, on détermine plus exactement la direction pour laquelle les deux images sont égales, et on en conclut celle des axes de l'ellipse.

Plaçons maintenant en F'F' un mica d'un quart d'onde mobile sur un cercle divisé, et faisons-le tourner autour de la direction du rayon. Lorsque sa section principale sera dirigée suivant l'un des axes de l'ellipse, il décomposera le rayon en deux, l'un extraordinaire, l'autre ordinaire, et la différence de marche de ces rayons sera d'un quart d'onde augmenté ou diminué d'un autre quart produit par le mica. Leur différence totale sera donc ou nulle, ou $\frac{\lambda}{2}$, et dans tous les cas ils reconstitueront un rayon polarisé rectilignement. On reconnaîtra que les différences s'ajoutent si la dispersion est augmentée, et se retranchent si elle est annulée. Supposons qu'on réalise le deuxième cas, on n'aura fait rien autre chose que de rendre concordantes les vibrations dirigées suivant les axes OA et OB de l'ellipse sans changer leurs intensités; elles seront, l'une égale à a, l'autre égale à b, et elles reconstitueront une vibration suivant OC (*fig.* 834). En dirigeant la section principale de l'analyseur suivant OC, l'image ordinaire sera nulle, et la tangente de l'angle COA que fait cette section principale avec celle du mica mesure le rapport de b à a.

Fig. 834.

Ce procédé a été employé par M. de Senarmont. Il réussit fort bien quand la dispersion est la même dans l'ellipse et dans le mica; il laisse à désirer quand elle est différente. J'ai fait connaître une autre méthode qui jusqu'à présent paraît satisfaire à toutes les exigences.

J'emploie deux prismes de quartz ABC, CDB dont les faces extérieures sont parallèles à l'axe, mais dont les sections

principales sont croisées (*fig.* 835). Cet appareil déjà décrit précédemment avait été imaginé par M. Babinet pour compenser l'un des prismes par l'autre. Entre un nicol et un analyseur parallèles, il montre des franges brillantes en AC, MM, BD dans l'image extraordinaire, et en N et P dans l'image ordinaire. Je le fais monter (*fig.* 836, et *fig.* 680, *Pl. III*) dans une bonnette EE sur laquelle un des quartz est fixé, tandis

Fig. 835.

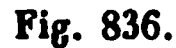
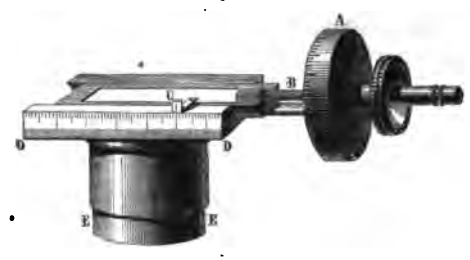


Fig. 836.



que l'autre est mobile parallèlement à son axe au moyen d'une vis micrométrique BA qui mesure son déplacement. Un fil très-fin, placé dans la bonnette et parallèle aux franges, permet de fixer leur position.

On commence par étudier cet appareil avec de la lumière polarisée à 45 degrés de l'axe AB (*fig.* 835), qu'on reçoit sur un analyseur parallèle au nicol polarisant. L'image ordinaire est éteinte quand la différence de marche est zéro ou λ, au centre MM ou au point A et au point B; mais en faisant mouvoir le prisme ACB d'une quantité $AM = L$, on transporte peu à peu la frange A jusqu'à la faire coïncider avec le fil central M. Or, puisque, pour un déplacement du micromètre égal à L, la différence de marche des deux rayons devient égale à λ au point M, pour un autre déplacement p elle sera $p\frac{\lambda}{L}$. On saura donc toujours trouver cette différence de marche; elle est la même que si aux points situés vis-à-vis du fil M, le compensateur était remplacé par une lame mince d'épaisseur variable à volonté et produisant une différence de marche $p\frac{\lambda}{L}$.

Cela posé, mettons ce même compensateur dans le trajet d'un rayon elliptiquement polarisé. On peut opérer de plusieurs manières.

En plaçant suivant OH la section principale de l'analyseur, on voit apparaître dans l'image extraordinaire une frange noire qui occupe une position quelconque; elle indique qu'aux points correspondants du compensateur l'ellipse a été décomposée en deux rayons OA et OC parallèles aux plans principaux de ce compensateur, que leur différence de marche $\delta'' - \delta'$ a été détruite par celle du compensateur, que la polarisation plane a été rétablie, et que la vibration résultante est dirigée suivant OH. Donc la différence de marche du compensateur est égale et contraire à $\delta'' - \delta'$. On la mesure en déplaçant le micromètre d'une quantité p jusqu'à amener la frange noire sous le fil; elle est $p\frac{\lambda}{L}$. En même temps, la tangente de l'angle HOA est égale au rapport de OC à OA. Le compensateur mesure donc dans toutes les directions qu'on lui donne tout ce qu'il faut connaître des composantes de l'ellipse dans cette direction, c'est-à-dire leur différence de marche et le rapport de leurs amplitudes.

Mais si on le place dans la direction de l'un des deux axes de l'ellipse, $\delta'' - \delta'$ est égal à $\frac{\lambda}{4}$, le déplacement p du compensateur doit être égal à $\frac{L}{4}$. Réciproquement, pour trouver la direction des axes, on commencera par mettre le micromètre dans cette position, et on fera tourner la section principale du compensateur jusqu'à ce que la frange soit sur le fil. Alors cette section sera dans la direction des axes en OA ou en OB (*fig.* 834), et si on appelle μ l'angle que fait avec OA la section principale OC de l'analyseur quand la frange prend son obscurité maxima dans l'image extraordinaire, OC est la direction de la vibration plane résultante, $\tan\mu$ est égal à $\frac{b}{a}$, et l'ellipse est déterminée en grandeur et en position.

Il nous reste à chercher comment on peut étudier la polarisation elliptique quand la différence de marche primitive est très-grande. On pourrait opérer séparément sur chaque

couleur simple et se servir du compensateur comme précédemment. On peut aussi employer la méthode générale de MM. Fizeau et Foucault.

Sans rien changer aux dispositions des appareils, remplaçons le fil du compensateur par une fente mince; plaçons le micromètre dans la position pour laquelle le compensateur produit une différence de marche égale à $\frac{\lambda}{4}$ et mettons un prisme devant l'œil, nous verrons dans le spectre les raies de Frauenhofer et en outre, du rouge au violet, une série de franges d'interférence également espacées; elles indiquent que pour chacune des couleurs où elles sont placées la polarisation est rétablie, que l'axe du compensateur est parallèle à ceux de l'ellipse, et que le rapport de ceux-ci est égal à la tangente de l'angle μ que font les sections principales du compensateur et de l'analyseur. En tournant un peu le système, on voit les franges marcher, soit vers le violet, soit vers le rouge, et l'on conçoit ainsi qu'on peut, pour chacune des raies principales, déterminer et la direction et le rapport des axes.

QUATRE-VINGT-HUITIÈME LEÇON.

POLARISATION ROTATOIRE.

Découverte d'Arago. — Lois du phénomène. — Cas des lumières simples; de la lumière blanche. — Méthode de Biot; de MM. Fizeau et Foucault. Teinte sensible. — Quartz à deux rotations. — Théorie de Fresnel. — Pouvoir rotatoire moléculaire; sa variation avec la température. — Effet des combinaisons chimiques. — Cas particulier de l'acide tartrique. — Saccharimétrie. — Pouvoir rotatoire dans les cristaux. — Relation entre la forme cristalline et le pouvoir rotatoire. — Travaux de M. Pasteur.

Une lame d'un cristal à un axe quelconque, taillée perpendiculairement à cet axe, ne dédouble point les rayons polarisés qui la traversent normalement. Ces rayons conservent leur plan de polarisation et toutes leurs propriétés primitives, comme si la lame n'était pas cristallisée.

Arago découvrit en 1811 que le quartz fait exception à cette loi. Il reconnut que si l'on reçoit sur un analyseur une onde plane polarisée qui a traversé ce quartz suivant son axe, elle donne deux images, ordinaire et extraordinaire, toutes deux colorées de teintes complémentaires très-vives. L'apparence du phénomène est la même qu'avec une lame mince cristallisée non perpendiculaire à l'axe. Elle en diffère par deux points : le premier, c'est qu'elle ne varie pas si l'on fait tourner le quartz autour de sa normale; le second, c'est que les couleurs changent progressivement en passant par une série de teintes mixtes, si l'on fait tourner la section principale de l'analyseur. Dans un second Mémoire qui n'a pas été publié, Arago a défini nettement l'action exercée sur la lumière, en disant que chacun des rayons simples qui composent le faisceau incident reste polarisé, mais que son plan de polarisation a éprouvé une rotation qui est différente pour chaque couleur : de là le nom de *polarisation rotatoire* qui a été donné et con-

servé à ce phénomène. Ce mot n'exprime point un nouveau mode de vibration que la lumière aurait pris, mais rappelle le fait du déplacement éprouvé par le plan primitif de polarisation.

Deux ans après cette découverte trop sommairement analysée, Biot commença sur le même sujet une étude féconde qu'il n'a pas cessé de poursuivre. Il reconnut bientôt que cette propriété n'appartient point exclusivement au quartz; il la retrouva dans la plupart des huiles essentielles, dans la vapeur de l'essence de térébenthine, dans les dissolutions de l'acide tartrique, des tartrates, du sucre, des gommes et de la dextrine. M. Bouchardat la constata dans les alcalis organiques, M. Des Cloizeaux dans le cinabre, et M. Marbach, de Breslau, dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude qui ont la forme cubique. Nous avons donc affaire ici à une propriété réalisée par une classe de corps nombreux, cristallisés ou non, solides, liquides et même gazeux. Nous allons l'étudier avec quelque détail, chercher ses lois, ses conditions déterminantes et enfin son explication.

LOIS DU PHÉNOMÈNE. — Toute action produite sur la lumière blanche étant la somme de celles qui s'exercent individuellement sur tous les rayons simples, nous devons étudier séparément chacun d'eux. Prenons d'abord la lumière qui traverse un verre rouge, polarisons-la par un prisme de M. Foucault en A (*fig.* 823), recevons-la sur un quartz placé en FF ou en F'F', puis sur un analyseur S' monté dans un cercle azimutal, après l'avoir concentrée au moyen d'une lentille L''L'', qui permet en outre de projeter l'image sur un écran F''F''. En faisant cette étude, M. Biot reconnut :

1° Que la lumière simple reste polarisée, mais que son plan de polarisation a tourné d'un angle A;

2° Que la rotation du plan de polarisation est proportionnelle à l'épaisseur du cristal;

3° Il y a des substances pour lesquelles le plan primitif de polarisation O*y* se déplace vers OA (*fig.* 837). On dit alors qu'il a tourné vers la droite dans le sens indiqué par la flèche ↗, et que la substance est dextrogyre. D'autres corps

transportent le plan de polarisation en OB; ils sont lévogyres, et on représente par la flèche ↘ le sens de leur action.

Fig. 837.

Il existe en particulier deux variétés de quartz, l'une dextrogyre ↗, l'autre lévogyre ↘. A épaisseur égale, elles donnent des rotations égales : elles ne diffèrent que par leur signe.

4° Lorsqu'on superpose plusieurs milieux, l'action définitivement exercée sur la lumière est la somme algébrique des rotations du plan de polarisation occasionnées séparément par chaque corps.

Passons maintenant à l'étude comparée des diverses couleurs simples. Le procédé qui se présente le plus naturellement à l'esprit consiste à préparer un spectre très-pur avec de la lumière polarisée, à recevoir successivement chacune des couleurs sur le quartz, et à mesurer la rotation de son plan de polarisation. C'est ce procédé assez difficile à mettre en pratique que M. Biot adopta. Il reconnut que la rotation augmente avec la réfrangibilité, et qu'elle est sensiblement en raison inverse du carré de la longueur d'onde.

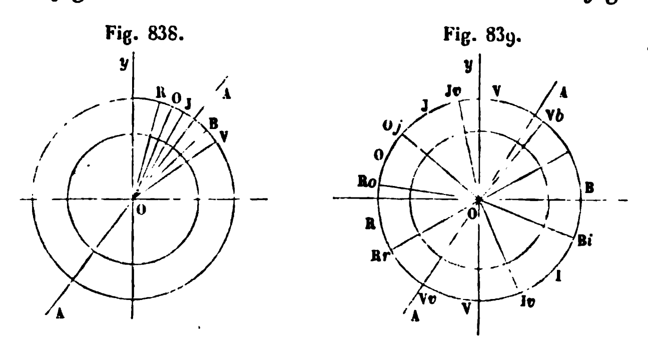
Le tableau suivant fait connaître la rotation de chaque couleur à travers une épaisseur de quartz égale à un millimètre.

	Valeur de λ.	Déviation R.	Excès des valeurs de R sur celle du jaune.
Rouge extrême..............	645	17° 29′ 47″	— 6° 30′ 13″
Verre rouge................	628	18.25.00	— 5.35.00
Limite du rouge et de l'orangé.	596	20.28.47	— 3.31.13
Limite de l'orangé et du jaune.	571	22.18.49	— 1.41.11
Jaune moyen................	550	24.00.00	— 0.00.00
Limite du jaune et du vert....	532	25.40.31	+ 1.40.31
Limite du vert et du bleu.....	492	30. 2.45	+ 6. 2.45
Limite du bleu et de l'indigo..	459	34.34.18	+10.34.18
Limite de l'indigo et du violet.	439	37.51.58	+13.51.58
Violet extrême..............	406	44. 4.58	+20. 4.58

M. Biot a représenté graphiquement ses résultats par des tableaux ingénieusement conçus. Soit d'abord une plaque

d'épaisseur égale à $0^{mm},4$ (*fig.* 838). Représentons par O*y* le plan primitif de polarisation et menons des rayons OR, OO,..., OV faisant avec O*y* des angles égaux aux rotations des diverses couleurs simples; le faisceau de lumière polarisée blanche qui aura traversé la lame se trouvera représenté par une infinité d'autres dont les plans de polarisation seront éparpillés sur l'arc RV. L'épaisseur augmentant, la déviation de chaque rayon augmente proportionnellement, et l'arc de dispersion s'agrandit. La *fig.* 839 représente le phénomène quand l'épaisseur est égale à $13^{mm},41$. Le rouge extrême est dévié de plus de 180 degrés en R*r*, et le violet extrême V*v* de plus d'une circonférence et demie, en OV*v*. De cette façon, l'arc de dispersion compris entre R*r* et V*v* occupe à peu près 360 degrés sur lesquels les plans de polarisation des couleurs intermédiaires sont répartis comme l'indique la figure.

Concevons maintenant que la section principale de l'analyseur soit placée dans une direction quelconque AA. Les images ordinaire et extraordinaire seront formées par la superposition des images ordinaire et extraordinaire de chaque lumière simple, et celles-ci étant inégales, celles-là seront colorées. L'image extraordinaire ne contiendra aucun des rayons de la couleur dont le plan de polarisation coïncide avec OA; c'est un vert pour la *fig.* 838; c'est le vert bleu et le violet dans la *fig.* 839.



Nous pouvons déduire de ces explications un moyen bien plus simple pour mesurer les déviations des diverses couleurs. Il a été imaginé par MM. Fizeau et Foucault et appliqué ensuite par MM. Broch, Wiedemann et Arndtsen.

Que l'on fasse passer la lumière polarisée d'abord à travers

une fente mince, de là sur la substance à essayer, ensuite dans un analyseur, enfin sur un prisme : on verra à travers ce prisme deux spectres inégalement déviés, l'un ordinaire, l'autre extraordinaire. Ne considérons que ce dernier, le seul qui se verra avec un prisme de Nicol : il contiendra les images extraordinaires de toutes les couleurs simples. Si l'analyseur est placé suivant OR (*fig.* 838), il n'y aura pas de rouge ; si on le déplace pour le mettre successivement en OO, OJ, ..., OV, il n'y aura pas d'orangé, de jaune,..., de violet. On verra donc dans le spectre une bande noire s'avancer depuis le rouge jusqu'au violet si on tourne l'analyseur de OR à OV.

S'il s'agit de la *fig.* 839, l'analyseur étant en OR*r*, il y aura deux couleurs éteintes, le rouge extrême R*r* et un bleu qui est polarisé suivant le prolongement de OR*r*. On verra donc deux bandes, l'une dans le rouge, l'autre dans le bleu, et toutes deux marcheront vers le violet, si l'on tourne l'analyseur à droite. En général, si l'arc de dispersion occupe *n* demi-circonférences, on verra *n* bandes obscures, qui se projetteront successivement sur chacune des raies.

Cela posé, revenons à la *fig.* 838. Plaçons l'analyseur en OR, la bande se verra sur le rouge et la rotation de cette couleur sera *y*OR. Si l'on met l'analyseur en OO, la bande sera sur l'orangé, et la déviation de cette couleur, ou, en général, d'une couleur quelconque, sera mesurée par l'angle que fait avec le plan primitif O*y* la section principale de l'analyseur quand on verra la bande sur la couleur considérée. On raisonnerait de même sur la *fig.* 839.

En opérant par cette méthode, M. Broch a trouvé pour le quartz les nombres suivants :

Raies	B	C	D	E	F	G
A....	15° 30′	17° 24′	21° 67′	27° 46′	32° 50′	42° 20′
$A\lambda^2$..	723,802	742,950	751,104	759,674	762,219	784,152

M. Wiedemann a obtenu pour les essences de térébenthine et de citron :

A.............	10° 9′	14° 5′	18° 7′	23° 2′	32° 75′
$A\lambda^2$...........	4690	4871	5184	5471	6044
A.............	37,9	485	633	77	106
$A\lambda^2$...........	1631	1683	1751	1823	1926

Ces expériences très-précises s'accordent pour montrer que les déviations ne sont point rigoureusement en raison inverse du carré des longueurs d'onde, puisque $A\lambda^2$ va en croissant avec la réfrangibilité. La loi de Biot ne doit donc être considérée que comme approximative.

On peut se demander si toutes les substances dextro ou lévogyres ont une égale loi de dispersion. Cette question se résout par une épreuve différentielle très-précise : en faisant traverser par le même rayon lumineux deux substances de rotation inverse, sous des épaisseurs telles, qu'elles produisent sur le rayon rouge des déviations égales et de signe contraire. On trouve alors que deux quartz de même épaisseur, dextro et lévogyres, détruisent mutuellement toute déviation et toute dispersion des plans de polarisation quand on les superpose; qu'il en est de même avec une dissolution de sucre ↗ et un quartz équivalent ↘; mais qu'il n'est pas possible de détruire ainsi la dispersion des essences de citron et de térébenthine, ni de l'essence de térébenthine et du camphre. La loi de cette dispersion dans chaque substance est donc individuelle.

LUMIÈRE BLANCHE. — On va dire maintenant comment on peut obtenir la teinte des deux images, en se contentant d'un calcul approximatif.

Désignons par e l'épaisseur traversée. Soient eA_1, eA_2,..., eA_7 les déviations moyennes de chaque couleur simple, et α l'angle que font les deux sections principales du polariseur et de l'analyseur; $\alpha - eA_1$, $\alpha - eA_2$, ..., $\alpha - eA_7$ seront les angles de l'analyseur avec chacun des plans de polarisation; les deux images auront les intensités suivantes O et E :

$$O = R\cos^2(\alpha - eA_1) + O\cos^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\cos^2(\alpha - eA_7),$$
$$E = R\sin^2(\alpha - eA_1) + O\sin^2(\alpha - eA_2) + \ldots + V\sin^2(\alpha - eA_7).$$

Chacun des termes représente la proportion de chaque lumière simple, et comme ils sont inégaux, la somme O ou E sera colorée. Au moyen du cercle de Newton, Biot a calculé pour treize lames d'épaisseurs croissantes les valeurs de E quand $\alpha = 0$. Ce calcul a présenté avec l'épreuve directe une coïncidence parfaite.

On voit :

1° Que la somme $O + E$ est égale à la somme des rayons qui entrent dans la lumière blanche; donc les deux images sont complémentaires;

2° Que α changeant, les teintes varient continûment;

3° Que, si l'on augmente α de 90 degrés, les valeurs de O et de E, et par conséquent les teintes s'échangent dans les deux images.

Si l'on revient à l'expérience telle que l'ont exécutée MM. Broch, Wiedemann et Arndtsen, on voit que l'image extraordinaire contient toutes les lumières simples, excepté celles qui correspondent aux bandes qui sillonnent le spectre; or, si l'épaisseur est grande, et que le nombre de ces bandes soit considérable, on peut dire qu'il restera des proportions égales de toutes les couleurs simples et qu'elles reconstitueront du blanc. Les teintes doivent donc perdre de leur vivacité à mesure que l'épaisseur croît; c'est en effet ce qui arrive.

TEINTE SENSIBLE. — Quand on analyse avec un prisme biréfringent la lumière polarisée qui a traversé un quartz dont l'épaisseur varie de 0 à 5 millimètres, il n'y a qu'une lumière simple éteinte à la fois dans l'image extraordinaire. Quand c'est la lumière jaune qui est la plus intense, il ne reste que le rouge d'une part, le bleu et le violet de l'autre; ce sont les couleurs les moins vives, et l'image prend une intensité minimum. On arrive à la même conclusion en considérant la formule qui donne la valeur de E, et en y faisant $\alpha = eA_3$ elle devient

$$E = R \sin^2 e(A_3 - A_1) + \ldots + V \sin^2 e(A_3 - A_7).$$

On a calculé dans le tableau de la page 644 les valeurs des angles $A_3 - A_1, \ldots, A_3 - A_7$. On voit qu'elles sont très-faibles, que leurs sinus sont négligeables, excepté pour les couleurs extrêmes, et que E sera extrêmement petit.

L'expérience prouve, en effet, que pour la valeur de α, qui répond au jaune moyen, l'image extraordinaire est minimum; elle montre quelque chose de plus, c'est qu'alors la teinte de cette image est un gris de lin, et que si l'on déplace très-peu l'analyseur, soit vers la droite, soit vers la gauche, elle se modifie très-rapidement, soit pour devenir rouge, soit pour

devenir bleue. Biot l'a nommée *teinte sensible*, à cause de la facilité avec laquelle elle passe à d'autres colorations par un petit déplacement de l'analyseur.

Il est évident que sa composition change avec l'épaisseur, puisque les angles qui entrent dans l'expression de E sont proportionnels à cette épaisseur *e*; mais, pourvu que *e* ne dépasse pas 5 millimètres, l'expérience prouve qu'on retrouve toujours une teinte minima comprise entre un rouge et un bleu, que la déviation correspondante de l'analyseur est proportionnelle à l'épaisseur et qu'elle est toujours égale à la rotation du jaune moyen; c'est ce que montre le tableau suivant :

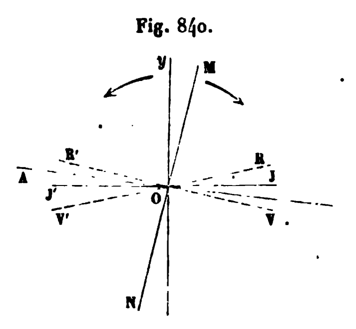
ÉPAISSEUR.	DÉVIATION α	
	de la teinte sensible.	du jaune moyen.
mm	° ′	° ′
0,400	9.45	9.25
0,488	11.30	11.30
1,032	25.00	24.17
1,184	28.30	27.52
2,094	50.00	49.17
2,997	70.00	70.32
3,478	80.00	81.51

Il en résulte que sans employer la lumière simple on pourra mesurer la rotation du plan de polarisation pour le jaune moyen: ce sera la rotation de la teinte sensible. En la multipliant par $\frac{23}{30}$, on aura celle du rouge, et par des facteurs en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde, celle des diverses couleurs. Si en tournant l'analyseur à droite la teinte passe au rouge, la substance est dextrogyre; elle est lévogyre si cette teinte vire au bleu.

QUARTZ A DEUX ROTATIONS (*fig.* 840). — Juxtaposons suivant une ligne quelconque MN deux quartz de rotation inverse et d'une épaisseur commune égale à $3^{mm},75$; ils feront tourner de 90 degrés le plan de polarisation du jaune moyen. S'il était primitivement en Oy il se placera en OJ pour l'un, en OJ′ pour l'autre des deux quartz. Le rouge sera polarisé suivant OR et OR′ et le violet suivant OV et OV′; la teinte sensible se présentera dans l'image extraordinaire pour les

deux quartz à la fois, si l'analyseur coïncide avec OJ, et les deux moitiés de l'image offriront une coloration identique, celle de la teinte de passage, comme s'il n'y avait qu'un seul cristal. Cela est indépendant de la direction que l'on donne à la ligne de jonction MN; mais si l'on tourne l'analyseur à droite suivant OA d'un angle très-petit, la proportion de rouge augmente dans le quartz à rotation droite et celle de violet dans le cristal à rotation gauche, et l'opposition des tons se manifeste aussitôt. Cette plaque à deux rotations inverses, imaginée par M. Soleil père, permet de déterminer avec précision le plan de polarisation Oy d'une lumière quelconque; on l'interpose dans le trajet et l'on fait tourner l'analyseur. Tant que sa section principale diffère de OJ, l'image extraordinaire offre des teintes inégales à travers les deux quartz. Aussitôt qu'elle est confondue avec OJ, c'est-à-dire qu'elle est perpendiculaire au plan de polarisation primitive, ces deux teintes deviennent identiques. Ce procédé réussit surtout quand la lumière n'est que partiellement polarisée.

Fig. 840.



Théorie de Fresnel. — Après cette étude générale des faits, il nous reste à expliquer théoriquement par quelles modifications la lumière arrive à éprouver cet effet. C'est à Fresnel que l'on doit cette explication, qui n'est pas son moindre titre de gloire.

Il faut d'abord se rappeler que deux rayons de lumière d'égale intensité dont la différence de phase est égale à 90 degrés et qui sont polarisés à angle droit, se composent pour produire une vibration circulaire. Soient x et y les deux vitesses composantes. En posant, pour abrégér, $2\pi\frac{t}{T}=\xi$,

$$y=\sin(\xi+45),\quad x=\sin(\xi-45).$$

En intégrant, on aura les coordonnées de la molécule vi-

brante; elles seront, à un facteur constant près,

$$y_1 = -\cos(\xi + 45), \quad x_1 = -\cos(\xi - 45),$$

pour $\xi = 45$, $y_1 = 0$, $x_1 = -1$, la molécule est en A (*fig.* 841). Si ξ, c'est-à-dire si le temps croît, y_1 devient positif et augmente; x_1 reste négatif et décroît; la molécule lumineuse tourne dans le sens ↗, suivant la flèche A, c'est-à-dire vers la droite, le rayon circulaire est dit *rayon circulaire droit*. Si on a, au contraire, les vitesses vibratoires

$$y = \sin(\xi - 45), \quad x = \sin(\xi + 45),$$

les coordonnées de x_1 et y_1 deviennent

$$y_1 = -\cos(\xi - 45), \quad x_1 = -\cos(\xi + 45);$$

la molécule d'éther partant de A′ (*fig.* 842) pour $\xi = 45$ prend une valeur de y_1 négative et décroissante, une valeur de x_1 positive et croissante, le mouvement vibratoire se fait dans le sens ↘ et produit un *rayon circulaire gauche*.

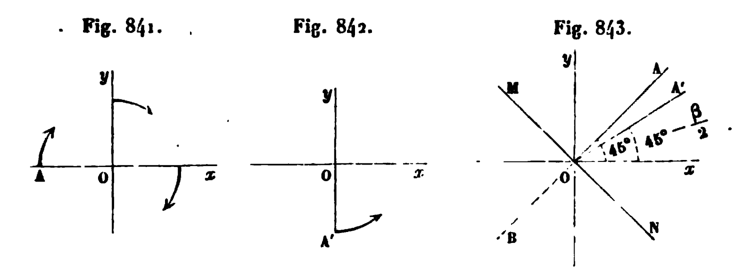


Fig. 841. Fig. 842. Fig. 843.

Cela posé, soit OA (*fig.* 843) une vibration dont la vitesse est représentée par la formule ordinaire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T} = \sin \xi.$$

On peut la décomposer en deux autres, suivant la même direction, qui seraient l'une en avance de 45 degrés ou de un huitième d'ondulation, l'autre en retard de la même quantité :

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi + 45) + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\xi - 45).$$

Chacune de ces deux vibrations peut se décomposer en deux autres suivant des axes Ox et Oy placés à 45 degrés de OA. La première donnera deux composantes égales x et y

$$x = y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi + 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45^\circ);$$

la deuxième se décomposera de même en deux vibrations égales x' et y', qui sont

$$x' = y' = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 45 \sin(\xi - 45^\circ) = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45^\circ).$$

Combinons maintenant y et x' d'une part, y' et x de l'autre, nous aurons deux rayons polarisés circulairement, le premier vibrant de gauche à droite dans le sens ↗, le dernier dans un sens contraire ↘,

1° ↗ $\begin{cases} y = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45). \\ x' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45). \end{cases}$

2° ↘ $\begin{cases} y' = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45). \\ x = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45). \end{cases}$

Supposons maintenant qu'il existe des milieux tellement constitués, que le premier de ces rayons circulaires s'y meuve plus rapidement que le second, il aura, après les avoir traversés, une avance de phase β, et si alors nous composons y et y' d'une part, x et x' de l'autre, nous obtiendrons

$$y + y' = Y = \frac{1}{2} \sin(\xi + 45 + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\xi - 45),$$

$$x' + x = X = \frac{1}{2} \sin(\xi - 45 + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\xi + 45);$$

et, en remplaçant ces sommes de sinus par les doubles produits des sinus de la demi-somme par les cosinus de la demi-

différence des arcs,

$$Y = \cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right),$$

$$X = \cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\xi + \frac{\beta}{2}\right).$$

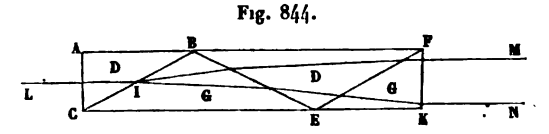
X et Y représentent deux composantes qui ont la même phase $\frac{\beta}{2}$; elles reconstitueront par conséquent un rayon polarisé comme le rayon incident; mais polarisé dans un azimut différent, qui fait avec l'axe des x un angle α, donné par la relation

$$\tang\alpha = \frac{Y}{X} = \frac{\cos\left(45 + \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{\sin\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(45 - \frac{\beta}{2}\right)} = \tang\left(45 - \frac{\beta}{2}\right),$$

et, puisque le rayon incident était polarisé à 45 degrés suivant OA, le rayon émergent le sera suivant OA'; il se sera rapproché de l'axe des x en tournant de AOA' égal à $\frac{\beta}{2}$. En résumé, lorsque le rayon circulaire droit ↗ est en avance sur le rayon circulaire gauche ↘, le plan de polarisation du rayon émergent a tourné vers la droite ↗; si le rayon circulaire gauche allait plus vite que le droit, la rotation du plan de polarisation se ferait vers la gauche.

On voit que cette théorie reproduit les phénomènes offerts par le quartz dans le sens de son axe et par toutes les substances actives. Il faut prouver qu'elle n'est pas un simple jeu de formules, et qu'en réalité le rayon polarisé se décompose pendant son trajet dans ces substances en deux rayons circulaires de sens opposés et de vitesses inégales. A cet effet, Fresnel a disposé plusieurs prismes en quartz de rotation alter-

Fig. 844.



nativement contraire, qui sont traversés dans la direction de l'axe ABF (*fig.* 844). Un rayon polarisé se dédouble dans le

premier ABC, qui est de rotation droite en deux rayons circulaires, l'un droit, l'autre gauche; le premier marche plus vite que le second; mais, en pénétrant dans CBE, il va moins vite; dès lors il se rapproche de la normale pendant que le circulaire gauche s'en éloigne; tous deux se séparent, et, l'action continuant à chaque surface traversée, on finit par obtenir une double réfraction très-sensible. Les deux images sont égales et blanches, il s'agit de voir si elles sont polarisées circulairement.

1° On les reçoit sur un prisme biréfringent; elles donnent deux images ordinaire et extraordinaire d'égale intensité. On a vu en effet que tout rayon elliptique reçu sur un analyseur dont la section principale est parallèle a ses axes, se décompose en deux rayons dont la phase diffère de $\frac{\pi}{2}$, ou dont la différence de marche est $\frac{\lambda}{4}$, et dont les intensités sont proportionnelles aux carrés des longueurs de ces axes. Quand l'ellipse dégénère en un cercle, toute direction est celle des axes qui sont égaux, et les deux images sont égales en intensité.

2° Interposons, entre le prisme de Fresnel et l'analyseur, une lame mince cristallisée de $\frac{1}{4}$ d'onde, dont l'axe est Oy (*fig.* 843), et supposons que la vibration extraordinaire Oy soit *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la vibration ordinaire Ox après avoir traversé cette lame. Celui des deux rayons circulaires qui est de rotation droite ↗ se décompose dans cette lame en deux vibrations Oy et Ox; la première est *en avance* de $\frac{\lambda}{4}$ sur la seconde; cette avance sera doublée à l'émergence et deviendra $\frac{\lambda}{2}$; toutes deux se composeront suivant MN, et le rayon sera polarisé suivant OA à 45 degrés des axes de la lame mince, quelle que soit la direction qu'on leur aura donnée. Au contraire, le rayon circulaire gauche ↘ aura, en pénétrant dans la lame, une vibration Oy *en retard* de $\frac{\lambda}{4}$ sur Ox; ce retard se détruira en la traversant; la vibration résultante sera dirigée suivant OA, et le plan de polarisation se fera suivant MN; l'expérience

prouve en effet que les deux rayons sortis du prisme multiple de quartz et reçus sur une lame de $\frac{1}{4}$ d'onde, dont l'axe est placé dans une direction quelconque, se transforment en deux rayons polarisés rectangulairement, suivant des plans perpendiculaires entre eux, et à 45 degrés de la section principale de la lame mince.

3° Répétons, avec une lame mince de quartz normale à l'axe, l'expérience de la page 579. Un rayon polarisé sortant d'une fente mince L traverse deux quartz égaux, de rotation inverse, placés dans deux fentes A et A'. Les deux rayons circulaires droits interfèrent entre eux, et le centre des franges est en X. Il en est de même des deux rayons circulaires gauches. Si l'on prend le circulaire droit de A, qui est en avance sur le circulaire gauche de A', ils donnent un centre en EO'; de même le circulaire droit de A' et le gauche de A déterminent un autre centre en OE'. Ces franges ne sont visibles qu'avec un analyseur; elles varient de position avec la direction de ce cristal. L'expérience réussit avec les liquides actifs comme avec le quartz.

Pour compléter cette théorie, il resterait à imaginer une constitution des molécules actives et un arrangement qui déterminerait cette double réfraction. Fresnel l'a tenté; il n'avait pas fait connaître ses idées; c'est après sa mort seulement qu'elles ont été retrouvées et publiées. Tout porte à croire qu'il se proposait de les modifier; nous ne le suivrons pas jusque-là.

POUVOIR ROTATOIRE MOLÉCULAIRE. — Puisque la rotation est proportionnelle à l'épaisseur du milieu traversé, il est évident que l'action exercée se répète dans chaque couche infiniment mince et fait une somme totale qu'on mesure à la sortie. Quand le milieu est liquide, il faut qu'elle soit due à une propriété spéciale des molécules, indépendante de leur disposition qui est quelconque. Quand il est cristallisé, elle peut être produite ou par cette même propriété des molécules, ou par leur orientation, ou par les deux causes à la fois. Considérons d'abord le cas des liquides, qui est évidemment le plus simple.

On admet que chaque molécule possède en elle-même, et

par sa constitution même, un pouvoir rotatoire propre qui peut bien varier avec l'orientation de la molécule elle-même; mais comme dans une épaisseur suffisante du liquide il y a des molécules dans toutes les situations, on peut les considérer comme ayant chacune un pouvoir rotatoire moyen égal à la moyenne de l'action totale que leur ensemble exerce. Dès lors la rotation du plan de polarisation produite par un milieu liquide sera nécessairement proportionnelle au nombre des molécules traversées, c'est-à-dire à la densité de la substance active. Dissolvons un poids ε de cette substance dans un poids $1-\varepsilon$ d'un milieu inactif; si δ est la densité du mélange, le volume total sera $\frac{1}{\delta}$, et la densité du corps actif amené à ce volume sera

$$x = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{\delta}} = \varepsilon\delta.$$

On devra avoir pour la rotation A

$$A = Kl\varepsilon\delta.$$

K serait la rotation de l'un des rayons simples, le rouge par exemple, si l'épaisseur l était égale à l'unité, la proportion de matière active ε égale à l'unité, et sa densité δ égale aussi à l'unité. K est ce que Biot a nommé le *pouvoir rotatoire moléculaire*.

Si les deux substances mêlées sont toutes deux actives, la deuxième a une densité $(1-\varepsilon)\delta$; sa rotation est

$$A' = K'l(1-\varepsilon)\delta,$$

et, suivant que les rotations sont de même sens ou de sens contraires, la somme ou la différence de A et de A' sera la rotation totale

$$A \pm A' = l\delta[K\varepsilon \pm K'(1-\varepsilon)].$$

Pour justifier ces formules, Biot a dissous dans de l'eau distillée des proportions ε de sucre égales à 0,3, 0,4, 0,5, ...; il a mesuré la densité δ du mélange, puis déterminé la rotation A dans des tubes de longueur connue l. La formule précédente permettait de calculer K, et sa valeur était identique quel que fût ε. Bien plus, elle est restée la même quand on

étudia le sucre d'orge pur, pour lequel ε est sensiblement égal à l'unité. Il en est de même quand on dissout l'essence de térébenthine dans des liquides inactifs : pour le prouver, Biot mesura dans un tube de longueur l la rotation d'un certain poids d'essence, puis il le versa dans un autre tube de même diamètre, mais plus long, qu'il acheva de remplir avec de l'éther. Dans ce second cas, la lumière traversait le même nombre de molécules, seulement elles étaient écartées par le dissolvant; or, on trouva que la rotation était demeurée la même, ce qui exige que le pouvoir rotatoire moléculaire soit resté constant. Cette loi n'est point absolue; en général, le pouvoir rotatoire moléculaire augmente un peu avec la proportion du dissolvant; quelquefois c'est l'inverse, comme pour le camphre.

EFFET DE LA TEMPÉRATURE. — Le pouvoir rotatoire moléculaire change avec la température. M. Gernez a montré que pour les essences d'orange, de bigarade et de térébenthine, il diminue continûment et s'exprime par la formule

$$K = a - bt - ct^2.$$

Voici les valeurs des coefficients a, b, c pour la raie D :

Essence d'orange ↗	....	$115,91 - 0,1237\,t - 0,000016\,t^2$,
» de bigarade ↗	....	$118,55 - 0,1175\,t - 0,000216\,t^2$;
» de térébenthine ↘		$36,61 - 0,004437\,t$.

Le rapport des déviations du plan de polarisation pour deux couleurs simples est sensiblement en raison inverse du carré de leurs longueurs d'onde pour l'essence de térébenthine. Avec celles d'orange et de bigarade, il suit une autre loi; mais pour une substance donnée, ce rapport demeure constant quelle que soit la température.

S'il est vrai que la propriété rotatoire des liquides tienne à la constitution de la molécule elle-même, elle ne doit pas changer quand la substance change d'état physique. Biot essaya de le démontrer en 1818. Il disposa à cet effet un long tube fermé par des glaces, dans lequel il fit passer un courant de vapeur d'essence de térébenthine. Il reconnut que le plan de polarisation tournait vers la droite; mais au moment où il se

préparait à mesurer la rotation, une fuite se fit à l'appareil, la vapeur s'enflamma et mit le feu au plafond de l'orangerie du Luxembourg où l'expérience avait été établie. Cette expérience demeurée incomplète a été reprise par M. Gernez. Le tube qu'il employait n'avait que 4 mètres de longueur, il était enveloppé d'un manchon rempli d'huile et chauffé par une rampe de gaz; les rotations déterminées par la vapeur étaient mesurées pour chaque raie par la méthode de MM. Fizeau et Foucault. M. Gernez trouva d'abord que la dispersion des vapeurs du camphre, des essences d'orange, de bigarade et de térébenthine étaient, à toute température, la même que celle de ces mêmes substances à l'état liquide, bien qu'elle fût inégale pour chacune d'elles. Il mesura ensuite le pouvoir rotatoire moléculaire de ces vapeurs, calcula par les formules précédentes celui qu'auraient, à la même température, les liquides formés par leur condensation, et il trouva que les deux valeurs étaient identiques. Le changement d'état physique qui ne fait qu'écarter les molécules sans les modifier intimement n'a donc aucune influence sur leur pouvoir rotatoire propre.

COMBINAISONS. — Toute substance active qui se combine communique son activité à la combinaison; ainsi les tartrates, les sels formés avec les alcalis organiques, les combinaisons des sucres, celles des essences font tourner le plan de polarisation; mais si la propriété persiste, le pouvoir rotatoire moléculaire ne reste pas le même, il change de valeur, quelquefois de sens. A fortiori voit-on se modifier la faculté rotatoire quand la molécule se modifie. Lorsqu'on traite l'amidon par les acides, il se transforme d'abord en une sorte de gomme qui est soluble dans l'eau et fait tourner le plan de polarisation vers la droite, ce qui lui a fait donner le nom de *dextrine;* l'acide continuant son effet change ensuite la dextrine en glucose qui possède la rotation gauche. De même, le sucre de canne traité par l'acide sulfurique passe à l'état de glucose, et de dextrogyre il devient lévogyre. Ce qu'il y a de remarquable dans ces exemples, c'est qu'en général les corps qui dérivent d'une molécule active conservent l'activité rotatoire malgré la transformation de cette molécule.

ACIDE TARTRIQUE. — L'acide tartrique, dissous dans *e* pour cent d'eau, d'esprit de bois ou d'alcool, présente des anomalies singulières. Pour chaque couleur simple le pouvoir rotatoire moléculaire K_1 varie, à la température ordinaire, suivant la formule

$$K_1 = P + Ne.$$

Voici pour chacune des raies du spectre les valeurs de P et de N. Le signe + correspond à la rotation droite :

	P	N
	°	°
C.......	+ 2,75	+ 9,45
D.......	+ 1,95	+ 13,03
E.......	+ 0,15	+ 17,51
b.......	− 0,83	+ 19,15
F.......	− 3,60	+ 23,98
G.......	− 9,61	+ 31,44

1° Si l'acide ne contient point d'eau, $K_1 = P$, la rotation se fait vers la droite pour les couleurs comprises entre les raies A et E, et vers la gauche, pour la deuxième partie du spectre de *b* à H; c'est ce que Biot a constaté en étudiant des plaques transparentes amorphes de cet acide, qui avaient été préparées par Laurent.

2° Quand la dissolution contient des poids égaux d'acide et d'eau, la rotation se fait vers la droite pour toutes les couleurs; elle augmente depuis le rouge jusqu'à la raie E, elle diminue depuis E jusqu'à H : il en résulte une dispersion entièrement anormale, des successions de couleurs tout à fait irrégulières, et il est impossible d'utiliser la teinte de passage.

3° Quand on compare deux solutions inégalement concentrées, leur dispersion est entièrement dissemblable.

4° Lorsque la quantité du dissolvant augmente, le deuxième terme N*e* de l'équation précédente est prédominant, la rotation devient de plus en plus grande à mesure que la réfrangibilité diminue, et le phénomène semble rentrer dans le cas général.

Ces faits perdent leur singularité si l'on admet, comme je l'ai fait en 1842, que l'acide tartrique se sépare dans l'eau en deux composés chimiquement définis, mais dont les pro-

portions sont ε et ε' et les pouvoirs rotatoires K et K'. Alors la formule précédemment établie pour les rotations de deux milieux actifs mêlés donne

$$A + A' = l\delta(K\varepsilon + K'\varepsilon');$$

donc le pouvoir moléculaire K_1 du mélange serait

$$K_1 = K\varepsilon + K'\varepsilon'.$$

Si l'on suppose que ε croisse et ε' décroisse proportionnellement à la quantité d'eau e, et qu'on pose $\varepsilon = 1 + me$, $\varepsilon' = 1 - ne$, on aura

$$K_1 = K(1 + me) + K'(1 - ne) = K + K' + (Km - K'n)e;$$

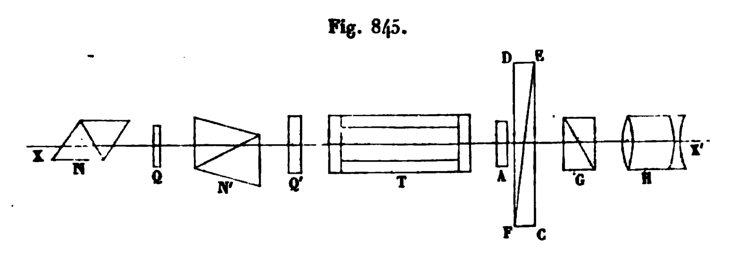
les irrégularités de la dispersion pourraient provenir de ce que $K + K'$ serait positif pour les couleurs peu réfrangibles et négatif pour les autres.

SACCHARIMÉTRIE. — Lorsqu'on connaîtra le pouvoir rotatoire moléculaire K d'une substance active, la densité δ de sa dissolution dans un liquide inactif et qu'on aura mesuré la rotation A du plan de polarisation pour une longueur l, on pourra, par la formule $A = Kl\delta\varepsilon$, calculer ε, c'est-à-dire la proportion de cette substance contenue dans l'unité de poids du mélange. La seule application qu'on ait faite de ce principe est l'analyse des sirops sucrés. Il suffit d'enfermer la solution dans un tube de longueur l fermé par des glaces, de placer ce tube entre un nicol polarisant et un analyseur porté par un cercle divisé, et de mesurer la rotation de la teinte de passage. Au lieu de ce procédé simple, on emploie généralement le saccharimètre, appareil compliqué imaginé par M. Soleil père (*fig.* 845). N' est un nicol qui polarise la lumière, Q' une plaque à deux rotations, T le tube qui contient d'abord de l'eau, A un quartz de rotation droite, CDEF un double prisme formé de deux quartz à rotation gauche, G un analyseur biréfringent, et enfin H une lunette de Galilée visant en Q'.

Les deux prismes CEF, DEF, sont mobiles au moyen d'une crémaillère. Quand on fait avancer leurs bases DE, FC vers l'axe de l'appareil, leur épaisseur totale augmente; elle diminue quand ils reculent. Pour une position convenable, ils annulent

la rotation contraire du quartz A. Une division adaptée à la crémaillère marque alors zéro, et lorsqu'ils s'éloignent de cette situation la division fait connaître l'épaisseur de quartz excédante, soit du double prisme, soit de la lame A, ou l'équivalent de cette épaisseur en sucre de canne cristallisé. Plaçons

Fig. 845.



l'appareil à zéro, et fixons l'analyseur G dans le plan primitif de polarisation. Nous verrons à travers la plaque à deux rotations Q deux moitiés d'images colorées de la teinte sensible. Emplissons maintenant le tube T avec le sirop sucré que nous voulons examiner : s'il tourne à droite, il agira comme si la plaque A était augmentée ; alors on augmentera l'épaisseur des doubles prismes, et la division fera connaître l'épaisseur réelle de sucre anhydre interposée dans le trajet.

Souvent le sirop est coloré. Il y a en N un premier nicol et en Q un quartz. En faisant tourner le système de ces deux pièces autour de l'axe de l'instrument, il se produit à travers N' une teinte déterminée qui altère la coloration de la lame sensible Q'; mais si l'on choisit cette teinte complémentaire de la couleur du sirop, c'est comme si celui-ci était incolore.

Enfin, la plupart des sirops qu'on a à étudier dans les fabriques contiennent à la fois du sucre cristallisable et d'autres substances actives. C'est le premier seulement qu'il faut doser. Pour cela on traite la liqueur par un centième de son poids d'acide chlorhydrique fumant et on la porte à l'ébullition, ce qui transforme le sucre en glucose qui fait tourner le plan de polarisation à gauche. C'est comme si l'on avait supprimé de la liqueur le sucre cristallisable et qu'on y eût ajouté son équivalent en glucose. On calcule aisément son poids quand on a observé la valeur de la rotation avant et après cette inversion. Soient en effet K et K' les pouvoirs moléculaires du

sucre de canne et du glucose, $\pm R$ la rotation totale produite par les substances étrangères actives mêlées à la solution, on a avant et après l'inversion

$$A = K l \delta \varepsilon \pm R, \quad A' = -K' l \delta \varepsilon \pm R,$$

donc

$$A - A' = (K + K') l \delta \varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{A - A'}{l \delta (K + K')}.$$

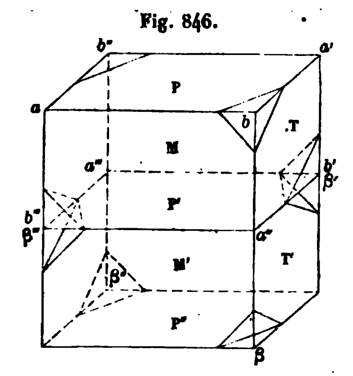
POUVOIR ROTATOIRE DANS LES CRISTAUX. — Nous avons déjà dit que le quartz n'est pas le seul cristal jouissant de la propriété rotatoire, qu'elle a été constatée par M. Des Cloizeaux, suivant la direction de l'axe dans le cinabre, qui cristallise en prismes droits à base carrée, et trouvée par M. Marbach suivant toutes les directions dans les cristaux de bromate et de chlorate de soude et dans ceux d'acétate d'urane et de soude, qui ont la forme cubique. Dans ces divers cas, suivant les échantillons, la rotation se fait quelquefois à droite et quelquefois à gauche. Or, ni la silice en gelée, ni les opales, ni les agates, ni les globules de quartz fondus au chalumeau ne possèdent cette propriété; on ne la trouve pas davantage dans les solutions des sels que nous venons de nommer; elle n'appartient donc pas aux molécules mêmes, et on ne peut l'attribuer qu'à un arrangement régulier et spécial de ces molécules. Nous allons montrer : 1° que dans tous les cas où une substance moléculairement active vient à cristalliser, il y a dans sa forme extérieure des caractères liés à la propriété des molécules; 2° que dans les cristaux actifs formés par des substances inactives l'arrangement spécial des molécules est révélé par des modifications spéciales de la forme.

RELATION ENTRE LE POUVOIR ROTATOIRE ET LA FORME CRISTALLINE. — En dissolution, tous les tartrates sont actifs et dextrogyres. Prenons, en particulier, le tartrate de soude et d'ammoniaque. Sa forme primitive est celle d'un prisme droit P'MT à base rectangulaire (*fig.* 846). Il a toujours sur ses sommets b, b', b'', b''', quatre facettes qui, si elles étaient prolongées, formeraient un tétraèdre irrégulier. La loi de symétrie d'Haüy exigerait que les autres sommets a, a', a'', a''' eussent aussi

des facettes disposées de la même manière ; cependant elles ne se présentent jamais. Alors le cristal est dit *hémièdre*.

Je suppose que l'observateur se place sur la base P′, en avant du cristal, et qu'il regarde la face M, il verra la facette *b* vers sa droite et en haut de son corps. M. Pasteur convient d'exprimer ceci en disant que l'hémiédrie est à droite.

Fig. 846.



On peut figurer maintenant le cristal P′M′P″T′ qui serait égal au précédent et juxtaposé, et l'on peut imaginer qu'il ait des facettes sur les sommets qui n'en avaient point au premier cristal, c'est-à-dire en β, β′, β″, β‴ et qu'il n'en ait pas à ceux où précédemment on en voyait. Alors l'observateur placé sur la base P″, en avant du cristal, et tourné vers lui verrait une facette β‴ à sa gauche : ce serait l'hémiédrie gauche. Les deux cristaux seraient symétriques par rapport à la face P′. L'un serait l'image de l'autre dans le miroir P′, et il est aisé de voir que, de quelque manière qu'on les tourne, les deux cristaux ne seraient pas superposables.

Cela posé, M. Pasteur remarque que tous les tartrates ont des formes voisines des précédentes (*fig.* 847 et *fig.* 848), qu'ils ont tous l'hémiédrie droite qu'on voit en T, jamais l'hémiédrie gauche qui est dessinée en T′, qu'ils sont tous dextrogyres et jamais lévogyres. Voilà un premier rapprochement.

M. Gartner, de Thann, en extrayant les tartrates de potasse des vins, reconnut qu'en 1819 ces sels avaient exceptionnellement des propriétés nouvelles, qu'ils donnaient, par exemple, un sel de chaux insoluble au lieu du tartrate de chaux qui est soluble. Il isola l'acide, trouva qu'il était isomère avec l'acide tartrique, que cependant il en différait par ses propriétés, et il le nomma acide *racémique*. Cette particularité ne s'est pas reproduite depuis cette époque et la source d'acide racémique semble être tarie.

M. Mitscherlich découvrit ensuite que les racémates ne font point tourner le plan de polarisation.

Longtemps après M. Pasteur reconnut que les racémates ont la même forme que les tartrates correspondants; mais qu'ils n'ont point d'hémiédrie. Ainsi, pas de pouvoir rotatoire, pas d'hémiédrie : second rapprochement qui s'ajoute au précédent.

Mais un de ces racémates, par une exception que M. Pasteur eut le bonheur de reconnaître, le racémate double d'ammoniaque et de soude, se sépare par la cristallisation en deux sortes de cristaux qui offrent la même forme primitive, mais qui sont inversement hémièdres : les uns ont l'hémiédrie droite, comme PMP′, les autres l'hémiédrie gauche, comme M′P′P″ (*fig.* 846). En général la forme des cristaux est plus complexe, comme dans les *fig.* 847 et 848; mais il y a tou-

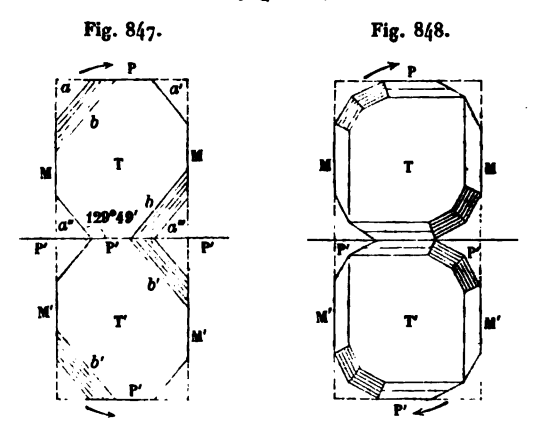


Fig. 847. Fig. 848.

jours deux sortes de formes hémièdres et symétriques, les unes T hémièdres à droite, les autres T′ hémièdres à gauche.

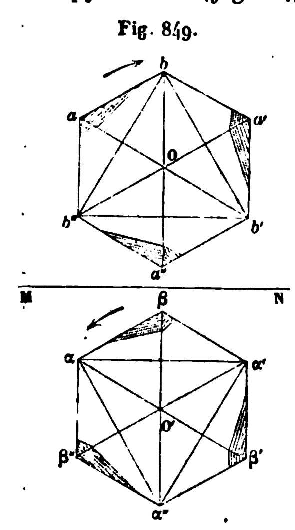
M. Pasteur sépara les deux espèces de cristaux, les fit redissoudre, et trouva que les premiers, qui avaient l'hémiédrie droite, étaient dextrogyres, et les seconds, qui étaient hémièdres à gauche, étaient lévogyres. Il en conclut que l'hémiédrie non superposable est le signe du pouvoir rotatoire, et que le sens de cette hémiédrie indique le sens de la rotation.

Il alla plus loin : il isola l'acide des dextroracémates, c'est-à-dire des cristaux qui avaient l'hémiédrie droite; c'était de l'acide tartrique. Les cristaux des lévoracémates lui donnèrent un acide nouveau, l'acide lévoracémique, isomère avec l'acide tartrique, mais lévogyre; le premier forme des sels qui font

toujours tourner le plan de polarisation à droite et sont hémièdres à droite, le second des sels qui possèdent également le pouvoir rotatoire, mais à gauche, et qui sont hémièdres à gauche. Quand on mêle en quantités égales les deux acides ou les sels qu'ils forment avec une même base, ils se combinent avec dégagement de chaleur, forment de l'acide racémique ou des racémates, mais ils n'ont aucun pouvoir rotatoire, et leurs cristaux n'ont aucune hémiédrie. Deux seulement se séparent par la cristallisation : celui que nous avons cité, et le racémate double de soude et de potasse.

Si l'hémiédrie non superposable est le caractère extérieur auquel on reconnaît les substances moléculairement actives, il est naturel de penser que les substances inactives qui acquièrent le pouvoir rotatoire en cristallisant prennent aussi une forme hémiédrique. Il y avait longtemps que Herschel avait en effet remarqué que le quartz est hémièdre. Cette substance cristallise en prismes hexaèdres droits terminés par des pyramides (*fig.* 849). Or, on trouve dans certains échantillons, sur trois sommets alternes a, a', a'', trois facettes plagiédrales inclinées et penchant vers la droite ou vers la gauche de l'observateur qui les regarde. Sur la pyramide opposée se trouvent trois autres facettes, mais elles aboutissent aux arêtes b, b', b'' et sont tellement disposées, qu'en retournant le cristal de manière que l'observateur voie la deuxième pyramide, les trois facettes sont penchées comme les premières a, a', a''. Ce cristal est hémièdre, puisque la moitié seulement des sommets $a, b, a', b', \ldots$ sont tronqués, et comme les facettes sont plus inclinées vers la droite que vers la gauche, nous dirons que c'est

Fig. 849.



l'hémiédrie droite. Si maintenant nous prenons dans un miroir MN l'image du cristal O, nous aurons une deuxième forme hémièdre en O', de sens opposé et non superposable à la première. Elle se rencontre dans la nature aussi fréquem-

ment que la première. Or Herschel avait remarqué que l'hémiédrie droite entraîne le pouvoir rotatoire à droite, et l'hémiédrie gauche la rotation à gauche. Il y a même des cristaux mixtes qui semblent formés de deux cristaux soudés et qui offrent des hémiédries inverses : aussi trouve-t-on, quand on les examine optiquement, qu'ils sont composés de deux parties, l'une dextrogyre, l'autre lévogyre.

Ce caractère de l'hémiédrie entraînant le pouvoir rotatoire avait donc été depuis longtemps signalé; M. Delafosse avait souvent annoncé qu'on retrouverait le même fait dans d'autres hémièdres; mais M. Pasteur a précisé cette condition en faisant remarquer qu'il y a deux sortes d'hémiédrie : l'une qui donne des cristaux superposables, l'autre des solides qui ne le sont pas; la seconde seule entraîne le pouvoir rotatoire.

Par exemple, si on suppose sur le prisme hexaèdre des facettes bab'', $ba'b'$, $b'a''b''$, et sur le sommet inférieur trois autres facettes semblables à l'extrémité des arêtes b, b', b'', on aura une hémiédrie, mais elle ne sera ni droite ni gauche, elle donnera un rhomboèdre superposable à celui qu'on formerait par des facettes placées en β, β', β'',... C'est ce qui se voit dans le spath qui dérive par hémiédrie du prisme hexagonal, et qui cependant n'a pas de pouvoir rotatoire.

C'est en suivant ces idées que M. Marbach a découvert la rotation des bromate et chlorate de soude, et de l'acétate d'urane et de soude. Ces cristaux sont cubiques, mais ils ont des facettes hémièdres qui répondent à des solides symétriques non superposables; ils offrent donc le caractère reconnu par M. Pasteur, et ils devaient faire tourner, comme ils font en effet tourner, le plan de polarisation, les uns à droite, les autres à gauche, suivant le sens de leurs facettes; mais si on fait redissoudre des cristaux de la même variété pour les laisser cristalliser de nouveau, ils reproduisent des cristaux tournant à droite avec une hémiédrie dans un sens et d'autres qui tournent à gauche avec l'hémiédrie contraire; c'est donc un caractère qu'ils prennent en cristallisant sans qu'on sache pourquoi, et qu'ils perdent quand on les dissout.

QUATRE-VINGT-NEUVIÈME LEÇON.

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION.

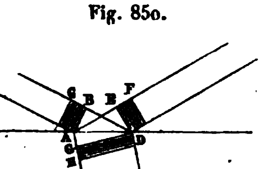
Théorie de Fresnel. — Cas de la lumière polarisée : 1° dans le plan d'incidence ; 2° dans le plan perpendiculaire ; 3° dans un azimut quelconque. — Angle de polarisation. — Mouvement du plan de polarisation. — Cas de la lumière naturelle. — Expériences de vérification. — Lois de la réfraction ; divers cas. — Loi d'Arago. — Théorème de M. Cornu. — Appareil de Norremberg. — Réflexion totale. — Théorie de Fresnel. — Vérifications.

Réflexion sur les métaux. — Mesure des intensités ; des différences de phases. — Réflexions multiples. — Formules de Cauchy. — Couleurs des métaux.

Anneaux colorés. — Lois expérimentales. — Théorie. — Cas de la lumière polarisée dans le plan d'incidence ; perpendiculairement. — Anneaux à centre blanc. — Théorie mécanique complète. — Polarisation des anneaux.

Soit AD (*fig.* 850) la surface qui sépare l'air d'un milieu AGD dont l'indice est n. Une portion d'onde plane AB, qui rencontre cette surface, donne naissance à deux autres ondes planes, l'une réfléchie DE, l'autre réfractée DG. Nous avons déterminé déjà leurs directions, nous voulons maintenant calculer leurs intensités et leurs phases. Ce problème a été résolu par Fresnel au moyen d'hypothèses simples et heureuses que nous allons reproduire.

Fig. 850.



A son arrivée en A, la vitesse vibratoire de toutes les molécules situées sur le front AB de l'onde peut s'écrire

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

En ce point A et au même moment, les vibrations des ondes réfléchie et réfractée pourront se représenter généralement par

$$u = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi\right), \quad w = b \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \varphi'\right);$$

le problème consiste à déterminer a, b, φ et φ'.

Fresnel commence par admettre que φ et φ' sont nulles, c'est-à-dire qu'au même moment et en un même point A les ondes incidentes réfléchie et réfractée sont dans la même phase de vibration. Cette hypothèse, que l'expérience ne justifie que dans des cas particuliers, réduit le problème à une extrême simplicité. Les trois vibrations deviennent :

$$v = \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$u = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$w = b \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

et il n'y a plus qu'à trouver les paramètres a et b. Construisons les trois cylindres ABC, DEF, DGH, dont les hauteurs CB et EF d'une part, et GH de l'autre, soient égales aux longueurs d'onde λ et λ' dans les deux milieux; désignons par M la masse d'éther contenue dans les deux premiers et par M' celle du second : il est évident qu'ils seront parcourus par la lumière pendant le même temps T, qu'on pourra les décomposer en tranches élémentaires qui seront animées au même moment de toutes les valeurs que prennent les vitesses v, u, w, quand la phase varie de $2\pi\lambda$, et que la somme des forces vives qui pendant un temps T anime ABC se répartit ensuite dans DEF et DGH. On aura, par conséquent,

$$\sum M v^2 = \sum M u^2 + \sum M' w^2,$$

$$M \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T} = M a^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T} + M' b^2 \sum \sin^2 2\pi \frac{t}{T},$$

$$\frac{1 - a^2}{b^2} = \frac{M'}{M}.$$

Or, en désignant par d et d' les densités de l'éther dans les deux milieux,

$$M' = GD.\lambda'.d' \quad \text{et} \quad M = AB.\lambda.d;$$

par conséquent,

$$\frac{M'}{M} = \frac{GD}{AB}\frac{\lambda'}{\lambda}\frac{d'}{d} = \frac{\cos r}{\cos i}\frac{\sin r}{\sin i}\frac{d'}{d}.$$

En désignant par e et e' les élasticités de l'éther, les vitesses v et v' de propagation de la lumière dans les deux milieux sont égales respectivement à $\sqrt{\frac{e}{d}}$ et à $\sqrt{\frac{e'}{d'}}$. On ne sait pas suivant quelles lois varient e et e'; Fresnel en est réduit à faire une hypothèse que rien ne justifiera si ce n'est le succès du résultat; il admet que $e = e'$, c'est-à-dire que l'élasticité de l'éther reste constante quand on passe d'un milieu à l'autre. Cela fait, on a

$$\frac{d'}{d} = \frac{v^2}{v'^2} = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r};$$

par suite,

$$\frac{M}{M'} = \frac{\cos r}{\cos i}\frac{\sin r}{\sin i}\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

et enfin

$$(1) \qquad 1 - a^2 = b^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}.$$

Pour trouver une seconde relation entre a et b, Fresnel fait remarquer que, pendant la propagation d'une onde dans un milieu homogène, deux molécules infiniment voisines ont au même moment des vitesses parallèles dont les amplitudes et les phases ne diffèrent que par des infiniment petits; il admet, pour satisfaire aux lois de la continuité, qu'il y a encore égalité entre les vitesses parallèles à AD dont sont animées deux molécules séparées par cette surface AD.

Supposons que l'onde primitive AB soit polarisée dans le plan d'incidence, qui est celui de la figure; alors les vibrations sont normales à ce plan; elles se projettent en A et D; elles sont parallèles à la surface AD, et il est évident qu'elles conserveront la même direction dans les ondes réfléchie et réfractée.

Mais la tranche AD du milieu supérieur est animée des deux vitesses v et u incidente et réfléchie, tandis que la tranche en contact du second milieu n'a que la vitesse w. D'après l'hypothèse précédente, Fresnel admet que w est égale à $v + u$, d'où il tire

$$(2) \qquad 1 + a = b.$$

Quand l'onde est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, les vibrations sont dans ce plan et dirigées suivant AB, DE et DG; leurs composantes parallèles à AD sont $v \cos i$, $u \cos i$, $w \cos r$; et puisqu'elles doivent être égales de part et d'autre de la surface, on pose

$$(3) \qquad (1 + a) \cos i = b \cos r.$$

On remarquera que Fresnel ne s'occupe pas des composantes perpendiculaires à la surface : c'est un point que nous examinerons bientôt.

LUMIÈRE POLARISÉE DANS LE PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, les valeurs de a et b se trouveront en résolvant les équations (1) et (2),

$$(1) \qquad 1 - a^2 = b^2 \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(2) \qquad 1 + a = b.$$

On divise la première par le carré de la seconde, et l'on trouve

$$\frac{1 - a}{1 + a} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i},$$

$$(4) \qquad a = -\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} = \frac{\cos i - \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{n^2 - \sin^2 i}},$$

$$(5) \qquad b = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i + r)}.$$

Les quantités totales de lumière dans les ondes incidente, réfléchie et réfractée sont représentées par leurs forces vives Mv^2, Mu^2, $M'w^2$, c'est-à-dire par M, Ma^2, $M'b^2$, ou enfin par

$$1, \quad a^2, \quad 1 - a^2.$$

On voit que l'onde réfractée est complémentaire de l'onde incidente.

Lorsque l'incidence croît de $i=0$ à $i=90$, a augmente depuis $\frac{n-1}{n+1}$ jusqu'à 1, et l'intensité de la lumière réfléchie depuis $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ jusqu'à l'unité. Celle de la lumière réfractée décroît continuellement depuis $\frac{4n}{(n+1)^2}$ jusqu'à zéro.

On peut vérifier la formule au moyen des mesures photométriques. C'est la marche qu'a suivie Arago. Mais puisque la lumière et la chaleur ne sont que des manifestations d'un même mouvement, on peut tout aussi bien contrôler la théorie par la mesure, au moyen de la pile de Melloni, des quantités de chaleur réfléchie par le verre; c'est ce qu'ont fait MM. de la Provostaye et Desains, et leurs mesures sont conformes aux formules précédentes.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Pour distinguer ce cas du précédent, désignons par a' et b' les coefficients de réflexion et de réfraction : il faut résoudre les équations

$$(1)\qquad 1-a'^2=b'^2\frac{\sin i\cos r}{\sin r\cos i},$$

$$(3)\qquad (1+a')\cos i=b'\cos r.$$

En divisant la première par le carré de la seconde,

$$\frac{1-a'}{1+a'}=\frac{\sin i\cos i}{\sin r\cos r},$$

$$a'=-\frac{\sin i\cos i-\sin r\cos r}{\sin i\cos i+\sin r\cos r}=\frac{\sqrt{n^2-\sin^2 i}-n^2\cos i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}+n^2\cos i},$$

$$(6)\qquad a'=-\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)},$$

$$(7)\qquad b'=\frac{2\sin r\cos r}{\sin i\cos i}.$$

La quantité de lumière réfléchie est exprimée par a'^2. Pour

$i = 0°$, elle est $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, égale à celle qui se réfléchit normalement quand elle est polarisée dans le plan d'incidence. A mesure que i augmente, a'^2 diminue. Quand $i + r = 90°$, elle devient nulle. Elle augmente ensuite jusqu'à l'unité pour $i = 90$. La quantité de lumière réfractée est complémentaire.

Angle de polarisation. — Il y a donc une incidence remarquable I pour laquelle la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence ne se réfléchit pas et se transmet totalement; c'est l'incidence de polarisation. Pour le verre, elle est sensiblement égale à 54° 35′. En général, elle est déterminée par la condition

$$I + R = 90°.$$

Fig. 851.

Soient SA (*fig.* 851) le rayon incident, AB et AC les rayons réfléchi et réfracté. Les angles I et R sont égaux à EAB et à CAF, et puisque leur somme est égale à 90 degrés, il faut que BAC soit un angle droit. Donc « l'incidence de polarisation est celle pour laquelle le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté. »

I et R étant complémentaires, sin R est égal à cos I. Donc

$$\frac{\sin I}{\sin R} = \frac{\sin I}{\cos I} = \operatorname{tang} I,$$

$$\operatorname{tang} I = n.$$

L'angle de polarisation est donc celui « dont la tangente est égale à l'indice de réfraction. » Avant les travaux de Fresnel, cette loi avait été découverte expérimentalement par le docteur Brewster, et elle porte son nom.

Lumière polarisée dans un azimut A. — Supposons que la surface réfléchissante soit verticale (*fig.* 852), que le plan d'incidence soit représenté par la ligne horizontale Ox, que le rayon incident se projette en O et que son plan de polarisation OM fasse un angle A avec Ox. La vibration incidente sera

dirigée suivant OP; elle pourra se décomposer en deux autres

$$OD = x = \sin A, \quad OC = y = \cos A.$$

En se réfléchissant elles deviendront

$$OD' = x' = a' \sin A, \quad OC' = y' = a \cos A;$$

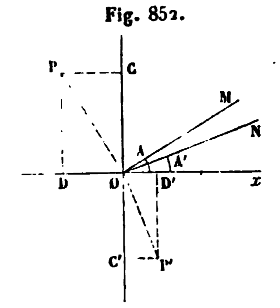
elles auront la même phase et seront les composantes d'une vibration unique OP' faisant avec l'axe des y un angle A'; la tangente de A' sera égale au rapport de x' à y':

$$\tang A' = \frac{a' \sin A}{a \cos A} = \tang A \frac{\dfrac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}}{\dfrac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}},$$

(8) $$\tang A' = \tang A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

$\dfrac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$ est une quantité égale à l'unité pour $i = 0$, décroissante quand i augmente, nulle si $i + r = 90°$, négative et croissante ensuite jusqu'à l'unité pour des valeurs de i qui augmentent jusqu'à 90 degrés. Il en résulte que le plan de polarisation de la lumière réfléchie doit être confondu avec celui du rayon incident pour la réflexion normale, se rapprocher ensuite du plan d'incidence et se confondre avec lui sous l'angle de polarisation, s'en écarter de l'autre côté jusqu'à prendre une valeur égale et contraire à A pour $i = 90°$.

Fig. 852.



Or, Brewster avait découvert par l'expérience, antérieurement aux travaux de Fresnel, la loi des valeurs de A' et l'avait exprimée par la formule

$$\tang A' = -\tang A \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},$$

qui est numériquement égale à celle de Fresnel, mais qui en diffère par le signe.

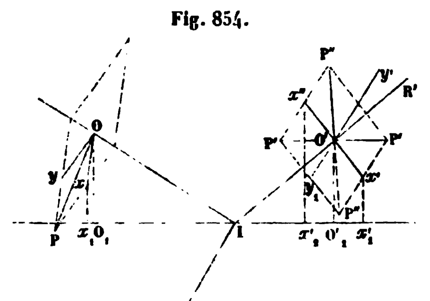
Cette contradiction vient de ce que nous n'avons pas tenu compte du changement de direction du rayon réfléchi.

Considérons d'abord le cas de l'incidence normale; supposons que le rayon incident vienne en O (*fig.* 853) vers l'observateur placé en avant de la figure et la regardant, la vibration se fera suivant le plan OP dans le quadrant yOx' vers la gauche de Oy. Par la réflexion, les deux vibrations OC, OD s'affaiblissent dans un même rapport, changent de signe, et deviennent OC', OD'. La vibration résultante OP' est sur le prolongement de OP, et les deux plans de polarisation doivent être en réalité confondus comme le veut la formule. Mais le rayon change de direction par la réflexion. Il en résulte que pour le recevoir dans l'œil, l'observateur est obligé de se placer derrière le tableau en se retournant. Alors la vibration OP lui paraît être à la droite de Oy au lieu d'être à la gauche de cet axe; A se change en — A, mais c'est le changement de position de l'observateur qui cause ce changement de signe.

Fig. 853.

En général, soient OI un rayon incident quelconque (*fig.* 854), OP la vibration qu'on décompose en Oy parallèle à la surface réfléchissante et perpendiculaire au plan d'incidence, et en Ox située dans ce plan. Pour l'observateur placé en I, OP est à gauche de Oy: O_1x_1 est la projection de Ox sur la surface réfléchissante.

Fig. 854.



Le rayon se réfléchit en IO', et l'observateur est placé en R'; la vibration y change de signe, et devient y'. Quant à la composante x il peut arriver trois cas.

1° Si l'incidence est plus petite que celle de polarisation, la projection O_1x_1 parallèle à la surface change de signe par la réflexion et devient $O'_1x'_1$. $O'x'$ est la vibration dans le plan

d'incidence, et la résultante de y' et de x', OP', est à droite de Oy' ; l'azimut de polarisation A' a donc un signe contraire à A.

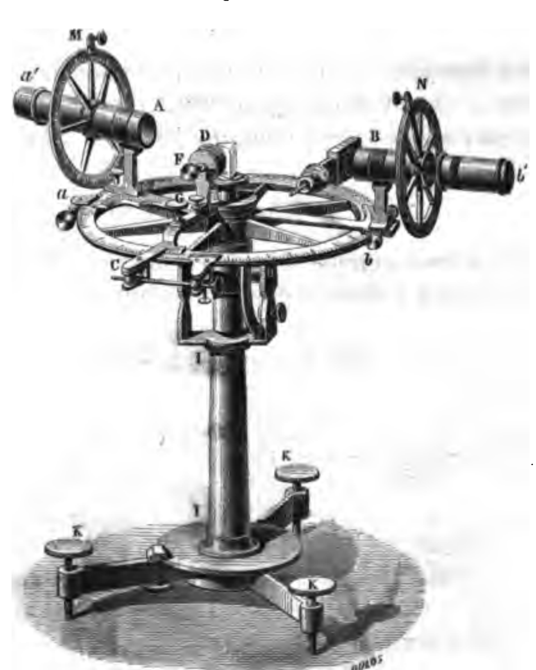
2° Sous l'angle de polarisation, $O'_1 x'_1$ est nulle ainsi que $O'x'$, $O'y'$ est la vibration réfléchie, le plan de polarisation est confondu avec le plan d'incidence.

3° Pour une incidence supérieure à I, la projection $O'_1 x'_1$ est de même signe que $O_1 x_1$; la vibration $O'x'$ s'est changée en $O'x''$, et la résultante O'P'' de $O'x''$ et de $O'y'$ est à droite de Oy' ; A' a le même signe que A.

On voit que les changements de position de l'observateur expliquent la contradiction de signe entre la formule qui résume l'expérience et celle de Fresnel.

Pour observer l'azimut A' du plan de polarisation du rayon

Fig. 855.



réfléchi, et en général pour toutes les expériences de ré-

flexion et de réfraction, j'ai fait construire le cercle représenté *fig.* 677, *Pl. III*, et qui a été décrit p. 349; seulement on place en a'' le tube **M** (*fig.* 678) qui porte un cercle azimutal sur lequel tourne un prisme de Nicol. La lumière partant de a', rendue parallèle par la lentille qui est en a'', se polarise ensuite dans un azimut A qu'on fait varier à volonté. Après avoir été réfléchie, elle est reçue dans l'appareil N (*fig.* 678) qui contient d'abord un second nicol mobile autour de l'axe pour mesurer l'azimut A' du plan de polarisation après la réflexion, et ensuite une lunette qui vise à l'infini et donne l'image nette de l'ouverture a'. La substance réfléchissante est en D; on la fait affleurer au centre en élevant son support dans la coulisse H, et on règle son plan par les vis *ee*, de telle sorte qu'en la faisant tourner autour d'un axe F parallèle au cercle, on ne déplace pas l'image réfléchie.

La *fig.* 855 montre l'appareil complet.

RAYON RÉFRACTÉ. — La réfraction produit des phénomènes analogues. Soient toujours (*fig.* 852) $x = \sin A$, $y = \cos A$, les deux composantes de la vibration incidente. En se réfractant elles deviennent

$$x' = b' \sin A, \quad y' = b \cos A,$$

et sont les deux composantes horizontales et verticales d'une vibration unique polarisée dans un azimut A''; on a

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{x'}{y'} = \frac{b'}{b} \operatorname{tang} A.$$

$$\frac{\operatorname{tang}^2 A''}{\operatorname{tang}^2 A} = \frac{1 - a'^2}{1 - a^2} = \frac{1 - \dfrac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}}{1 - \dfrac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}}$$

$$= \frac{\sin^2(i+r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} \left[\frac{\operatorname{tang}^2(i+r) - \operatorname{tang}^2(i-r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)} \right]$$

$$= \frac{1}{\cos^2(i-r)} \frac{\sin^2(i+r)\cos^2(i-r) - \sin^2(i-r)\cos^2(i+r)}{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)},$$

et enfin

$$\operatorname{tang} A'' = \frac{\operatorname{tang} A}{\cos(i-r)}.$$

Si la plaque est à faces parallèles, le rayon polarisé dans l'azimut A'' rencontre la deuxième surface et sort de la plaque dans un azimut A_1 donné par la relation

$$\operatorname{tang} A_1 = \frac{\operatorname{tang} A''}{\cos(r-i)},$$

ou

$$(9) \qquad \operatorname{tang} A_1 = \frac{\operatorname{tang} A}{\cos^2(i-r)}.$$

Comme les précédentes, cette formule a été découverte expérimentalement par le docteur Brewster. Elle se vérifie au moyen du même appareil.

Réflexion de la lumière naturelle. — Un rayon de lumière naturelle peut se décomposer en deux autres qui sont indépendants, dont l'intensité est égale à $\frac{1}{2}$ et qui sont polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence. Chacun d'eux se réfléchit suivant les formules précédentes, et leurs intensités s'ajoutent; on a donc, pour la quantité totale de lumière réfléchie,

$$(10) \qquad L = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right].$$

Les deux termes du deuxième membre représentent l'intensité des faisceaux polarisés dans le plan d'incidence ou perpendiculairement. Si tous deux étaient égaux, ils reproduiraient de la lumière naturelle; mais le second étant plus faible, excepté sous les incidences rasante et normale, il y a un excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence.

Quand $i+r$ sera égal à 90 degrés, le terme $\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$ sera nul et le faisceau réfléchi entièrement polarisé dans le plan d'incidence. C'est pour cette raison qu'on a nommé *angle de polarisation* l'incidence I qui satisfait à la relation

$$I + R = 90°.$$

Au moyen du cercle divisé que nous avons décrit, on pourra mesurer l'angle de polarisation en cherchant l'incidence qui satisfait à l'une des trois conditions suivantes : 1° de polariser complétement la lumière naturelle incidente; 2° d'éteindre totalement un rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; 3° de faire coïncider avec ce plan d'incidence celui de la polarisation du rayon réfléchi, quel que soit l'azimut A de la lumière incidente.

On peut vérifier toutes les formules au moyen de l'appareil représenté au n° 7 du banc d'optique (*Pl. II*). δ est une simple glace de verre. Un faisceau $\varepsilon\delta$ se réfléchit dans l'axe mn; on peut l'analyser avec un nicol placé en n, et on trouve qu'il est polarisé pour une incidence $i = 54°, 35$. On peut faire tomber un faisceau $\alpha\beta$ sur une première glace métallique β qui ne le polarise pas, puis sur une seconde γ parallèle à β, qui est en verre noirci, et qui fait un angle de $54°, 35$ avec l'axe XX. Elle réfléchit et polarise la lumière qui est ensuite reçue sur la glace δ où elle est réfléchie une seconde fois en quantité donnée par la formule suivante, où A est l'angle des deux plans :

$$R = \frac{\text{tang}^2(i-r)}{\text{tang}^2(i+r)}\sin^2 A + \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos A,$$

et si l'incidence est telle que $i + r = 90°$,

$$R = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos A,$$

quantité qui est maximum lorsque $A = 0$, et nulle si $A = 90$.

RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE NATURELLE. — Si le faisceau incident est égal à l'unité, on pourra le décomposer comme précédemment en deux autres égaux à $\frac{1}{2}$, polarisés dans les azimuts zéro et 90 degrés qui donneront, par la réfraction, un faisceau total

$$(11) \quad T = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right] + \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\text{tang}^2(i-r)}{\text{tang}^2(i+r)}\right].$$

Le premier terme exprime la lumière polarisée dans le plan d'incidence; il est plus petit que le second qui exprime la lumière polarisée perpendiculairement. Donc, par une seule réfraction, la lumière est partiellement polarisée dans ce plan perpendiculaire au plan d'incidence.

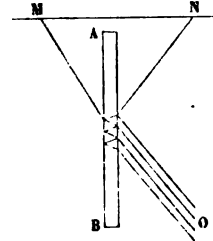
La formule précédente s'écrit

$$T = 1 - \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\text{tang}^2(i-r)}{\text{tang}^2(i+r)}\right] = 1 - R.$$

Les rayons réfléchi et réfracté sont donc complémentaires, et l'excès de lumière polarisée dans le plan d'incidence par réflexion est égal à l'excès de lumière polarisée perpendiculairement par réfraction. Cette loi a été découverte par Arago; elle s'étend à un nombre quelconque de réflexions et de réfractions. On la vérifie de la manière suivante.

On fixe une glace AB (*fig.* 856) devant une feuille de papier MN, uniformément éclairée, de manière que l'œil placé en O reçoive à la fois la lumière réfléchie venant de N et la lumière réfractée venant de M. Toutes deux sont polarisées partiellement quand elles sont séparées; elles reproduisent de la lumière naturelle en se superposant.

Fig. 856.



Aucune des deux parenthèses qui composent la valeur de T dans l'équation (11) ne peut devenir nulle; il n'y a donc pas d'incidence de polarisation totale par réfraction. Mais la différence de ces quantités est maxima pour $I + R = 90°$; l'incidence I est donc celle de polarisation maxima. Si on prend une glace à faces parallèles, la proportion de lumière polarisée est doublée, et si on a n glaces, elle est $2n$ fois plus grande. En traversant sous l'incidence de 54 degrés une pile formée de dix plaques de verre mince, un faisceau de lumière naturelle est sensiblement polarisé perpendiculairement au plan d'incidence; la *fig.* 675 *bis*, *Pl. II*, montre un appareil de ce genre.

Nous résumons tous ces résultats dans le tableau suivant :

1° *Lumière polarisée dans le plan d'incidence.*

Amplitudes du rayon:
- réfléchi.... $-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$,
- réfracté.... $+\frac{2\sin r\cos i}{\sin(i+r)}$.

Quantités de lumière:
- réfléchie..... $\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$,
- réfractée.... $1-\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$.

2° *Lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence.*

Amplitudes du rayon:
- réfléchi.... $-\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}$,
- réfracté.... $+\frac{2\sin r\cos r}{\sin i\cos i-\sin r\cos r}$.

Quantités de lumière:
- réfléchie.... $\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$,
- réfractée.... $1-\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$.

3° *Lumière polarisée dans l'azimut* A.

Quantité de lumière:
- réfléchie.. $R=\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\cos^2 A+\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\sin^2 A$,
- réfractée.. $T=\left[1-\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right]\cos^2 A+\left[1-\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right]\sin^2 A$.

Nouvel azimut de polarisation du rayon:
- réfléchi.... $\operatorname{tang}A'=\operatorname{tang}A\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$,
- réfracté.... $\cot A''=\cot A\cos(i-r)$.

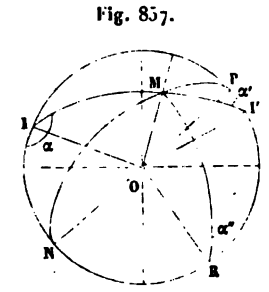
4° *Lumiere naturelle.*

Quantité de lumière:
- réfléchie. $\frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}+\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right]$,
- réfractée. $\frac{1}{2}\left[1-\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\right]+\frac{1}{2}\left[1-\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right]$.

Lumière polarisée par:
- réflexion.... $\frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\frac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right]$,
- réfraction... $\frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left[1-\frac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right]$.

Soient IO, OI′ et OR (*fig.* 857) les rayons incident, réfléchi et réfracté; décrivons une sphère du point O comme centre. Menons suivant IO le plan IOM qui contient les vibrations incidentes, et un autre plan NMP normal au rayon réfracté OR. M. Cornu a démontré que OMI′ et OMR contiennent les vibrations des rayons réfléchi et réfracté.

Fig. 857.



Soient α, α', α'' les angles que les trois plans OMI, OMI′, OMR font avec le plan d'incidence; on a

$$\operatorname{tang} MOP = \operatorname{tang}\alpha \sin IOP = \operatorname{tang}\alpha' \sin I'OP = \operatorname{tang}\alpha'' \sin ROP;$$

on a, d'autre part,

$$ROP = 90^\circ,\quad IOP = 360 - IOR - ROP = 90 + i - r,$$
$$I'OP = 90 - ROI' = i + r - 90;$$

et, en remplaçant, on trouve

$$\operatorname{tang} MOP = \operatorname{tang}\alpha \cos(i-r) = \operatorname{tang}\alpha' \cos(i+r) = \operatorname{tang}\alpha'',$$

ou

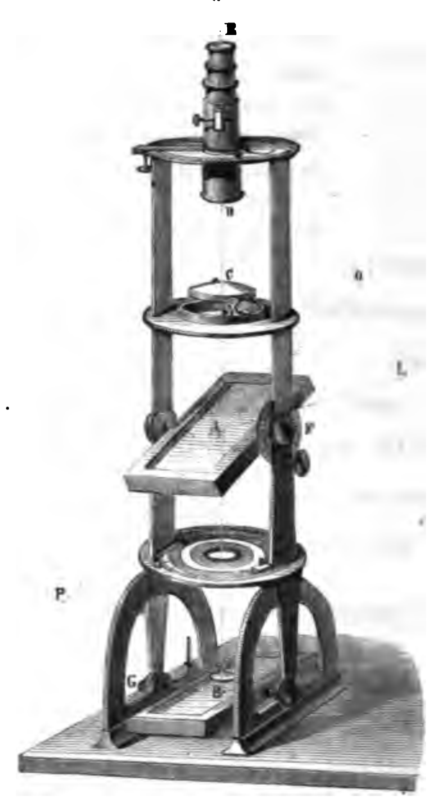
$$\operatorname{tang}\alpha'' = \operatorname{tang}\alpha \cos(i-r),$$
$$\operatorname{tang}\alpha' = \operatorname{tang}\alpha \frac{\cos(i-r)}{\cos(i+r)};$$

donc α, α' et α'' sont complémentaires des angles que font avec le plan d'incidence les plans de polarisation des trois rayons; par conséquent les trois plans IOM, I′OM, ROM sont les plans qui contiennent les vibrations; ils se coupent suivant une même droite OM.

APPAREIL DE NORREMBERG. — L'appareil suivant (*fig.* 858) peut servir à répéter presque toutes les expériences de polarisation. Un rayon de lumière LA tombe sur une glace A qui fait avec la verticale un angle de 54°,35; il se réfléchit suivant AB′, rencontre une glace métallique B′, revient suivant B′A, traverse la lame A, et continue son chemin jusqu'en E. En E est un analyseur. Sur le trajet de la lumière polarisée en C, on

peut mettre des lames minces cristallisées ou des quartz. Si on les dispose entre A et B', ils sont traversés deux fois par

Fig. 858.



la lumière polarisée; la différence de marche des rayons interférents est doublée pour les lames cristallisées; la rotation des plans de polarisation est détruite pour les quartz. Si l'on met des lentilles dans le trajet, on peut faire les expériences qui exigent l'emploi de la lumière divergente.

RÉFLEXION TOTALE.

Les formules de Fresnel sont générales; on vient de les vérifier pour le cas où l'indice du second milieu est plus grand

que l'unité; elles s'appliquent également aux réflexions intérieures, tant que l'incidence ne dépasse pas l'angle limite; mais au delà elles deviennent imaginaires. Considérons d'abord le cas où la lumière est polarisée dans le plan d'incidence; on a

$$u = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = \frac{-\sin i \cos r + \sin r \cos i}{\sin i \cos r + \sin r \cos i}$$

$$= \frac{n \sin i \cos i - \sin i \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n \sin i \cos i + \sin i \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}$$

$$= \frac{n^2\sin^2 i \cos^2 i + \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i) - 2n\sin^2 i \cos i \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n^2\sin^2 i\cos^2 i - \sin^2 i(1-n^2\sin^2 i)}$$

$$= \frac{n^2+1-2n^2\sin^2 i}{n^2-1} - \frac{2n\cos i}{n^2-1}\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}\sqrt{-1}$$

$$= \mathrm{P} + \mathrm{Q}\sqrt{-1}.$$

En présence de ce résultat, Fresnel fait le raisonnement suivant auquel nous ne changerons rien.

Puisque cette vitesse u est imaginaire, il faut que l'une des deux équations (1) et (2) qui ont servi à la calculer soit inexacte. Ce ne peut être l'équation des forces vives; il faut que ce soit la seconde $1 + a = b$. Or, celle-ci a été établie en supposant que la phase des rayons incident et réfléchi est la même à la surface de séparation; c'est probablement cette hypothèse qui est fausse, et l'analyse ne pouvant abandonner dans ses réponses les conditions qui lui ont servi de fondement nous avertit qu'il faut les changer. Reprenons donc le problème en admettant qu'il y ait entre v et u une différence de phase φ et qu'on ait

$$v = \sin 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}, \quad u = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{\mathrm{T}} + \varphi\right),$$

$$u = a\cos 2\pi\varphi \sin 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}} + a\sin 2\pi\varphi\cos 2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}.$$

u pourra être considéré comme étant la somme de deux vibrations différant de $\frac{\pi}{2}$; son intensité A^2 devra être égale à la somme des intensités de ces deux vibrations,

$$\mathrm{A}^2 = a^2\cos^2 2\pi\varphi + a^2\sin^2 2\pi\varphi.$$

D'un autre côté, dans la solution précédente, la valeur trouvée pour u était de la forme $P+Q\sqrt{-1}$. Or, on sait qu'en mathématiques on interprète de la manière suivante cette forme imaginaire : on construit un triangle rectangle dont les deux côtés sont P et Q, et l'hypoténuse, qui est $\sqrt{P^2+Q^2}$, représente la valeur qu'on aurait obtenue si on avait corrigé dans le problème la condition erronée qui a amené la forme imaginaire.

Faisant l'application de cette théorie au cas qui nous occupe, Fresnel admet que $\sqrt{P^2+Q^2}$ serait l'amplitude de la vitesse v et P^2+Q^2 son intensité. Comme, d'autre part, nous venons de la représenter par

$$a^2\cos^2 2\pi\varphi + a^2\sin^2 2\pi\varphi$$

et que $a\cos 2\pi\varphi$ et $a\sin 2\pi\varphi$ sont les côtés d'un triangle rectangle, on est amené à poser

$$a\cos 2\pi\varphi = P = \frac{n^2+1-2n^2\sin^2 i}{n^2-1},$$

$$a\sin 2\pi\varphi = Q = -\frac{2n\cos i}{n^2-1}\sqrt{n^2\sin^2 i-1}.$$

En faisant la somme des carrés on aura l'intensité de la lumière réfléchie,

$$A^2 = \frac{(n^2+1-2n^2\sin^2 i)^2+4n^2\cos^2 i(n^2\sin^2 i-1)}{(n^2-1)^2}$$
$$= \frac{(n^2+1)^2-4n^2}{(n^2-1)^2} = 1\,;$$

par conséquent la réflexion est totale.

On obtient, en second lieu, pour le changement de phase,

$$\tan 2\pi\varphi = \frac{Q}{P} = -\frac{2n\cos i\sqrt{n^2\sin^2 i-1}}{n^2+1-2n^2\sin^2 i}.$$

Dans le cas où la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, on répète absolument les mêmes raisonnements; il n'y a qu'à remplacer la vitesse v par w et l'on obtient, toutes réductions faites, 1° une intensité encore égale à

l'unité, 2° un changement de phase φ' donné par la formule

$$\operatorname{tang} 2\pi\varphi' = -\frac{2n\cos i\sqrt{n^2\sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - (n^4 + 1)\sin^2 i}.$$

Quand la lumière sera polarisée dans un azimut quelconque A, on la décomposera en deux faisceaux $\cos^2 A$ et $\sin^2 A$, polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire. Ils se réfléchiront totalement et prendront une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$ qu'on calcule aisément puisqu'on connaît $2\pi\varphi$ et $2\pi\varphi'$. On trouve

$$\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{1 - (n^2 + 1)\sin^2 i + 2n^2\sin^4 i}{(n^2 + 1)\sin^2 i - 1}.$$

En résumé, Fresnel a cherché à interpréter les formules dans un cas où elles n'étaient point applicables; il y est parvenu d'une manière très-conjecturale. Il est arrivé à cette conclusion que la lumière est réfléchie totalement quel que soit son plan de polarisation; qu'elle est polarisée elliptiquement, et que ses deux composantes ont une différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$. C'est ce qu'il faut chercher à vérifier.

Vérifications. — Sous l'incidence limite $i = \frac{1}{n}$, $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$ est égal à l'unité, et la différence de marche $2\pi(\varphi - \varphi')$ est nulle. Elle augmente ensuite avec i, atteint un maximum, puis décroît de nouveau jusqu'à l'incidence 90 degrés, pour laquelle $\sin i = 1$ et $\cos 2\pi(\varphi - \varphi') = 1$. Pour trouver ce maximum il faut chercher le minimum de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, c'est-à-dire égaler à zéro la dérivée de $\cos 2\pi(\varphi - \varphi')$, ce qui conduit à l'expression

$$(n^2 + 1)\sin^2 i - 2 = 0, \quad \sin^2 i = \frac{2}{n^2 + 1}.$$

Si l'on emploie du verre de Saint-Gobain pour lequel $n = \frac{3}{2}$,

$$\sin^2 i = \frac{8}{13}, \quad i = 55°, \quad \text{et} \quad \cos 2\pi(\varphi - \varphi') = \frac{119}{16}.$$

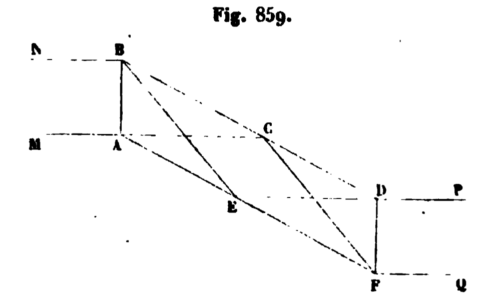
Cette valeur est un peu plus petite que $\sqrt{\frac{1}{2}}$; c'est-à-dire que

la différence de phase maximun atteint à peu près 45 degrés et la différence de marche $\frac{\lambda}{8}$ est un peu supérieure à un huitième de longueur d'onde sous une incidence de 55 degrés.

Si donc on fait réfléchir deux fois le rayon incident sous cet angle, la différence de phase des deux vibrations composantes sera sensiblement égale à 90 degrés ou la différence de marche à un quart d'onde. La lumière sera polarisée elliptiquement, et l'un des axes de l'ellipse sera dans le plan d'incidence. Si, de plus, le rayon incident est polarisé dans un azimut de 45 degrés, les axes de l'ellipse seront égaux et le rayon réfléchi polarisé circulairement. Telle est la conséquence qu'on va vérifier.

Fresnel a construit des parallélipipèdes de verre ABDF (*fig.* 859) dont les dimensions sont telles, qu'un faisceau de

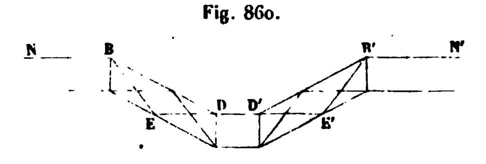
Fig. 859.



rayons parallèles MNAB, polarisé à 45 degrés, qui tombe normalement sur AB, se réfléchit une première fois intérieurement en BC, sous l'angle de 55 degrés, puis une seconde fois en EF, et sort normalement en DF, après avoir repris sa direction primitive. L'expérience montre : 1° qu'il est dépolarisé et donne deux images égales dans un analyseur dirigé d'une manière quelconque ; 2° si on interpose en DPFQ un mica d'un quart d'onde dans une direction quelconque, le faisceau redevient polarisé à 45 degrés de la section principale de ce mica ; 3° enfin, si à la suite du parallélipipède ABFD on en place un second qui double le nombre des réflexions (*fig.* 860), la différence de marche est doublée ; elle est égale à $\frac{\lambda}{2}$, le rayon est

ramené à la polarisation plane, et le plan de polarisation a

Fig. 860.



tourné de 180 degrés. Ces vérifications ne laissent rien à désirer. Depuis cette époque j'ai mesuré moi-même la différence de phase $2\pi(\varphi - \varphi')$ pour toutes les incidences et justifié complétement la formule de Fresnel.

Réflexion sur les métaux. — Malus avait reconnu que la réflexion sur les métaux se fait suivant d'autres lois qu'à la surface des corps transparents.

Brewster, Biot, Neumann, de Senarmont et moi-même avons expérimentalement étudié cette question; elle a été traitée théoriquement par Mac Cullagh et Cauchy. Je m'occuperai surtout des résultats de l'expérience.

Tout rayon polarisé dans le plan d'incidence ou perpendiculairement reste, après la réflexion, polarisé dans le même plan. Dans le premier cas, la proportion de lumière réfléchie croît depuis la réflexion normale jusqu'à l'incidence rasante où elle devient égale à un; dans le second, elle diminue d'abord et atteint un minimum sous une incidence déterminée I, après quoi elle augmente jusqu'à la réflexion rasante où elle est encore égale à l'unité. Ce minimum est peu prononcé pour l'argent, il est beaucoup plus accentué pour l'acier; pour certains oxydes métalliques il est voisin de zéro.

Il résulte de là que la lumière naturelle qui peut être décomposée en deux faisceaux égaux, polarisés dans les plans principaux, restera composée, après la réflexion, de deux rayons polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire, le premier plus intense que le second, et leur superposition donnera une lumière partiellement polarisée dans le plan d'incidence, surtout sous l'angle I. A cause de cela I se nomme l'angle de polarisation maximum ou simplement de polarisation.

Pour mesurer les proportions A^2 et A'^2 de lumière réfléchie,

quand elle est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire, j'ai formé un miroir plan, mi-parti de verre et du métal que je voulais étudier; je l'ai placé au centre de mon appareil de réflexion; j'ai polarisé la lumière incidente à 45 degrés et j'ai reçu sur un analyseur biréfringent la double image donnée par le métal et le verre. Si α est l'azimut de l'analyseur, les images ordinaires et extraordinaires données par le verre et par le métal sont

$$\text{O}\begin{cases} a^2\cos^2\alpha, \\ \text{A}^2\cos^2\alpha; \end{cases} \qquad \text{E}\begin{cases} a'^2\sin^2\alpha, \\ \text{A}'^2\sin^2\alpha. \end{cases}$$

Il y a deux valeurs α_1 et α_2 de α, pour lesquelles les images de nom contraire réfléchies par les deux substances sont égales : on mesure ces valeurs et on obtient

$$a^2\cos^2\alpha_1 = \text{A}'^2\sin^2\alpha_1, \quad \text{A}'^2 = \frac{a^2}{\tan^2\alpha_1} = \frac{\sin^2(i-r)}{\tan^2\alpha_1\sin^2(i+r)},$$

$$\text{A}^2\cos^2\alpha_2 = a'^2\sin^2\alpha_2, \quad \text{A}^2 = a'^2\tan^2\alpha_2 = \frac{\tan^2\alpha_2\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}.$$

Je citerai les nombres obtenus pour l'acier : le minimum de A'^2 se trouve pour l'incidence $\text{I} = 76°$.

ACIER.

INCIDENCES.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS DE LA LUMIÈRE RÉFLÉCHIE			
	polarisée dans le plan d'incidence : A		polarisée perpendiculairement au plan d'incidence : A'	
	observée.	calculée.	observée.	calculée.
85	0,951	0,977	0,719	0,709
80	0,945	0,954	0,547	0,583
75	0,946	0,932	0,566	0,563
70	0,915	0,910	0,545	0,569
60	0,897	0,874	0,630	0,630
50	0,828	0,842	0,666	0,681
40	0,780	0,815	0,688	0,717
30	0,790	0,795	0,760	0,742
20	0,780	0,781	0,770	0,758

DIFFÉRENCE DE MARCHE. — On vient de voir que les métaux polarisent la lumière incomplétement. Ils diffèrent des miroirs transparents par un caractère encore plus remarquable. Ils décomposent une vibration plane en deux rayons polarisés parallèlement et perpendiculairement au plan d'incidence, inégaux en intensité et différents dans leur phase, de sorte que la lumière réfléchie est polarisée elliptiquement.

Polarisons la lumière incidente dans un azimut α, plaçons le compensateur décrit p. 639 dans le trajet du rayon incident, dirigeons son axe parallèlement au plan d'incidence, mettons le micromètre au zéro et tournons la section principale de l'analyseur dans le plan de polarisation du rayon incident. Nous verrons dans le rayon extraordinaire une frange centrale noire, entre les deux fils qui servent à faire la visée. Dans cet espace les deux prismes du compensateur détruisent exactement leur effet, la lumière y a conservé sa polarisation plane; partout ailleurs elle est devenue elliptique. Cela fait, recevons le rayon incident sur une surface métallique.

Sous l'incidence normale, le rayon réfléchi sera polarisé rectilignement dans un azimut $-\alpha$. Ce changement de signe vient, comme nous l'avons expliqué, de ce que le rayon revient sur ses pas, de ce que l'observateur s'est retourné et de ce que sa droite s'est placée du côté où était primitivement sa gauche. La frange centrale noire se voit donc au zéro de l'appareil dans l'image extraordinaire, lorsque l'azimut de l'analyseur est $-\alpha$.

Quand l'incidence augmente, la frange centrale se déplace peu à peu. Cela veut dire que les deux rayons principaux prennent une différence de marche; qu'elle est détruite par une certaine épaisseur de quartz; qu'aux points où cette épaisseur existe, la polarisation plane est rétablie, et la lumière est éteinte dans l'image extraordinaire quand la section principale de l'analyseur est dans le plan de cette polarisation rétablie. Or, comme les amplitudes $A\cos\alpha$ et $A'\sin\alpha$ des rayons réfléchis ne sont point changées par le compensateur, l'azimut β de la polarisation rétablie est donné par la formule

$$\tang\beta = \frac{A'}{A}\tang\alpha.$$

Le sens du déplacement de la frange indique que le rayon

polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement. Cette avance est nulle sous l'incidence normale; elle croît avec l'inclinaison, devient égale à $\frac{\lambda}{4}$ sous l'angle de polarisation I et à $\frac{\lambda}{2}$ pour la réflexion rasante. Le compensateur permet de mesurer cette différence de marche Δ : il suffit, comme on l'a expliqué p. 639, de faire jouer le micromètre d'une quantité p jusqu'à ramener la frange sous le fil central. Si L est le déplacement quand la différence de marche est λ, Δ est égale à $\frac{p\lambda}{L}$. Voici le tableau des différences de marche que j'ai trouvées pour l'acier poli :

ACIER.

$$I = 76, \quad \varepsilon = 57^\circ 53'.$$

INCIDENCES.	DIFFÉRENCES DE MARCHE EN FONCTION DE $\frac{\lambda}{2}$	
	observées.	calculées.
84°,00'	0,800	0,796
83,20	0,750	0,753
80,46	0,666	0,641
79,00	0,600	0,596
76,00	0,500	0,500
73,00	0,400	0,392
68,16	0,333	0,320
61,39	0,222	0,226
51,00	0,143	0,133
45,27	0,100	0,100
38,59	0,071	0,071

Puisque la différence de marche est égale à un quart d'onde sous l'incidence I, la lumière réfléchie sera polarisée circulairement, si les deux rayons composants sont égaux. Ils le seront si on a polarisé la lumière incidente dans un azimut α tel que l'on ait

$$A \cos\alpha = A' \sin\alpha.$$

On y arrive par tâtonnement. Alors on reconnaît, en analysant la lumière réfléchie, qu'elle donne deux images égales;

qu'elle repasse à la polarisation rectiligne en traversant un quart d'onde, et, par le sens de la polarisation rétablie, que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance.

Réflexions multiples. — Brewster a fait le premier une expérience très-curieuse qui consiste à faire réfléchir plusieurs fois la lumière polarisée entre deux miroirs métalliques parallèles. En général, le rayon est dépolarisé; mais pour certaines incidences, la polarisation est rétablie dans des azimuts déterminés qui sont alternativement positifs et négatifs. Après 2, 3, 4,..., n réflexions, il y a 1, 2, 3,..., $n-1$ incidences de polarisation rétablie. Neumann a expliqué ce fait comme il suit. Après une réflexion sous des incidences progressivement croissantes i_1, i_2,..., la différence de marche prend les $n-1$, valeurs croissantes

$$\frac{\lambda}{2n},\quad \frac{2\lambda}{2n},\quad \frac{3\lambda}{2n},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

Après n réflexions cette différence de marche est multipliée par n; elle devient, sous les mêmes incidences, égale à des multiples entiers de demi-longueur d'onde qui sont

$$\frac{\lambda}{2},\quad \frac{2\lambda}{2},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2};$$

par conséquent, la polarisation est rétablie.

Réciproquement, si on détermine les diverses incidences de polarisation rétablie, i_1, i_2,..., la différence de marche, après une seule réflexion, sera, pour chacune d'elles, égale à

$$\frac{\lambda}{2n},\quad \frac{2\lambda}{2n},\ldots,\quad \frac{(n-1)\lambda}{2n}.$$

C'est ainsi qu'ont été trouvées les différences de marche du tableau précédent. D'un autre côté, on pourra mesurer l'azimut β_n de la polarisation et en déduire le rapport des intensités. En effet, pour une réflexion, les amplitudes réfléchies sont $A'\sin\alpha$, $A\cos\alpha$; pour deux, elles deviennent $A'^2\sin\alpha$, $A^2\cos\alpha$, et ainsi de suite jusqu'à n réflexions; l'azimut de polarisation rétablie serait alors

$$\operatorname{tang}\beta_n = \pm\left(\frac{A'}{A}\right)^n \operatorname{tang}\alpha.$$



Si on a mesuré β_n, on calculera $\frac{A'}{A}$. Le signe $\pm$ correspond aux cas où la différence de marche totale est égale à un multiple pair ou impair de $\frac{\lambda}{2}$.

FORMULES DE CAUCHY. — Ce que nous venons de dire suffit pour faire connaître le sens et l'explication générale des phénomènes de la réflexion métallique. Pour les calculer numériquement il faut admettre certaines hypothèses sur la constitution de l'éther dans les milieux. Nous n'aborderons pas ce point compliqué, et nous nous contenterons de résumer les formules de Cauchy. A et A' sont données par les relations suivantes :

$$A = \text{tang}(\varphi - 45), \quad A' = \text{tang}(\chi - 45).$$

φ et χ se calculent par les équations

$$(1) \quad \begin{cases} \cot\varphi = \cos(2\varepsilon - u)\sin\left(2\,\text{arc tang}\,\frac{U}{\theta^2\cos i}\right), \\ \cot\chi = \cos u \sin\left(2\,\text{arc tang}\,\frac{\cos i}{U}\right). \end{cases}$$

θ et ε sont deux constantes, U et u deux variables qu'on trouve par les relations

$$(2) \quad \begin{cases} \cot(2u - \varepsilon) = \cot\varepsilon\cos\left(2\,\text{arc tang}\,\frac{\sin i}{\theta}\right), \\ \theta^2\sin^2\varepsilon = U^2\sin 2u. \end{cases}$$

Enfin, les constantes θ et ε se déterminent comme il suit. Sous l'angle I de polarisation, les variables u, U prennent les valeurs particulières

$$u = 2\beta, \quad U = \sin I\,\text{tang}\,I.$$

β étant l'azimut de polarisation rétablie, quand on a détruit la différence de marche et que le rayon incident est polarisé à 45 degrés. On remplace dans les formules (2) u et U par ces valeurs, et on tire θ et ε. Une fois ces constantes connues, les valeurs de u et U se calculent pour chaque incidence, ainsi que φ et χ, puis enfin A et A'.

COULEUR DES MÉTAUX. — On voit que pour calculer les conditions de la réflexion sur les métaux, il faut deux constantes: l'angle I et l'angle β dont la tangente est égale à $\frac{A'}{A}$ sous l'incidence I.

En cherchant les valeurs de ces deux angles I et β pour les diverses raies du spectre depuis le rouge jusqu'au violet, j'ai trouvé qu'elles sont notablement différentes. Voici quelques exemples :

	ARGENT.		MÉTAL des cloches.		ACIER.		ZINC.		MÉTAL des miroirs.	
	I	β	I	β	I	β	I	β	I	β
Rouge.	75°.00'	40°.59'	74°,15'	28°.46'	77°. 4'	16°.29'	75°.11'	17°. 9'	76°.14'	28°.37'
D	72.30	40. 9	73.28	28.24	76.40	16.48	74.27	18.45	74. 7	27.21
E	71.30	40.19	72.20	25.31	75.47	17.30	73.28	21.13	73.35	25.52
F	69.34	39.46	71.21	23.55	75. 8	18.29	72.32	22.44	73. 4	26.15
H	66.12	39.50	70. 2	23.21	74.32	20. 7	71.18	25.18	71.56	28.00

Il faut d'abord remarquer que les valeurs de I vont en diminuant pour tous les métaux depuis le rouge jusqu'au violet. Cela constitue une notable différence avec les corps transparents chez lesquels l'inverse se présente. Pour ceux-ci

$$\tang I = n.$$

Si cette relation s'appliquait aux métaux, il faudrait en conclure que l'indice de réfraction de ces corps diminue depuis le rouge jusqu'au violet.

En examinant les valeurs de β, on peut diviser les métaux en trois classes : 1° l'argent et le métal des cloches, auxquels il faudrait ajouter l'or, le cuivre et le laiton, ont des valeurs de β qui décroissent du rouge au violet; 2° pour l'acier et le zinc la loi est inverse; 3° le métal des miroirs participe de ces deux classes : β décroît du rouge au vert et croît du vert au violet.

Connaissant ces valeurs, on peut calculer, au moyen des

formules de Cauchy, la proportion réfléchie des divers rayons simples du spectre. En faisant ce calcul pour l'incidence normale, j'ai trouvé que la première classe réfléchit plus abondamment les rayons peu réfrangibles tels que le rouge; que le contraire a lieu pour la deuxième, et que pour la troisième la proportion réfléchie diminue du rouge au vert pour augmenter du vert au violet.

Au moyen du cercle chromatique de Newton, j'ai pu calculer la teinte du faisceau réfléchi, c'est-à-dire la couleur des métaux; elle a été entièrement conforme à l'expérience. B. Prévost avait remarqué autrefois que ces divers métaux offrent des teintes fort vives quand on fait réfléchir plusieurs fois la lumière entre deux lames parallèles; que le cuivre est pourpre ainsi que l'or; que l'argent est jaune d'or, l'acier et le zinc bleus et le métal des miroirs un peu rouge. Le calcul des teintes reproduit rigoureusement ces résultats. En résumé, les couleurs des métaux s'expliquent par les lois mêmes des rayons réfléchis.

POLARISATION ELLIPTIQUE PAR LES SUBSTANCES TRANSPARENTES. — Il semblerait, d'après ce que nous avons dit, qu'il y a deux modes distincts de réflexion, l'un offert par les métaux qui polarisent incomplétement la lumière naturelle, l'autre par les matières analogues au verre qui offrent un angle de polarisation complète, ne produisent aucune différence de phase entre les rayons principaux et suivent les formules de Fresnel. En y réfléchissant bien, il est naturel de penser qu'on passe insensiblement du premier cas au second. Depuis longtemps, en effet, on savait que sur le soufre et le diamant la polarisation n'est jamais complète. En opérant avec la lumière solaire, j'ai pu m'assurer qu'elle ne l'est pas même avec le verre, ni avec aucune substance dont l'indice dépasse 1,40. Pour celles qui ont un indice voisin de ce nombre, elle devient totale; mais elle cesse de nouveau de l'être avec les liquides tels que l'eau et avec les solides les moins réfringents comme l'hyalite ou la fluorine. En général, le rapport des amplitudes des rayons polarisés dans les plans perpendiculaire et parallèle au plan d'incidence prend une valeur minima sous un angle de polarisation I; cette valeur diminue depuis l'ar-

gent jusqu'au verre; elle est nulle pour l'alun; mais elle cesse de l'être pour les corps moins réfringents que l'alun et elle augmente à mesure que l'indice diminue.

En suivant de tout point la méthode qui vient d'être appliquée aux métaux, j'ai constaté que non-seulement les substances transparentes polarisent incomplétement la lumière, mais qu'en outre elles impriment une différence de marche aux vibrations dirigées dans les plans principaux; que le rayon polarisé dans le plan d'incidence est en avance sur celui qui est polarisé perpendiculairement; que la différence de marche croît d'abord très-lentement depuis $i = 0$ jusqu'à des angles voisins de I; qu'ensuite elle augmente rapidement jusqu'à la valeur $\frac{\lambda}{4}$ qu'elle atteint pour l'incidence I; puis jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$ à mesure que l'on approche de la réflexion rasante. Ce qui se passait pour les métaux se reproduit donc même pour le verre. Voici les résultats que cette substance a offerts : l'angle β est celui dont la tangente exprime le rapport des amplitudes, la différence de marche est calculée en fraction de $\frac{\lambda}{2}$.

VERRE.

$n = 1,487, \quad \varepsilon = 0,00752.$

INCIDENCE.	DIFFÉRENCE DE MARCHE		β	
	observée.	calculée.	observé.	calculé.
° '	°	°	° '	° '
0	0,000	0,000	1	
54	0,036	0,037	3. 9	3.17
55	0,058	0,061	1.43	1.44
55.30	0,141	0,127	0.54	0.59
55.45	0,223	0,159	0.33	0.39
56	0,420	0,396	0.21	0.22
56.15	0,686	0,681	0.29	0.28
56 30	0,846	0,837	0.51	0.47
57	0,913	0,917	1.36	1 12
58	0,958	0,970	3. 2	3.50
61	0,981	0,985	7. 8	7.41
90	1,000	1,000	45	45

On peut remarquer qu'avec l'argent la différence de marche se fait sentir depuis l'incidence de zéro jusqu'à l'incidence de 90 degrés; avec le verre elle n'est appréciable qu'entre 54 et 61 degrés. A mesure que l'indice décroît, ces limites se rapprochent; elles se confondent quand on opère avec l'alun, et alors il y a un angle de polarisation complète.

Pour la fluorine, la différence de marche reparaît entre des limites très-rapprochées de I; elle croît encore depuis o jusqu'à $\frac{\lambda}{2}$ entre les incidences normale et rasante; mais elle a éprouvé un changement caractéristique; elle a changé de signe, et c'est le rayon polarisé dans le plan d'incidence qui est en retard sur celui qui est polarisé perpendiculairement. D'après ce caractère, on peut diviser les substances en deux catégories : les unes dont l'indice dépasse 1,40 qui ont une différence de marche *positive* et les autres dont la réfringence est très-faible où cette différence de marche est *négative*.

Il est évident que les formules de Fresnel ne s'appliquent rigoureusement qu'à l'alun et au petit nombre de corps qui se comportent comme lui; dans l'immense majorité des cas, elles ne sont qu'une approximation, acceptable seulement pour les incidences éloignées de I, mais au voisinage de cet angle elles laissent passer inaperçu le phénomène capital de la réflexion elliptique.

Longtemps avant que j'eusse découvert ces faits, Cauchy en avait prévu la théorie; mais il avait restreint ses formules pour les faire coïncider avec celles de Fresnel, ne supposant pas que celles-ci fussent inexactes. Voici quelles sont ces formules. Soit β l'angle dont la tangente exprime le rapport des amplitudes, on a, en représentant par ε un coefficient très-petit,

$$\operatorname{tang}^2\beta = \frac{A'^2}{A^2} = \frac{\cos^2(i+r) + \varepsilon^2\sin^2 i \sin^2(i+r)}{\cos^2(i-r) + \varepsilon^2\sin^2 i \sin^2(i-r)};$$

la différence de marche entre les deux rayons principaux est

$$\operatorname{tang}\Delta = \frac{\varepsilon \sin i[\operatorname{tang}(i+r) + \operatorname{tang}(i-r)]}{1 - \varepsilon^2\sin^2 i \operatorname{tang}(i+r)\operatorname{tang}(i-r)}.$$

La théorie de Cauchy ne pouvait déterminer la valeur de ε;

c'est l'expérience qui a montré que ce coefficient, toujours très-petit, est positif pour les substances à différence de marche positive, et négatif pour les autres. Les formules se réduisent à celles de Fresnel si $\varepsilon = 0$, puisqu'on a

$$\operatorname{tang}\beta = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \quad \text{et} \quad \operatorname{tang}\Delta = 0.$$

Voici quelles sont les valeurs de ε et de *n* pour diverses substances.

	n	ε
Sélénium	2,605	0,1200
Houille	1,701	0,1158
Réalgar	2,454	0,0791
Strass	1,597	0,0492
Blende	2,371	0,0296
Diamant	2,434	0,0180
Flint	1,714	0,0170
Quartz	1,530	0,0112
Alun	1,428	0,0000
Ménilite	1,482	0,0000
Fluorine	1,439	— 0,0084
Hyalite	1,421	— 0,0064

ANNEAUX COLORÉS.

LOIS EXPÉRIMENTALES. — Toutes les substances sont transparentes quand elles sont très-minces, et toutes offrent alors des couleurs fort vives. Les bulles de savon en sont l'exemple le plus remarquable. Ce que nous allons chercher, c'est la loi de cette coloration pour toutes les épaisseurs, dans toutes les substances, et sous toutes les incidences.

Cette étude exigeait des lames très-minces dont l'épaisseur pût être exactement mesurée et variât régulièrement. Newton a imaginé de poser une lentille convexe de grand rayon sur un plan de verre. Elle le touche en un seul point à partir duquel elle en est séparée par une lame d'air d'autant plus épaisse qu'elle est plus éloignée du contact. Voici quel est l'aspect du phénomène.

1° En recevant sur le double verre un faisceau de lumière homogène fourni par la combustion de l'alcool salé ou qui a

traversé un verre rouge, on voit par réflexion une tache noire au point de contact, entourée d'anneaux concentriques alternativement brillants et obscurs qui se serrent de plus en plus à mesure que leur numéro d'ordre augmente.

2° Si on emploie successivement diverses lumières simples, les diamètres de ces anneaux augmentent ou diminuent en même temps que la longueur d'ondulation; d'où il suit qu'avec la lumière blanche les anneaux des diverses couleurs ne se superposent point, qu'ils sont colorés, et que pour les ordres les plus élevés, le mélange des teintes reproduit une lumière sensiblement blanche.

3° Newton a décrit exactement leurs teintes successives. Après la tache noire centrale et en s'écartant du centre, on voit un premier ordre d'anneaux comprenant le bleu, le blanc, le jaune et le rouge; le premier peu apparent, les deux autres plus abondants et occupant quatre ou cinq fois l'étendue du bleu.

Le second ordre comprend le violet, le bleu, le vert, le jaune et le rouge; toutes ces couleurs sont abondantes et vives, excepté le vert.

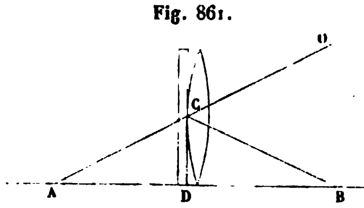
Dans le troisième ordre, le plus remarquable par l'éclat et l'abondance des teintes, on distingue le pourpre, le bleu, le vert, le jaune et le rouge.

La quatrième série ne contient plus que le vert et le rouge, et les suivantes deviennent de plus en plus indécises. L'ensemble de ces anneaux reproduit exactement les successions de couleurs que nous avons déjà trouvées dans l'image ordinaire des lames minces cristallisées pour $\alpha = 45$ et $\omega = 45$; elles sont complémentaires de celles qu'on voit dans les bandes d'interférence.

4° Par réfraction l'appareil montre un autre système d'anneaux, les anneaux transmis, beaucoup plus pâles, parce qu'ils sont noyés dans de la lumière blanche. Leur centre est blanc, et, en général, ils sont inverses des anneaux réfléchis, c'est-à-dire que les noirs prennent la place des blancs et réciproquement. On peut s'en assurer en plaçant verticalement les deux verres sur une feuille de papier AB uniformément éclairée (*fig.* 861), et en regardant du point O. Si on couvre l'espace AD d'un drap noir, on ne voit que les anneaux réfléchis

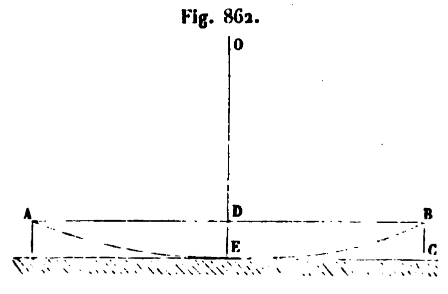
suivant BCO. Quand on met ce drap en DB, on distingue les anneaux transmis suivant ACO. Enfin quand on l'enlève, les deux systèmes se superposent, mais alors ils disparaissent; ce qui prouve : 1° que les anneaux obscurs vus par réflexion occupent la place des anneaux brillants vus par réfraction; 2° que la diminution d'éclat dans les premiers est égale à l'augmentation dans les seconds; 3° que la distribution des couleurs est complémentaire. Cela étant, il nous suffira d'observer les anneaux réfléchis.

Fig. 861.



Pour trouver les lois du phénomène, il faut commencer par mesurer l'épaisseur BC ou e de la lame d'air sur le contour de chaque anneau AB (*fig.* 862). Soit d le diamètre de cet anneau;

Fig. 862.



$\frac{d}{2}$ ou DB est moyenne proportionnelle entre les deux sections e et $2R - e$ du diamètre de la sphère à laquelle appartient la lentille :

$$\frac{d^2}{4} = (2R - e)e,$$

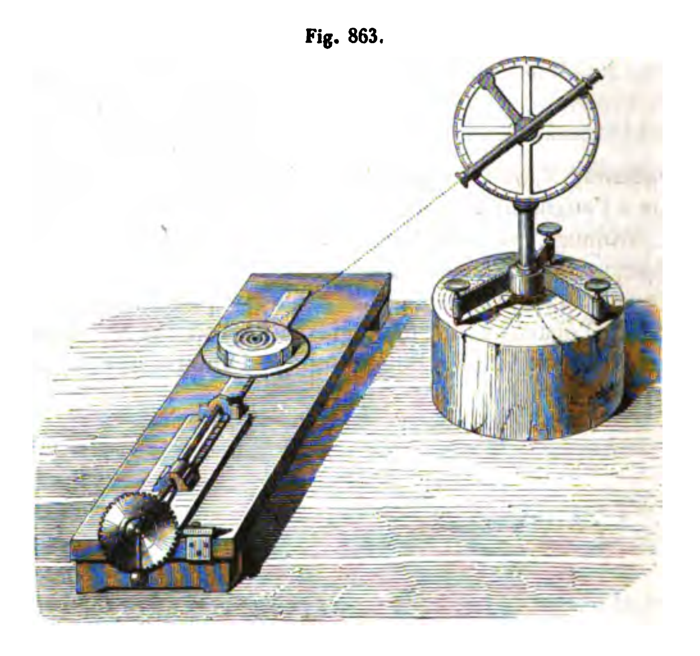
d'où approximativement

$$e = \frac{d^2}{8R}.$$

Le rayon R se trouvera au moyen du sphéromètre, ou se déduira du foyer de la lentille. Pour mesurer d, Newton plaçait l'œil sur la verticale EO, et appliquait en A et en B les deux

pointes d'un compas dont il mesurait ensuite l'écartement sur une règle divisée : méthode bien imparfaite et qui a néanmoins donné des résultats exacts. Le meilleur de tous les procédés est celui de MM. de la Provostaye et Desains (*fig.* 863). Il

Fig. 863.



consiste à placer horizontalement le système des deux verres sur une machine à diviser, à recevoir les rayons réfléchis dans la lunette d'un théodolite, et à faire mouvoir la vis pour amener successivement les bords extrêmes de chaque anneau en coïncidence avec le fil vertical du réticule. La course de la machine donne le diamètre de l'anneau sous l'inclinaison i qu'on a donnée à la lunette. Voici les lois du phénomène.

1° Sous l'incidence normale, les épaisseurs des anneaux obcurs successifs sont égales aux multiples pairs successifs de $\frac{\lambda}{4}$ ou à $2m\frac{\lambda}{4}$, celles des anneaux brillants aux multiples impairs de la même quantité, ou en général à $(2m+1)\frac{\lambda}{4}$.

2° En passant de l'air à une autre substance, la loi persiste,

à la condition de remplacer λ par la valeur λ' de la longueur d'onde dans cette substance, valeur qui est $\frac{\lambda}{n}$. Les épaisseurs correspondantes aux mêmes anneaux sont donc en raison inverse des indices de réfraction.

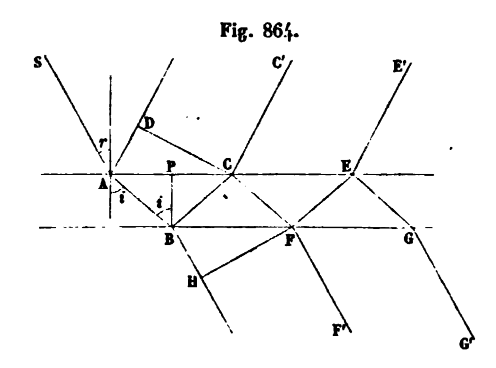
3° Toutes choses égales d'ailleurs, les épaisseurs varient en raison inverse du cosinus de l'angle de réfraction i dans la lame mince. Ces lois sont résumées par les formules suivantes :

Anneaux obscurs....... $e = 2m \frac{\lambda}{4n} \frac{1}{\cos i}$,

Anneaux brillants ...... $e = (2m+1) \frac{\lambda}{4n} \frac{1}{\cos i}$.

THÉORIE. — Considérons (*fig.* 864) un rayon incident SA arrivant sur une lame mince AEBG. Il se réfléchira en partie

Fig. 864.



en A, suivant AD, pénétrera en partie dans la lame et y éprouvera des réflexions successives en B, C, F, E, G. Il y aura des réfractions partielles en C, E,..., qui ramèneront de la lumière dans le milieu supérieur; il y en aura d'autres en B, F, G,..., qui en enverront dans l'inférieur. Nous pourrons calculer les intensités des rayons émergents en A, C, E,..., d'une part, et en B, F, G,..., de l'autre; leur somme sera l'intensité totale des rayons réfléchis ou réfractés. En cherchant pour quelle épaisseur elle devient maxima ou minima, nous aurons la condition pour qu'il y ait des anneaux brillants ou obscurs. Nous nous contenterons d'abord, comme première approximation,

de superposer les rayons AD et CC′ d'une part, BH et FF′ de l'autre. Ce sont ces rayons qui, étant le plus intenses, détermineront au moins le sens des phénomènes.

Le point A peut être considéré comme l'origine des vibrations. Là elles se séparent en deux ondes, l'une réfléchie, l'autre réfractée.

Quand l'onde réfléchie arrive en CD, son retard à partir de A est AD. Or,

$$AD = AC \sin r = 2\,AP \sin r = 2e \tang i \sin r.$$

Mais l'espace AD a été parcouru dans le verre avec une vitesse v', pendant un temps $\frac{2e \tang i \sin r}{v'}$.

D'un autre côté, l'onde réfractée dans l'air avec une vitesse v parcourt l'espace ABC ou $2\,AB$ ou $\frac{2e}{\cos i}$. Le temps employé à faire ce trajet est $\frac{2e}{v \cos i}$, d'où il résulte que la différence des temps mis par les deux rayons pour arriver sur la même surface d'onde CD est

$$t = \frac{2e}{\cos i}\left(\frac{1}{v} - \frac{\sin i \sin r}{v'}\right),$$

ce qui équivaut à une différence de chemin parcouru dans l'air égale à vt ou à

$$vt = \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r \frac{v}{v'}\right),$$

$$= \frac{2e}{\cos i}\left(1 - \sin i \sin r \frac{\sin i}{\sin r}\right) = 2e \cos i.$$

Lumière polarisée dans le plan d'incidence. — Quand une vibration $V = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ se réfléchit ou se réfracte, son amplitude diminue dans le rapport de 1 à a ou à b. Le coefficient de réfraction b est toujours positif; quant à a, il est égal, suivant que la lumière est polarisée dans le plan d'incidence ou dans le plan perpendiculaire, aux quantités suivantes :

$$a = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad a' = -\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Étudions d'abord le premier cas. a est positif si i est plus petit que r, quand la lumière se réfléchit d'un milieu plus réfringent sur un autre qui l'est moins : c'est ce qui arrive en A; mais il est négatif quand la lumière se réfléchit intérieurement en B, sur un milieu plus réfringent, car alors i est plus grand que r. Cela étant, la vibration réfléchie en B est

$$v = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\sin 2\pi\frac{t}{T}.$$

Or, on peut écrire

$$v = \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{1}{2}\right).$$

Le changement de signe de l'amplitude équivaut donc à une différence de chemin parcouru égale à $\frac{\lambda}{2}$. Le rayon BCC' qui a éprouvé ce changement de signe en B est donc dans les mêmes conditions que si au retard provenant du chemin qu'il a parcouru s'en ajoutait un autre égal à $\frac{\lambda}{2}$ provenant de la réflexion qu'il a éprouvée. La différence de marche totale entre les rayons AD et CC' sera donc $2e\cos i + \frac{\lambda}{2}$, et il y aura un anneau obscur ou brillant quand elle sera égale à un multiple impair ou pair de $\frac{\lambda}{2}$. Écrivons ces conditions.

Anneaux obscurs.... $\begin{cases} 2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}\,; \\ e = 2m\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}. \end{cases}$

Anneaux brillants.... $\begin{cases} 2e\cos i + \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2}\,; \\ e = (2m-1)\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}. \end{cases}$

Si le milieu changeait et avait un indice n, il faudrait remplacer λ par $\frac{\lambda}{n}$. Ces formules sont donc identiques à celles qui résultent de l'expérience.

Si on considère les anneaux transmis, la différence de marche se compose de celle qui est produite par l'inégalité des chemins parcourus à laquelle il faut ajouter λ, puisqu'il y a deux réflexions sur le verre en B et en C; mais comme on peut toujours retrancher un nombre exact de longueurs d'onde, on a simplement :

$$\text{Anneaux obscurs}\ldots\left\{\begin{array}{l} 2e\cos i=(2m+1)\dfrac{\lambda}{2};\\ e=(2m+1)\dfrac{\lambda}{4}\dfrac{1}{\cos i}.\end{array}\right.$$

$$\text{Anneaux brillants}\ldots\left\{\begin{array}{l} 2e\cos i=2m\dfrac{\lambda}{2};\\ e=2m\dfrac{\lambda}{4}\dfrac{1}{\cos i}.\end{array}\right.$$

Ils sont inverses des anneaux réfléchis.

LUMIÈRE POLARISÉE PERPENDICULAIREMENT AU PLAN D'INCIDENCE. — Dans ce cas, le coefficient de réflexion est

$$a'=-\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Quand l'incidence est moindre que celle de polarisation, a' est négatif ou positif si la réflexion se fait sur le verre ou sur l'air. Ces conditions sont les mêmes que dans le cas précédent, et les anneaux suivent les mêmes lois. Lorsque $i+r=90$, il n'y a plus de réflexions en A, B, C,..., et il n'y a d'anneaux ni par réflexion ni par réfraction. $i+r$ étant plus grand que $\frac{\pi}{2}$, a' change de signe. Il n'y a plus de retard produit par la réflexion en B, C, F,...; mais il y en a un égal à $\frac{\lambda}{2}$ en A. Il est clair que ce retard n'ayant fait que changer de place, les anneaux se reproduisent dans les mêmes conditions.

Si la lentille était placée sur un plan BFG de substance très-réfringente, l'incidence de polarisation en B, F, G,... serait très-grande. Voici ce qui arriverait. En inclinant le rayon SA jusqu'à l'angle de polarisation en A, AD s'annulerait, mais

non BC; les anneaux disparaîtraient. En augmentant l'incidence, ils se reproduiraient; AD renaîtrait, mais AD aurait éprouvé par la réflexion le changement de signe et la perte de $\frac{\lambda}{2}$, BC l'éprouverait également, les anneaux réfléchis auraient été intervertis et seraient à centre blanc. En continuant d'augmenter l'inclinaison jusqu'à celle de la polarisation sur BF, le rayon BC s'éteindrait et les anneaux disparaîtraient une deuxième fois; puis ils se reformeraient, mais avec leur caractère primitif. Tous ces faits se vérifient en prenant pour milieu inférieur la blende ou le réalgar.

ANNEAUX A CENTRE BLANC. — Quand on observe une lame très-mince de verre ou de mica dans l'air, le retard de $\frac{\lambda}{2}$ se produit par la réflexion à la première surface, en A, sans se faire à la seconde, en B; mais quand l'indice de la lame mince est intermédiaire entre ceux des milieux supérieur et inférieur, les conditions sont changées. Supposons que ces indices aillent en croissant du premier au dernier milieu et soient 1, n et n', le retard de la réflexion se fait à la fois en A et en B, la différence totale de marche est

$$n.\mathrm{ABC} + \frac{\lambda}{2} - \left(\mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2}\right) = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} = 2en\cos i;$$

les anneaux réfléchis sont intervertis, les blancs ont pris la place des noirs, la tache centrale est blanche. Au contraire, la différence de marche des rayons transmis sera devenue

$$n.\mathrm{BCF} + \frac{\lambda}{2} - n'\mathrm{BH} = n.\mathrm{ABC} - \mathrm{AD} + \frac{\lambda}{2} = 2en\cos i + \frac{\lambda}{2};$$

les anneaux transmis auront pris les places qu'occupaient primitivement les anneaux réfléchis. Il est facile de démontrer que les conditions resteront les mêmes si les indices de réfraction diminuent du premier au dernier milieu.

On obtient les anneaux à centre blanc en posant une lentille de verre sur un plan de flint et en introduisant entre les deux une goutte de baume de Canada dont l'indice est inter-

médiaire. On peut encore remplacer le flint par un plan mi-parti de flint et de verre, et mettre le point de contact de la lentille sur la ligne de jonction. Il y a deux systèmes d'anneaux, l'un sur le verre, à centre noir, l'autre sur le flint, à centre blanc; ils se rejoignent sur la ligne de séparation des deux plans où on voit les blancs opposés aux noirs.

Dans ce que nous venons de dire, nous n'avons tenu compte que des deux premiers rayons réfractés ou réfléchis. Pour que la théorie soit complète, il faut calculer les intensités et les phases des ondes formées par la superposition de tous les rayons qui émergent de A, C, E,..., d'une part, et de B, F, G,..., de l'autre.

Théorie complète. — La vibration incidente SA est, en représentant $2\pi\frac{t}{T}$ par ξ,

$$v = \sin\xi.$$

L'amplitude du premier rayon réfléchi en A est $-a$, celle du second CC′ qui a été réfracté une fois en A, une autre fois en C, et réfléchi en B, est b^2a ou $a(1-a^2)$. Chaque réflexion en C, F, E,..., multiplie ensuite l'amplitude par a; les phases se retardent, de chaque rayon au suivant, d'une quantité égale à $2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}$ que nous exprimerons par φ; on aura donc

AD: $$v_1 = -a\sin\xi,$$

CC′: $$v_2 = a(1-a^2)\sin(\xi-\varphi) = a(1-a^2)(\sin\xi\cos\varphi - \sin\varphi\cos\xi),$$

EE′: $$v_3 = a^3(1-a^2)\sin(\xi-2\varphi) = a^3(1-a^2)(\sin\xi\cos2\varphi - \sin2\varphi\cos\xi);$$

et, en faisant la somme,

$$V = -a\sin\xi + a(1-a^2)\left[\begin{array}{l}\sin\xi(\cos\varphi + a^2\cos2\varphi + \ldots)\\ -\cos\xi(\sin\varphi + a^2\sin2\varphi + \ldots)\end{array}\right].$$

Prenons, en particulier, le coefficient de $\sin\xi$, nous pourrons remplacer chaque cosinus par sa valeur en exponentielles ima-

ginaires, ce qui donnera

$$\frac{1}{2}\left(e^{\varphi\sqrt{-1}}+a^2e^{2\varphi\sqrt{-1}}+\ldots+e^{-\varphi\sqrt{-1}}+a^2e^{-2\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left[e^{\varphi\sqrt{-1}}\left(1+a^2e^{\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)+e^{-\varphi\sqrt{-1}}\left(1+a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}}+\ldots\right)\right].$$

En faisant la somme limite des deux progressions géométriques comprises entre les parenthèses, on a

$$\frac{1}{2}\left(\frac{e^{\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{\varphi\sqrt{-1}}}+\frac{e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{1-a^2e^{-\varphi\sqrt{-1}}}\right)=\frac{\cos\varphi-a^2}{1+a^4-2a^2\cos\varphi}.$$

On trouvera, par une série analogue de calculs, la valeur du coefficient de $\cos\xi$; elle sera

$$\frac{\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

et, en remplaçant dans la valeur de V,

$$V=\sin\xi\left[-a+\frac{a(1-a^2)(\cos\varphi-a^2)}{1+a^4-2a^2\cos\varphi}\right]-\cos\xi\frac{a(1-a^2)\sin\varphi}{1+a^4-2a^2\cos\varphi},$$

$$(1)\qquad V=\frac{-2a\sin\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}\left[\begin{array}{c}(1+a^2)\sin\frac{\varphi}{2}\sin\xi\\+(1-a^2)\cos\frac{\varphi}{2}\cos\xi\end{array}\right].$$

L'intensité I sera la somme des carrés des coefficients de $\sin\xi$ et de $\cos\xi$:

$$(2)\qquad I=\frac{4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}{(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

La tangente de la phase φ' du rayon total réfléchi sera le rapport des coefficients de $\cos\xi$ et de $\sin\xi$,

$$(3)\qquad \tang\varphi'=\frac{1-a^2}{1+a^2}\cot\frac{\varphi}{2}.$$

DISCUSSION. — 1° L'intensité I sera nulle et les anneaux com-

plétement noirs lorsque $\sin\frac{\varphi}{2}$ sera égal à zéro, c'est-à-dire pour $\frac{\varphi}{2} = m\pi$, ou pour $\varphi = 2m\pi$; et, en remplaçant φ par sa valeur $2\pi\,\overline{\frac{2e\cos i}{\lambda}}$, lorsque

$$2m\pi = 2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}, \quad e = 2m\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

2° I sera maximum et on aura un anneau brillant quand $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, ou $\frac{\varphi}{2} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$, ou quand

$$(2m+1)\pi = 2\pi\frac{2e\cos i}{\lambda}, \quad e = (2m+1)\frac{\lambda}{4}\frac{1}{\cos i}.$$

3° Sous l'angle de polarisation, quand la lumière est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, le coefficient a est nul; par conséquent $I = 0$, il n'y a pas de lumière réfléchie et pas d'anneaux.

Ces résultats sont conformes à l'expérience; les suivants ne nous étaient pas encore connus.

POLARISATION DES ANNEAUX. — Supposons la lumière polarisée dans un azimut quelconque A; elle se décompose, comme dans tous les cas analogues, en deux vibrations dirigées dans les azimuts principaux. En se réfléchissant, ces vibrations prennent des intensités I et des phases φ' différentes; pour celle qui est polarisée dans le plan d'incidence, il faut remplacer a par $-\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$, et la formule (3) donne

$$\tang\varphi' = \frac{\sin^2(i+r) - \sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r) + \sin^2(i-r)}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\sin i\cos i\sin r\cos r}{\sin^2 i\cos^2 r + \sin^2 r\cos^2 i}\cot\frac{\varphi}{2} = \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos r}{\cos i} + \frac{\cos i}{n\cos r}}.$$

Quand la vibration est dirigée dans le plan d'incidence, il faut

remplacer a par $-\dfrac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}$,

$$\tang\varphi'_1 = \frac{\tang^2(i+r)-\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)+\tang^2(i-r)}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{(\sin i\cos i+\sin r\cos r)^2-(\sin i\cos i-\sin r\cos r)^2}{(\sin i\cos i-\sin r\cos r)^2+(\sin i\cos i+\sin r\cos r)^2}\cot\frac{\varphi}{2}$$

$$= \frac{2\cot\frac{\varphi}{2}}{n\frac{\cos i}{\cos r}+\frac{\cos r}{n\cos i}}.$$

La différence de marche entre ces deux vibrations sera donc

$$\tang(\varphi'_1-\varphi') = \tang\psi = \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\left(n-\frac{1}{n}\right)\left(\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\cos i}{\cos r}\right)}{4\cos^2\frac{\varphi}{2}+\left(n+\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\cos i}{\cos r}\right)^2\sin^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Donc, en général, la lumière polarisée primitivement dans un azimut A sera transformée en une vibration elliptique. La différence de marche $\varphi'_1-\varphi'$ entre les rayons principaux sera nulle pour

$$\sin\frac{\varphi}{2}=0 \quad \text{ou} \quad \cos\frac{\varphi}{2}=0,$$

c'est-à-dire pour le milieu des anneaux obscurs et brillants; elle sera maximum pour

$$\sin\frac{\varphi}{2}=\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Si donc on suppose l'intervalle compris entre deux anneaux obscurs consécutifs divisé en quatre parties égales, l'anomalie croît dans le premier quart de zéro à un maximum et diminue jusqu'à zéro dans le second. Dans les deux autres quarts elle reprend les mêmes valeurs avec des signes contraires. La valeur maximum de $\varphi'_1-\varphi'$ ne peut jamais être égale à $\frac{\pi}{2}$, puisque le dénominateur $\tang(\varphi'_1-\varphi')$ ne peut être nul; la vibration ne deviendra donc jamais circulaire.

Pour calculer tous les phénomènes il faut non-seulement connaître l'anomalie $\varphi'_1 - \varphi'$, mais encore le rapport des intensités des rayons composants. Soit $\tang^2 A'$ ce rapport. Les intensités sont données par la formule (2), et en remplaçant a par les valeurs a et a' correspondant aux deux plans principaux, on aura

$$\tang^2 A' = \tang^2 A \frac{a'^2\left[(1-a^2)^2+4a^2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}{a^2\left[(1-a'^2)^2+4a'^2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right]}.$$

Lorsque $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, on a les anneaux obscurs, et comme ils ne contiennent aucune lumière, ils seront toujours vus dans les deux images sous toutes les incidences. Pour $\sin\frac{\varphi}{2} = 1$, les anneaux sont brillants; ils sont polarisés dans l'azimut A'_1 :

$$\tang A'_1 = \tang A \frac{a'(1+a^2)}{a(1+a'^2)}.$$

Et si on met dans cette direction la section principale de l'analyseur, ils disparaîtront dans l'image extraordinaire, ils occuperont la place des anneaux obscurs transmis. L'aspect de la figure est représenté ci-dessous (*fig.* 865).

Fig. 865.



ANNEAUX TRANSMIS. — La théorie des anneaux transmis s'établit de la même manière; en voici les résultats. Quand la

lumière est polarisée dans les plans principaux, l'intensité des rayons transmis est

$$J = \frac{(1 - a^2)^2}{(1 - a^2)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}},$$

dans laquelle il faudra remplacer a^2 par $\frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i - r)}$ ou par $\frac{\tang^2(i - r)}{\tang^2(i + r)}$, suivant que le plan de polarisation sera parallèle ou perpendiculaire à celui d'incidence. Cette intensité ne sera jamais nulle; elle devient maximum pour $\sin \frac{\varphi}{2} = 0$ et minimum pour $\sin \frac{\varphi}{2} = 1$, ce qui reproduit les conditions connues de l'expérience.

La différence de marche entre les deux rayons principaux est complémentaire de celle des rayons réfléchis; elle est nulle pour les points qui correspondent aux lieux occupés par les anneaux obscurs et brillants. L'azimut de polarisation rétablie est calculé par la formule

$$\tang^2 A' = \tang^2 A \frac{(1 - a'^2)^2}{(1 - a^2)^2} \frac{\left[(1 - a^2)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right]}{\left[(1 - a'^2)^2 + 4a'^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right]}.$$

A' sera l'azimut de la polarisation des anneaux réfractés obscurs, quand on fera $\sin \frac{\varphi}{2} = 1$:

$$\tang A' = \tang A \frac{(1 - a'^2)(1 + a^2)}{(1 - a^2)(1 + a'^2)} = \tang A \frac{\frac{n \cos r}{\cos i} + \frac{\cos i}{n \cos r}}{\frac{n \cos i}{\cos r} + \frac{\cos r}{n \cos i}}.$$

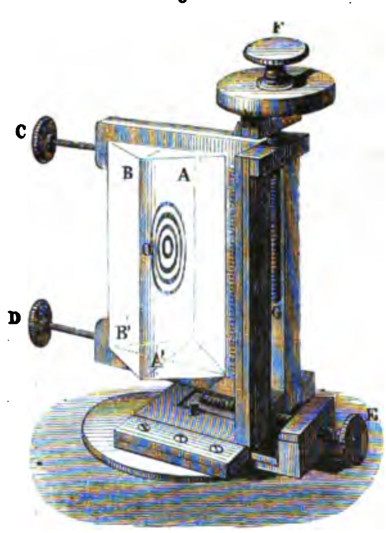
Si au contraire $\sin \frac{\varphi}{2} = 0$, A' exprimera le plan de polarisation des anneaux réfractés brillants :

$$\tang A' = \tang A \frac{(1 - a'^2)(1 - a^2)}{(1 - a^2)(1 - a'^2)} = \tang A.$$

Le plan de polarisation n'aura pas changé, et si on dirige alternativement la section principale de l'analyseur dans cet azimut A et dans A′, on verra successivement apparaître dans un noir complet deux systèmes d'anneaux sombres correspondants à ceux qu'on voit par réflexion et par réfraction.

Ces expériences ont un grand éclat. Pour les reproduire je place sur le cercle divisé un appareil composé de deux prismes de flint AA′ et BB′ en contact au point O par deux faces, l'une plane, l'autre convexe (*fig.* 866). Tous deux sont

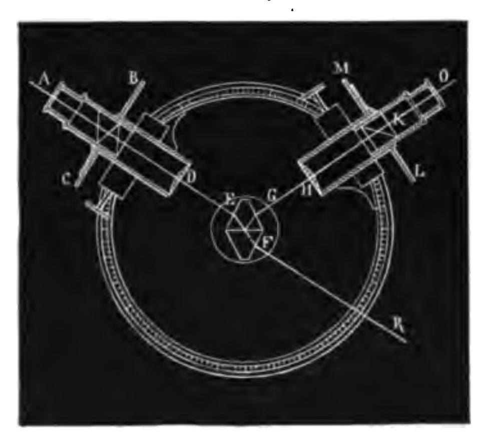
Fig. 866.



pressés par des vis convenables C et D. On peut les soulever ou les abaisser par une vis micrométrique FG de manière à amener successivement les bords des anneaux sous le fil du réticule de la lunette avec laquelle on les observe. La disposition des appareils est représentée *fig.* 867. La lumière incidente AD est polarisée par un nicol mobile autour d'un premier cercle azimutal CB. Elle est rendue parallèle au moyen d'une lentille D; elle rencontre d'abord le premier prisme E, et entre celui-ci et le deuxième prisme F elle donne naissance à des anneaux réfléchis suivant GH et réfractés en FR. On les

analyse avec la deuxième lunette HO braquée au centre du cercle et qui porte un prisme biréfringent K tournant autour du deuxième cercle divisé ML.

Fig. 867.



TACHE CENTRALE. — Je renvoie au Mémoire que j'ai publié sur ce sujet pour divers phénomènes peu expliqués qui apparaissent au voisinage de la réflexion totale. On remarquera qu'au centre des anneaux, quand l'épaisseur de la lame mince est très-petite, cette réflexion totale ne se fait pas et que la lumière continue de passer comme à travers un trou. Les lois de la réflexion sont donc profondément modifiées quand l'épaisseur des milieux diminue suffisamment. M. Stokes a publié un travail important sur ce sujet dans les *Transactions philosophiques de Cambridge*.

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES

DE L'OPTIQUE.

QUATRE-VINGT-DIXIÈME LEÇON.

DES MIROIRS ET DES LENTILLES.

Miroirs courbes. — Miroir concave. — Caustique. — Son équation. — Cas où le point lumineux est à l'infini. — Cas où elle se réduit à son sommet. — Formule des foyers. — Aberration. — Images des objets. — Discussion. — Miroir convexe, mêmes questions. — Miroirs cylindriques et coniques.

Lentilles. — Réfraction dans un milieu indéfini. — Concordance des phases au foyer. — Lentilles convergentes et divergentes. — Centre optique. — Axes secondaires. — Foyer des points situés hors de l'axe. — Images. — Discussion des formules : pour les lentilles convergentes; pour les lentilles divergentes. — Mesure des distances focales.

MIROIRS COURBES.

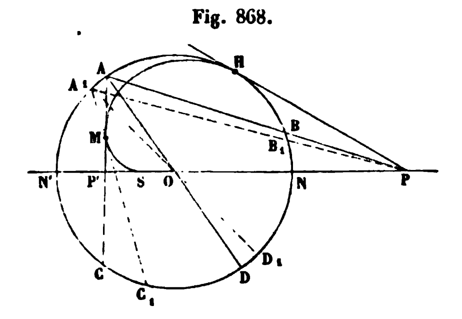
MIROIR CONCAVE. — J'ai étudié (p. 395) les conditions théoriques de la réflexion sur un miroir concave et démontré que l'onde envoyée par un point lumineux L (*fig.* 722, *Pl. IV*) se transforme en une surface qui est d'abord concave $a'f'k'$.... Les normales $a'a'_1$, $d'd'_1$,..., $k'k'_1$ représentent les rayons lumineux, c'est-à-dire les directions du mouvement. En se propageant la surface se resserre, prend la forme $d_1\,d'_1\,k'_1$...; puis les rayons se croisent; elle devient convexe en A″B″D″... K″, et s'étend ensuite indéfiniment.

Ces rayons sont tangents à une surface KFEBB″, que l'on nomme *caustique*, et qui est la développée de toutes les ondes

réfléchies. Dans le cas présent, c'est une surface de révolution autour de l'axe XX. Si on connaissait sa génératrice, qu'on lui menât une tangente, et qu'on fît rouler celle-ci sur la courbe, chacun de ses points tels que a', d_1, A'',..., décrirait la génératrice de la surface d'onde dans chacune des positions qu'elle occupe successivement.

Caustique. — Soient P le point lumineux (*fig.* 868), PA un rayon incident, AC le rayon réfléchi; nous voulons déterminer

Fig. 868.



le point M de la caustique, c'est-à-dire le point où AC rencontre un autre rayon réfléchi infiniment voisin A_1C_1. Soient i et $i+di$ les angles d'incidence, r et $r+dr$ les angles de réflexion, on a

$$2i = BD, \quad 2(i+di) = B_1D_1, \quad 2di = BB_1 + DD_1,$$
$$2r = CD, \quad 2(r+dr) = C_1D_1, \quad 2dr = CC_1 - DD_1;$$

et comme $di = dr$,

$$CC_1 - BB_1 = 2DD_1 = 2AA_1.$$

Posons

$$AB = AC = 4a, \quad AP = p, \quad AM = p',$$

nous aurons dans les triangles semblables PBB_1, PAA_1 d'une part, et CMC_1, AMA_1 de l'autre :

$$\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{PB}{PA_1} = \frac{p-4a}{p} = 1 - \frac{4a}{p},$$
$$\frac{CC_1}{AA_1} = \frac{MC}{MA_1} = \frac{4a-p'}{p'} = \frac{4a}{p'} - 1.$$

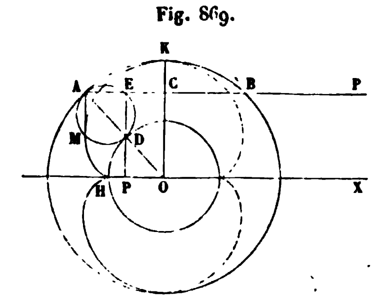
On remplace CC_1 et BB_1

$$\frac{4a}{p'} - 1 - 1 + \frac{4a}{p} = 2,$$

$$(1) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{a}.$$

Cette équation fera connaître le point M, et on construira la caustique par points. Considérons en particulier le cas où le point P est à l'infini (*fig.* 869). L'équation (1) donne $p' = a$.

Fig. 869.



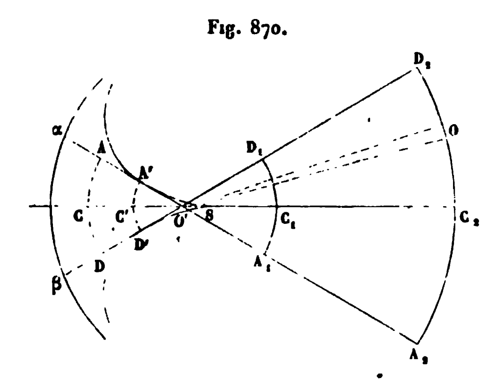
Soient PA l'un des rayons incidents, AM le rayon réfléchi. Décrivons deux circonférences, l'une du point O comme centre avec un rayon OD moitié de celui de la sphère, l'autre AED tangente en A et en D aux deux cercles extérieur et intérieur. L'angle AED est droit comme contenu dans une demi-circonférence, et AE étant parallèle à l'axe OX, EDP lui est perpendiculaire. Les triangles rectangles AED, DPO sont égaux comme ayant l'hypoténuse égale; $AE = PO = EC = \frac{AB}{4}$; AE est donc égal à a. Menons le rayon réfléchi AM jusqu'à la rencontre de la circonférence AMD, $AM = AE = a$, donc M est un point de la caustique.

D'un autre côté, l'angle MAD est égal à DOP; le premier a pour mesure $\frac{MD}{2}$ et le second DH; MD contient donc deux fois plus de degrés que DH, et comme le rayon de la circonférence AED est la moitié de OD, il faut que l'arc MD soit égal à HD. Le point M est donc engendré par le roulement de la circonférence AED sur la circonférence centrale HD; la caustique est une épicycloïde; son sommet est en H; elle est tangente au miroir en K. Elle a une autre branche ponctuée qui ne répond pas à la question.

Quelle que soit la distance du point lumineux, la caustique affecte toujours une forme analogue et offre un point de re-

broussement sur l'axe, en S (*fig.* 870). Si le miroir est limité aux points α, β, elle se réduit à A'SD'; l'onde réfléchie dont elle est la développée est successivement ACD, A'C'D'; puis, en continuant de se propager, elle devient convexe $A_1C_1D_1$,

Fig. 870.



$A_2C_2D_2$, et si l'œil est placé en O, les rayons qu'il reçoit sont dans les mêmes conditions que si l'onde était sphérique et que son centre fût en O', au point d'intersection sur la caustique des rayons qui lui arrivent. Or, si l'ouverture αβ du miroir est très-petite, ce point d'intersection est sensiblement invariable et confondu avec le sommet S. S est ce qu'on nomme alors le *foyer* du point P; tous les rayons réfléchis s'y rencontrent; la caustique est réduite à un point; les surfaces d'ondes antérieures sont des sphères concaves, les postérieures des sphères convexes, et les conditions de la vision sont les mêmes que s'il y avait en S un vrai point lumineux.

La position du point S est donnée par la formule (1). Il suffit de considérer (*fig.* 868), au lieu d'un rayon quelconque PBA, celui qui est dirigé suivant PNN', alors $4a = NN' = 2r$, et la distance N'S ou p' est donnée par la formule

$$(2) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}.$$

ABERRATION. — On arrive au même résultat par une autre méthode (*fig.* 871). P est le point lumineux, O le centre du cercle, PA et AP' un rayon incident et le rayon réfléchi correspondant, et AO la bissectrice de leur angle. Les segments

PO $= d$ et OP$' = d'$ de la base PP$'$ sont proportionnels à AP et à AP$'$:

$$\frac{d}{d'} = \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AP'}} = \frac{\sin(\alpha + i)}{\sin(\alpha - i)} = \frac{\sin\alpha\cos i + \sin i \cos\alpha}{\sin\alpha\cos i - \sin i\cos\alpha},$$

$$\frac{d - d'}{d'} = \frac{2\sin i\cos\alpha}{\sin(\alpha - i)}.$$

Dans le triangle PAO,

$$\frac{d}{r} = \frac{\sin i}{\sin(\alpha - i)}.$$

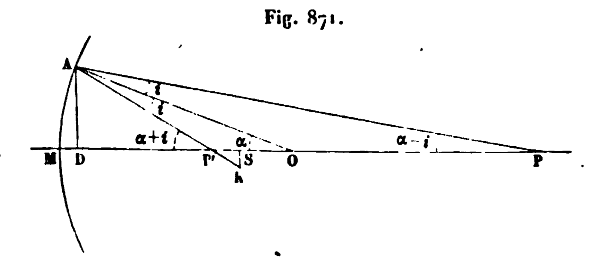
On divise ces deux équations l'une par l'autre :

$$\frac{d - d'}{d'} = \frac{2d\cos\alpha}{r},$$

(3) $$\frac{1}{d'} - \frac{1}{d} = \frac{2\cos\alpha}{r}.$$

1° Cette équation montre que d' varie avec la position du point A ; par conséquent tous les rayons réfléchis ne se confondront pas sur l'axe en un foyer unique.

Fig. 871.



2° A mesure que A s'approche de l'axe, $\cos\alpha$ augmente jusqu'à l'unité, et d' diminue jusqu'à OS dont la valeur est donnée par l'équation

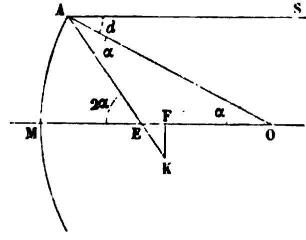
(4) $$\frac{1}{d'} - \frac{1}{d} = \frac{2}{r}.$$

Les rayons qui se réfléchiront aux points voisins de M arriveront sensiblement au même point S; ceux qui tomberont aux bords du miroir, en A, viendront en P$'$. SP$'$ est ce qu'on nomme l'*aberration longitudinale* du miroir. Élevons en S une

perpendiculaire SK jusqu'à la rencontre de AP′ prolongée; ce sera le rayon d'un cercle sur lequel sera concentrée toute la lumière venue de P, et réfléchie par le miroir. SK est l'*aberration latitudinale.*

On peut aisément calculer ces deux aberrations pour le cas où le point P est à l'infini (*fig.* 872). Les formules (3) et (4) donnent

Fig. 872.



$$d'_1 = \frac{r}{2\cos\alpha} = \text{OE},$$

$$d' = \frac{r}{2} = \text{OF},$$

$$d'_1 - d' = \text{FE} = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right).$$

L'aberration latitudinale FK est

$$\text{FK} = \text{FE}\,\text{tang}\,2\alpha = (d'_1 - d')\,\text{tang}\,2\alpha.$$

FOYERS ET IMAGES. — Remplaçons d par PM $- r$ ou $p - r$ et d' par $r - p'$ (*fig.* 871); la formule (4) se confond alors avec l'équation (2): elle devient

$$\frac{1}{r-p'} - \frac{1}{p-r} = \frac{2}{r}, \quad pr + p'r = 2pp',$$

$$(2) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}.$$

Cette formule n'est rigoureusement applicable qu'aux points infiniment voisins de M (*fig.* 871); on l'admet pour toute l'étendue du miroir. Cela est en effet sensiblement réalisé si l'angle d'ouverture α ne dépasse pas 4 à 5 degrés. Mais il ne suffit pas d'avoir prouvé que tous les rayons passent en P′ pour que P′ soit un foyer, il faut qu'ils y arrivent concordants. Cherchons à quelle condition P et P′ doivent satisfaire pour que la somme des chemins parcourus par tous les rayons soit la même et que l'on ait

$$\text{PA} + \text{AP}' = \text{PM} + \text{MP}':$$

$$\text{PA} = \sqrt{\overline{\text{DP}}^2 + \overline{\text{DA}}^2} = \text{DP} + \frac{\overline{\text{DA}}^2}{2\,\text{DP}},$$

et

$$AP' = \sqrt{\overline{DP'}^2 + \overline{DA}^2} = DP' + \frac{\overline{DA}^2}{2\,DP'},$$

en remplaçant AP et AP' dans l'équation de condition,

$$PA + AP' = DP + DP' + \frac{\overline{DA}^2}{2}\left(\frac{1}{DP} + \frac{1}{DP'}\right) = DP + DP' + 2\,MD,$$

$$\frac{\overline{DA}^2}{2}\left(\frac{1}{DP} + \frac{1}{DP'}\right) = \frac{2\,\overline{DA}^2}{2r},$$

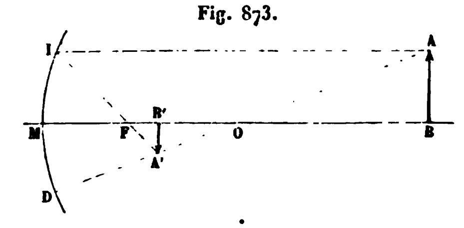
ou approximativement

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r},$$

condition identique à la formule (2); les vitesses vibratoires des rayons s'ajouteront donc au foyer.

Soit un objet lumineux AB (*fig.* 873) dont la dimension est

Fig. 873.



assez petite pour qu'on puisse considérer AO comme égal à OB; joignez AO. Le rayon qui suit cette direction se réfléchit sur lui-même; le foyer de A sera donc sur cette ligne AO qui est un *axe secondaire*. Menez un rayon AI parallèle à l'axe, il donnera un rayon réfléchi IF passant par le foyer principal F. Le foyer de A est à la rencontre de IF avec AO.

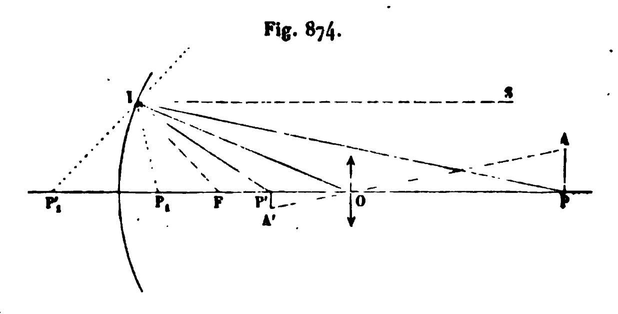
Puisque par hypothèse AO = OB, B fera son foyer dans le plan focal A'B', sur son axe BOB'; tous les points intermédiaires à A et à B feront les leurs entre A' et B', tous les rayons qu'ils envoient, après s'être réfléchis et croisés en ces points, continueront leur route en divergeant, comme si chaque foyer était un point lumineux; comme si A'B' était un objet réel semblable à AB et retourné. A'B' est l'*image réelle* de AB.

Désignons par i et o les dimensions de l'image et de l'objet. On a, en tenant compte du retournement de l'image,

$$(4) \qquad \frac{i}{o} = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{r-p'}{p-r} = -\frac{p'}{p}.$$

DISCUSSION. — On remarquera d'abord que la formule (2) reste la même si on change p en p' et p' en p. Les points P et P' (*fig.* 874) sont donc les foyers conjugués l'un de l'autre.

Fig. 874.



Les positions du foyer et la grandeur de l'image sont données par les formules (2) et (4) qu'on peut écrire

$$p' = \frac{r}{2 - \frac{r}{p}}, \quad \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}.$$

1° Si $p = \infty$, $p' = \frac{r}{2}$ et $i = o$. L'image est au foyer principal F, renversée et infiniment petite.

2° Quand p diminue, p' et i augmentent; l'image approche du centre et grandit.

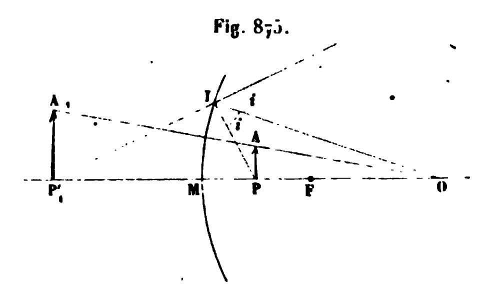
3° Lorsque $p = r$, p' est aussi égal à r, et $i = o$. L'image est au centre, confondue avec l'objet, égale à lui et renversée.

4° p décroissant de r à $\frac{r}{2}$ prend les valeurs qu'avait primitivement p'; alors p' prend les valeurs qu'avait p : il augmente de r à l'infini; l'image, toujours renversée, grandit jusqu'à être infinie.

5° p étant plus petit que $\frac{r}{2}$, p' est négatif et égal à $-\frac{r}{\frac{r}{p} - 2}$.

Cela veut dire que le foyer est derrière le miroir, à une distance $\frac{r}{\frac{r}{p}-2}$ qui décroît avec p jusqu'à zéro; la *fig.* 875 montre qu'alors l'image P'_1A_1 est droite, plus grande que l'objet et vir-

Fig. 875.

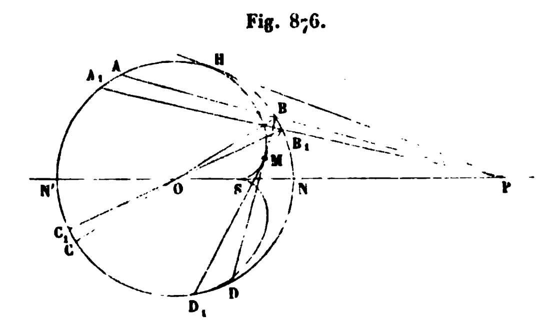


tuelle. Elle diminue et se rapproche jusqu'au sommet M en même temps que P.

Pour vérifier ces divers résultats, il suffit de placer une bougie en face du miroir, à une distance d'abord très-grande qu'on fait peu à peu diminuer. On reçoit les rayons réfléchis sur un petit écran de papier huilé; quand il est sur l'image, les rayons qui la forment sont renvoyés dans tous les sens; elle est alors visible de tous les lieux de l'espace. On constate aisément que sa position est celle que la formule indique.

MIROIR CONVEXE. — On peut répéter sur les miroirs convexes l'étude qui vient d'être faite sur les miroirs concaves. En voici le résultat :

Fig. 876.



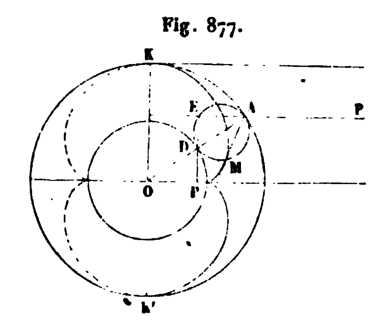
1° Les rayons partis de P, après s'être réfléchis à la partie

antérieure d'une sphère (*fig.* 876), sont tangents à une surface caustique HMS qui est de révolution autour de PS; elle est virtuelle; c'est la développée de toutes les surfaces d'onde réfléchies.

2° Si on désigne par p la distance PB, par $4a$ la corde AB, par p' la longueur BM, on a la relation

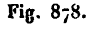
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{1}{a}.$$

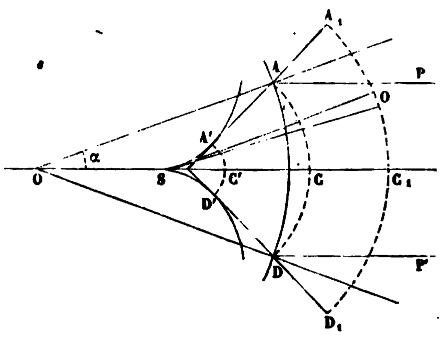
Fig. 877.



3° Dans le cas particulier où le point lumineux est à l'infini, la génératrice de la caustique est une épicycloïde engendrée par le roulement d'un cercle EAM de rayon $\frac{r}{4}$ sur une circonférence OD de rayon $\frac{r}{2}$ (*fig.* 877).

4° Lorsque la surface réfléchissante AD sous-tend un angle 2α très-petit (*fig.* 878), la caustique A'SD' est sensible-


Fig. 878.



ment réduite au point S; les surfaces d'onde à des portions de sphère, et l'œil placé en O reçoit des rayons qui sont dans les mêmes conditions physiques que s'ils venaient du sommet S. On peut dire alors que tous les rayons réfléchis ont un foyer virtuel unique, le point S.

5° Cette condition n'est jamais réalisée absolument; il y a toujours une dissémination des foyers. Si on désigne par α l'angle d'ouverture du miroir et qu'on suppose le point P à l'infini (*fig.* 879), les aberrations longitudinale et latitudinale de sphéricité sont

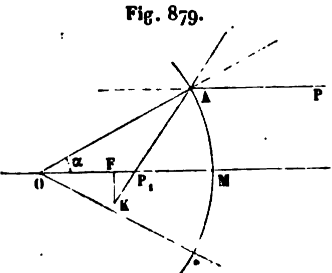


Fig. 879.

$$FP_1 = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right),$$

$$FK = \frac{r}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\tang 2\alpha.$$

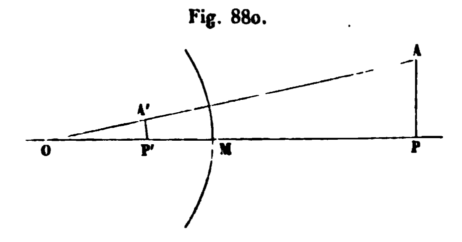
6° Quand la surface réfléchissante est réduite à une ouverture α assez petite pour que l'on puisse admettre que $\cos\alpha = 1$, ces aberrations sont nulles; la distance p' du foyer au sommet du miroir se calcule par l'équation de la caustique

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{r},$$

équation qui se déduit d'ailleurs de celle qu'on a trouvée pour le miroir concave, en changeant le signe du rayon r.

7° L'image A′P′ d'un objet AP est virtuelle, droite et plus petite que l'objet (*fig.* 880). Elle est comprise entre les axes OP, OA qui limitent l'objet. Les équations se réduisent à

Fig. 880.

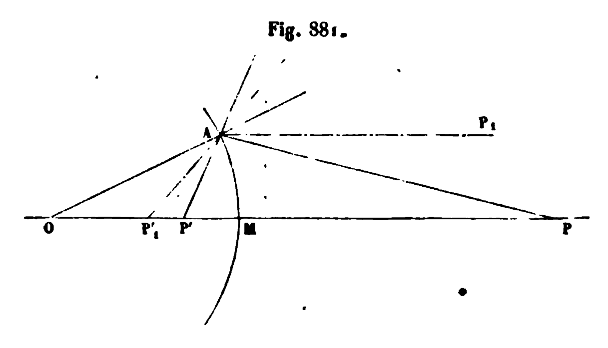


$$p' = -\frac{r}{2 + \frac{r}{p}}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}.$$

Quand $p = \infty$, $p' = -\frac{r}{2}$, le foyer est en P'_1 (*fig.* 881), à la

moitié de OM, et $i = o$. A mesure que p décroît, p' diminue, P et P' se rapprochent l'un de l'autre et i augmente; et quand

Fig. 88₁.



$p = o$, $p' = o$. L'image, d'abord plus petite que l'objet et à la distance $\frac{r}{2}$, finit par se confondre avec lui, en M, en lui devenant égale.

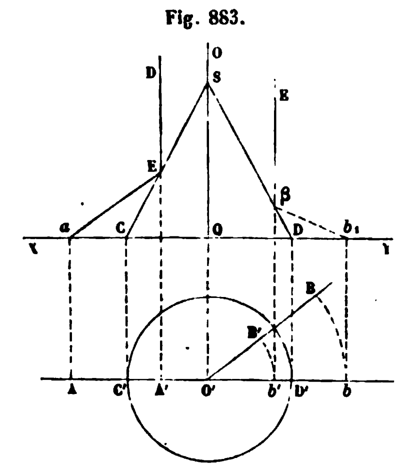
MESURE DES RAYONS DES MIROIRS. — Au moyen des formules qu'on vient de démontrer, on calculera toutes les conditions des miroirs sphériques si on connaît leur rayon de courbure. On déterminera ce rayon par l'effet optique même. Pour le miroir concave, il suffira de l'exposer à la lumière solaire, de mesurer la distance FM du foyer au sommet (*fig.* 88₂), et cette distance sera $\frac{r}{2}$. Quand il s'agit du miroir convexe, on couvre toute sa surface à l'exception de deux points A et B, et on l'expose aux rayons solaires PA, P_1B, les rayons réfléchis AA', BB' partent virtuellement de F qui est à une distance de M égale à $\frac{r}{2}$; on les reçoit sur un écran jusqu'à ce que leur écart A'B' soit double de AB; alors $MM' = MF = \frac{r}{2}$.

Fig. 88₂.

MIROIRS CONIQUES ET CYLINDRIQUES. — La loi de la réflexion,

quand elle est connue, permet de calculer les propriétés de tout miroir dont la forme est définie. Supposons un miroir conique projeté en SCD sur un plan vertical et en O′C′D′ sur le plan horizontal (*fig.* 883). S'il est posé sur un carton peint, l'œil, placé sur l'axe OO′ à l'infini, verra par réflexion une image toute déformée de la peinture. Mais on peut dessiner sur le carton une figure déformée de telle sorte qu'étant vue dans le miroir, elle représente un objet régulier et connu.

Fig. 883.



Soient A′, B′,... des points de l'objet tels qu'on veut les voir; on se propose de chercher où doivent être placés les points correspondants A, B,... du dessin qu'il faut tracer sur le carton. Commençons par A′ qui est sur la ligne AO′ parallèle à la ligne de terre : il est vu suivant DE, il provient d'un rayon incident *a*E; et si on projette *a* en A, A est le point du dessin dont l'image est vue en A′. Pour un point quelconque B′, on commence par le rabattre en *b*′; β est la projection verticale de *b*′; le rayon incident serait $b_1\beta$; b_1 correspond à *b*, et en rabattant *b* en B sur O′B′, on a en B le point qui sera vu en B′. En répétant la même construction pour un grand nombre de points, on dessinera l'*anamorphose* qui, étant vue par réflexion, représentera le tableau régulier. On traitera aisément de la même manière le cas des miroirs cylindriques.

LENTILLES.

MILIEU INDÉFINI. — Supposons qu'un point lumineux P (*fig.* 884) envoie un rayon PA dans un milieu d'indice *n*, limité par une surface concave AC de rayon *r*; il se réfractera suivant AA′ comme s'il venait du point F dont on va chercher la position.

Soient PA = L, PO = l; on a dans le triangle POA

$$l = L \frac{\sin i}{\sin \alpha};$$

soient de même FA = F et FO = f,

$$f = F \frac{\sin r}{\sin \alpha};$$

en éliminant $\sin \alpha$,

$$\frac{l}{f} = n \frac{L}{F}.$$

Des triangles POA et FOA on peut tirer les valeurs de L et de F, et les remplacer dans l'équation précédente :

$$\frac{l^2}{f^2} = n^2 \frac{l^2 + r^2 + 2lr\cos\alpha}{f^2 + r^2 + 2fr\cos\alpha}.$$

Cette équation fera connaître f quand l sera connu. f change avec α; on en tire plusieurs conséquences :

Fig. 884.

1° Tous les rayons réfractés ne passeront pas par un foyer unique.

2° Il y aura des bords au centre une double aberration de sphéricité.

3° Tous les rayons réfractés seront tangents à une surface caustique qui sera la développée des ondes réfractées.

4° L'œil, s'il était dans le milieu, verrait l'image du point P

sur le prolongement jusqu'à la caustique des rayons qui lui arrivent.

5° Si l'angle α est toujours assez petit pour que l'on puisse considérer son cosinus comme égal à l'unité, F devient un foyer unique pour tous les rayons réfractés, et la relation précédente se réduit à

$$\frac{l}{f} = n\frac{l+r}{f+r}.$$

Remplaçons l par PC $- r$ ou par $p - r$ et f par $\varpi - r$,

$$\frac{p-r}{\varpi - r} = n\frac{p}{\varpi},$$

(1) $$\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varpi}\right).$$

Concordance des rayons au foyer. — Avec ces restrictions il y a un foyer unique F, et les surfaces d'onde réfractées sont des sphères dont le centre est en F, c'est-à-dire que la propagation se fait comme si le milieu réfringent était prolongé jusqu'en F et qu'il y eût en F dans ce milieu un point lumineux.

On peut retrouver la même formule en cherchant quel point F il faudrait prendre dans ce milieu pour que la lumière qu'il envoie sur les divers points de AC eût une différence de marche constante ou nulle avec celle qu'y apporte le point P placé dans l'air. On a

$$\text{PA} = \sqrt{\overline{\text{PD}}^2 + \overline{\text{AD}}^2} = \text{PD} + \frac{\overline{\text{AD}}^2}{2\,\text{PD}},$$

$$\text{FA} = \sqrt{\overline{\text{FD}}^2 + \overline{\text{AD}}^2} = \text{FD} + \frac{\overline{\text{AD}}^2}{2\,\text{FD}}.$$

Pendant que la lumière parcourt FA dans l'air, elle parcourrait FA $\frac{v}{v'}$ ou nFA dans le milieu; il faut donc que PA $- n$FA soit constant pour tous les points de AC, et, par suite, égal à la valeur qu'il prend pour le point C ou à PC $- n$FC,

$$\begin{aligned}\text{PD} - n\text{FD} + \frac{\overline{\text{AD}}^2}{2\,\text{PD}} - n\frac{\overline{\text{AD}}^2}{2\,\text{FD}} &= \text{PC} - n\text{FC} \\ &= \text{PD} - n\text{FD} - (n-1)\text{DC};\end{aligned}$$

et, en remarquant que $DC = \frac{\overline{AD}^2}{2r}$,

$$\frac{\overline{AD}^2}{2PD} - n\frac{\overline{AD}^2}{2FD} = -(n-1)\frac{\overline{AD}^2}{2r};$$

enfin, en remplaçant PD par p et FD par ϖ,

$$\frac{1}{p} - \frac{n}{\varpi} = -\frac{(n-1)}{r},$$

ce qui est la formule (1).

Supposons maintenant que le milieu soit terminé par une surface A'C' de rayon r' tournant sa convexité du même côté que AC et à une distance négligeable de AC. F sera un point lumineux dans le premier milieu; il enverra des rayons FA' qui se réfracteront dans l'air. La formule (1) sera applicable; seulement il faudra changer p en ϖ, n en $\frac{1}{n}$, et r en r',

$$\frac{1}{r'} - \frac{1}{\varpi} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'}\right),$$

$$\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = n\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\varpi}\right).$$

On élimine la distance du foyer intermédiaire ϖ entre cette formule et l'équation (1),

$$(2) \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

Dans tous ces calculs les distances sont comptées positivement à gauche des points C, C' et négativement à droite.

On fera sur cette formule une première observation. Si on retourne la lentille, il faudra changer les signes des deux rayons r et r', et les deux courbures de place; par conséquent, remplacer $\frac{1}{r}$ par $-\frac{1}{r'}$ et $-\frac{1}{r'}$ par $+\frac{1}{r}$: la formule restera identique et la lentille exercera les mêmes actions dans les deux sens.

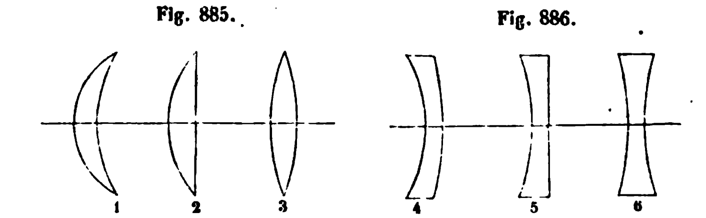
LENTILLES CONVERGENTES ET DIVERGENTES. — Si le centre de la lentille est épais et les bords plus minces (*fig.* 885), le rayon

antérieur r est négatif; le rayon postérieur peut être négatif, mais il est toujours plus grand que r (n° 1, n° 2), ou bien il est positif (n° 3); dans les deux cas, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$ est nécessairement négatif. On peut représenter par $-\frac{1}{f}$ le deuxième membre de l'équation (2) qui devient

$$(3) \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = -\frac{1}{f}.$$

Au contraire les lentilles peuvent être plus minces au milieu

Fig. 885. Fig. 886.



qu'aux bords (*fig.* 886). Alors l'un des rayons de courbure, le premier, est nécessairement positif; le second r' peut être positif, mais plus grand que r (n° 4, n° 5), ou bien il est négatif (n° 6). Dans tous les cas, $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$ est une quantité positive; le second membre de l'équation se remplacera par $+\frac{1}{f}$,

$$(4) \qquad \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

Si $p = \infty$, les foyers dans les deux classes de lentilles se nomment *foyers principaux;* leurs distances sont données par les équations (3) et (4) :

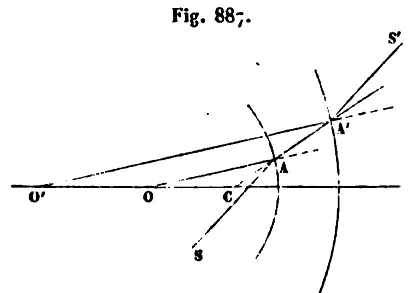
$$p' = -f, \quad p' = f.$$

Dans les lentilles à centre épais il est négatif, c'est-à-dire dirigé du côté opposé à celui d'où vient la lumière; c'est un foyer réel; la lentille est convergente. Dans le second cas, p' est positif; le foyer est placé à gauche, du côté même où vient la lumière; il est virtuel, la lentille est divergente. Nous

discuterons séparément les effets de ces deux classes de lentilles.

CENTRE OPTIQUE. — Soient O, O′ les centres des surfaces antérieure et postérieure de la lentille (*fig.* 887). Menons deux lignes parallèles OA′ et OA et joignons AA′ par une droite qui rencontrera l'axe en C. Ce point se nomme le *centre optique*. Il est déterminé par l'équation

Fig. 887.



$$\frac{OC}{OO'} = \frac{OA}{O'A' - OA},$$

$$\frac{OC}{r' - r - e} = \frac{r}{r' - r},$$

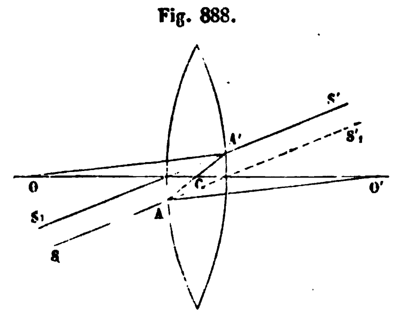
$$OC = r - \frac{er}{r' - r}.$$

On voit d'abord que OC est indépendant de la direction particulière des lignes O′A′, OA; C est donc un point fixe. Si la lentille est biconcave ou biconvexe, avec des courbures égales, r' et r sont égaux et de signe contraire, et dans les deux cas $r - r'$ se remplace par $\pm 2r$,

$$OC = r \pm \frac{e}{2};$$

le centre optique est au milieu de l'épaisseur de la lentille (*fig.* 888). Dans tous les autres cas, comme l'épaisseur e est négligeable, on peut encore dire que le point C est l'intersection de cette lentille avec son axe de figure OO′.

Fig. 888.

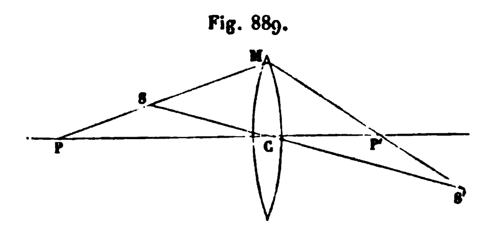


Réciproquement, si on mène par le centre optique une ligne CAA′ quelconque, elle rencontrera les deux surfaces en des points A et A′ pour lesquels les normales O′A et OA′ seront parallèles. Par conséquent, si un rayon incident SA se réfracte

suivant AA′, il sortira de la lentille suivant A′S′ parallèle à SA: la réfraction sera presque normale; les rayons AS et A′S′ seront presque confondus; leur écart sera négligeable; on pourra les considérer comme passant tous deux en C, et l'on peut dire que « tout rayon qui passe par le point C est un axe secondaire et traverse la lentille sans déviation. » C'est la propriété caractéristique du centre optique.

FOYERS DES POINTS PLACÉS SUR UN AXE SECONDAIRE. — Soient S un point lumineux pris hors de l'axe, SC son axe secondaire,

Fig. 889.



SM un rayon incident quelconque qui se réfracte en MS′ et donne son foyer en S′. Nous pouvons poser approximativement $SM = SC = p_1$, $S'M = S'C = p'_1$.

Les rayons incident et réfléchi coupent l'axe principal en P et en P′, dont les distances en C sont p et p', entre lesquelles on a par la formule des lentilles,

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

En vertu du théorème des transversales, quand une sécante SS′ coupe en deux segments chacun des trois côtés d'un triangle PMP′, le produit de trois d'entre eux qui n'ont pas d'extrémité commune est égal à celui des trois autres :

$$SP \times CP' \times MS' = P'S' \times SM \times PC,$$

ou

$$(p - p_1)\, p'\, p'_1 = (p' - p'_1)\, p_1\, p,$$

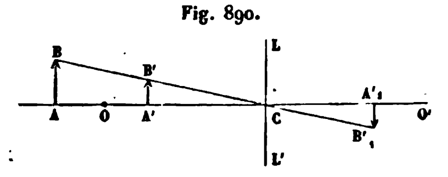
$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}.$$

Il y a donc la même relation entre les distances à la lentille des points lumineux et de leurs foyers, qu'ils soient ou non

placés sur l'axe principal; mais il faut remarquer qu'il ne s'agit ici que des rayons émis par S dans le plan diamétral SMC : ceux qui n'y sont point compris ne satisfont pas à cette loi, et c'est à eux qu'il faut attribuer les perturbations que les images éprouvent aussitôt qu'on s'éloigne de l'axe.

IMAGES. — Soient AB un objet lumineux (*fig.* 890) et LL' une lentille dont le centre optique est C et l'axe OO'. Le point A, qui est placé sur l'axe à une distance p, fait son foyer à une distance p', en A'

Fig. 890.



ou en A'_1, suivant qu'il est virtuel ou réel et on a entre p et p' la relation

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \pm \frac{1}{f}.$$

Du point B menons l'axe secondaire BC, et puisque le rayon BC ne subit pas de déviation, le foyer de B se trouvera sur BC. Si de plus l'angle ACB est assez petit pour qu'on puisse considérer AC comme égal à CB, le foyer de B sera en B' ou en B'_1 à une distance $B'C = A'C$ ou $B'_1C = A'_1C$. Si on désigne, comme précédemment, par i et o les grandeurs de l'image et de l'objet,

$$\frac{i}{o} = \pm \frac{p'}{p}. \quad (5)$$

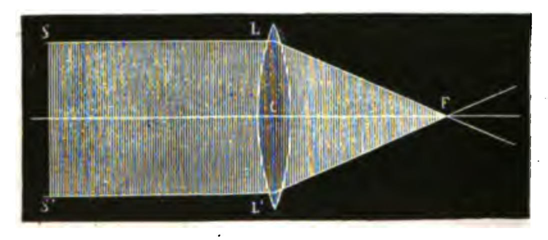
DISCUSSION. — Considérons d'abord une lentille convergente. Convenons de prendre les valeurs de p' et de f positivement du côté opposé à p : les formules (3) et (5) deviennent

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f}, \quad \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}.$$

Ce sont les mêmes que celles d'un miroir concave dans lequel $\frac{r}{2}$ serait égal à f. Il n'y a qu'à répéter les résultats de la discussion faite p. 721, en y ajoutant la construction des rayons réfractés.

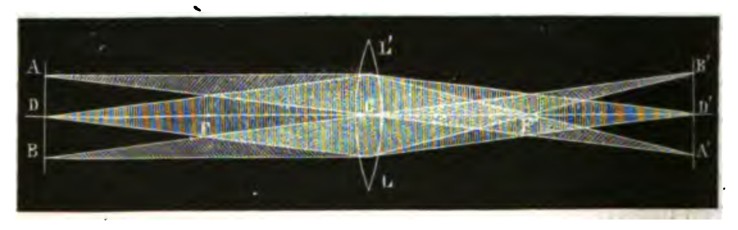
1° Un point lumineux à l'infini envoie des rayons parallèles à l'axe qui se rencontrent au foyer principal F (*fig.* 891).

Fig. 891.



2° Un objet AB est placé entre l'infini et le foyer F (*fig.* 892). Par le point A on mène l'axe secondaire AC et un rayon AL' parallèle à l'axe; celui-ci donne le rayon réfracté L'F' qui passe au foyer F' et rencontre l'axe secondaire au point A';

Fig. 892.



A' est le foyer de A. On construit de même le foyer B' de B; celui de D est en D'. L'image est réelle et renversée. Si le point D est à une distance DC double de CF, la formule (3) donne

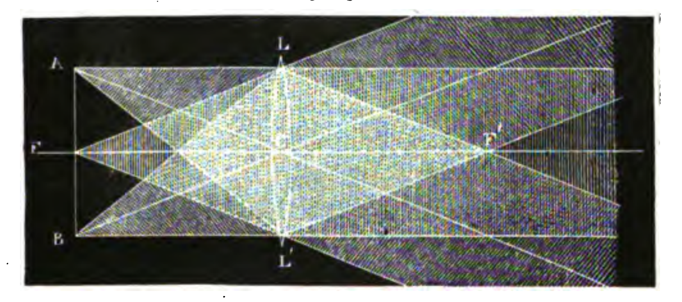
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f};$$

donc le foyer et le point lumineux sont à la même distance $2f$ de la lentille, et l'image est alors égale à l'objet. Si l'objet AB, d'abord plus éloigné que D, se rapproche, l'image, d'abord plus petite que l'objet, s'éloigne, grandit, atteint et dépasse la grandeur de l'objet.

3° L'objet AB étant au foyer F (*fig.* 893), AL = CF' et le rayon réfracté LF' est parallèle à l'axe secondaire AC; tout

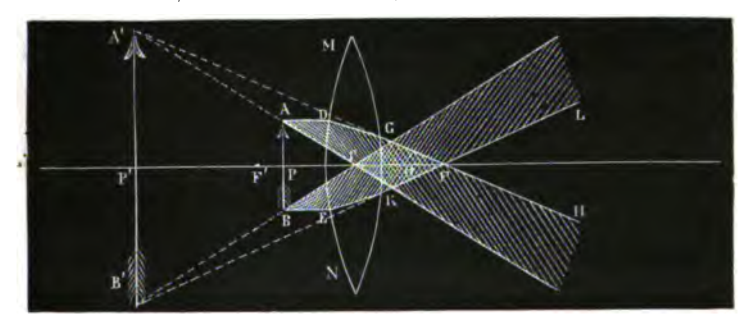
le faisceau LAL′ se transforme en un cylindre de rayons parallèles à l'axe AC. Il en est de même de tous les points de l'objet AB, l'image est infinie et infiniment éloignée.

Fig. 893.



4° AB étant entre le foyer et la lentille (*fig.* 894), AD est plus petit que CF, les rayons émergents divergent; leur foyer

Fig. 894.



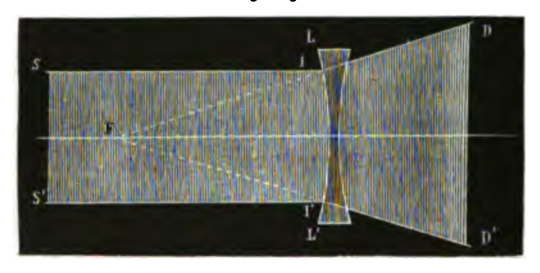
est virtuel, en A′. Il en est de même de B : l'image est en A′B′, virtuelle, droite et agrandie. Nous reviendrons sur ce cas particulier.

LENTILLE CONCAVE. — Les formules qui correspondent à ce cas sont les mêmes que celles des miroirs convexes. p' étant positif du même côté que l'objet, on a

$$p' = \frac{f}{1 + \frac{f}{p}}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}.$$

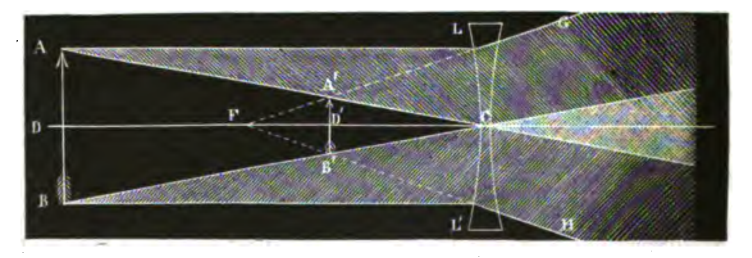
1° Lorsque $p = \infty$, $p' = f$, $i = o$ (*fig.* 895), les rayons réfractés divergent comme s'ils partaient du foyer F.

Fig. 895.



2° L'objet étant en AB, on construit le foyer A' (*fig.* 896) en menant de A : 1° l'axe secondaire AC; 2° un rayon AL parallèle à l'axe DC. Après sa réfraction, celui-ci passe par le foyer F et l'image de A est à la rencontre de AC et de GF. On construit de même en B' le foyer de B, et l'image de l'objet est en A'B'; elle est droite, virtuelle, plus petite que l'objet.

Fig. 896.



Quand AB se rapproche, les conditions de la figure restent les mêmes; seulement l'image et l'objet se rapprochent de la lentille où ils viennent se confondre, à la limite, en grandeur et en position.

MESURE DES FOYERS. — La puissance d'une lentille est mesurée par sa distance focale principale,

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

On peut calculer f si on connaît n, r et r'. Mais il vaut mieux

la mesurer par l'expérience. A cet effet, on reçoit sur la lentille la lumière solaire. Si elle est convergente, on mesure la distance du foyer réel à la surface ; si elle est divergente, on opère comme pour les miroirs convexes. On la couvre d'un carton, à l'exception de deux points I et I' (*fig.* 895). On reçoit les deux lumières réfléchies par ces deux points sur un carton DD' qu'on éloigne jusqu'à ce que leur écart soit double de celui des points I et I'. Alors la distance du carton à la lentille est égale à la distance focale *f*.

QUATRE-VINGT-ONZIÈME LEÇON.

DES INSTRUMENTS D'OPTIQUE.

Instruments simples. — Chambre obscure. — Mégascope. — Méthode générale de projection. — Microscope solaire. — Phares. — Loupe. — Divers modèles.

Instruments composés. — Conditions générales. — Cas des lunettes. — Diaphragme. — Réticule. — Axe optique. — Double tirage. — Anneau oculaire. — Grossissement. — Clarté. — Lunette terrestre. — Lunette de Galilée. — Télescopes de Newton, de Gregori, de Cassegrain, de M. Foucault.

Microscope. — Conditions physiques. — Oculaire. — Angle d'ouverture. — Conditions mécaniques. — Grossissement, sa mesure. — Microscope binoculaire.

Achromatisme. — Pouvoir dispersif. — Achromatisme des lentilles. — Procédé de Frauenhofer. — Impossibilité d'un achromatisme complet. — Trois lentilles. — Achromatisme des prismes. — Diasporamètres de Rochon, de Boscowitch, de Brewster. — Oculaire d'Huyghens, de Ramsden.

Les instruments fondés sur les propriétés des lentilles se distinguent en instruments simples ou composés, suivant qu'ils sont formés d'un seul ou de plusieurs verres convergents ou divergents.

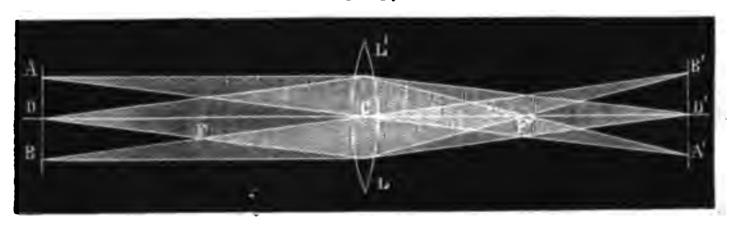
INSTRUMENTS SIMPLES.

Ceux-ci se divisent eux-mêmes en deux classes, selon qu'ils forment des foyers réels ou virtuels ; nous commençons par les premiers.

Tout objet AB placé devant une lentille convergente donne en A'B' une image réelle et renversée (*fig.* 897). Si l'objet se rapproche depuis l'infini jusqu'au double $CD = 2f$ de la distance focale principale, l'image A'B' s'éloigne depuis le foyer F' jusqu'à cette même distance $CD' = 2f$, et grandit depuis zéro

jusqu'à être égale à l'objet. AB se rapprochant de D jusqu'à F, l'image s'éloigne depuis D′ jusqu'à ∞, et A′B′, d'abord égale à AB, grandit jusqu'à être infinie.

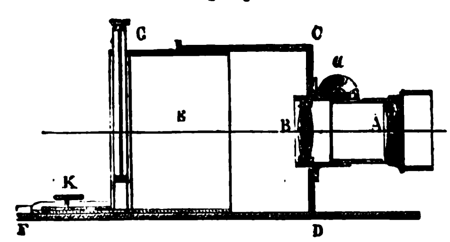
Fig. 897.



CHAMBRE OBSCURE. — Plaçons LL′ au volet d'une chambre obscure, tous les objets extérieurs AB formeront leur image renversée au foyer conjugué A′B′; elle sera diminuée quand ces objets seront au delà de F, et si l'on place un écran en A′B′ il diffusera cette image qui deviendra visible de tous les points placés en avant.

La chambre obscure est l'appareil essentiel de la photographie; le modèle adopté (*fig.* 898) se compose d'une lentille

Fig. 898.

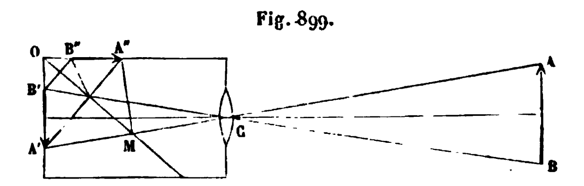


achromatique B qui est fixe et d'une seconde A qui est mobile au moyen d'un pignon *a*. En superposant ces deux lentilles on diminue la distance focale, puisqu'elles ajoutent leur convergence; et en faisant mouvoir l'une d'elles, on change un peu cette distance, ce qui permet de mettre l'image exactement au point. La caisse est composée de deux parties, l'une CD qui est immobile, l'autre E qui entre dans CD en glissant dans une charnière; elle se fixe à l'endroit voulu par une vis K. Enfin, en G est une glace dépolie sur laquelle on voit se peindre

l'image des objets extérieurs, glace qu'on enlève à volonté, et qu'on remplace au moment de l'opération par le châssis contenant la plaque impressionnable.

Avant l'invention de la photographie on dessinait sur le verre G l'image des objets en suivant leur contour avec un crayon. Il était important de redresser ces images. On y parvenait de diverses manières; la plus simple était de les rendre horizontales en disposant au fond de la chambre une glace OM inclinée à 45 degrés (*fig.* 899). L'image ne se formait pas

Fig. 899.

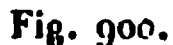


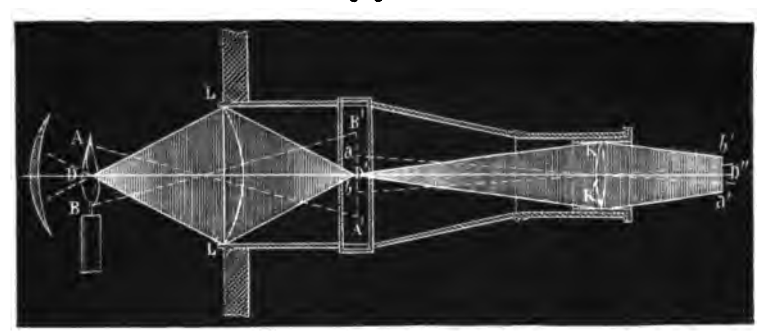
en B'A', mais en A"B", comme un dessin étalé sur une table horizontale; et il dépendait de l'observateur de se placer convenablement pour la voir droite.

MÉGASCOPE. — Si on met un objet quelconque en AB (*fig.* 897) tout près du foyer, qu'on l'éclaire vivement par le soleil après l'avoir renversé, il donnera, sur le fond de la chambre obscure, une image redressée A'B', très-grossie et par conséquent moins éclairée. Cet instrument, qu'on nomme *mégascope*, n'a aucun usage.

MÉTHODE GÉNÉRALE DE PROJECTION. — Tout objet transparent ou translucide peut donner à travers une lentille une image agrandie et réelle qu'on projette sur un écran. La disposition est en général la suivante (*fig.* 900). LL' est une première lentille très-convergente qui est destinée à concentrer en B'A' soit les rayons solaires, soit ceux d'une lampe photo-électrique, soit la lumière de Drummond ou d'une lampe ordinaire AB. En B'A' l'instrument est percé d'une fente rectangulaire verticale dans laquelle on introduit ou un verre sur lequel ont été dessinés des objets ou, le plus souvent, une image photographique positive sur collodion. Ces images *ab*, quelle que soit leur nature, sont fixées verticalement et ren-

versées; elles reçoivent toute la lumière concentrée dans la fente B'A' et la laissent passer ou l'arrêtent proportionnellement à la transparence de chaque point. En KK' est une lentille achromatique dont le foyer est un peu après l'objet *ab*; elle donne de cet objet une image agrandie, redressée, qu'on reçoit sur un écran afin de la diffuser dans tous les sens et de la rendre visible à une assemblée nombreuse. On met au point en déplaçant un peu la lentille KK' au moyen d'un pignon et d'une crémaillère.


Fig. 900.



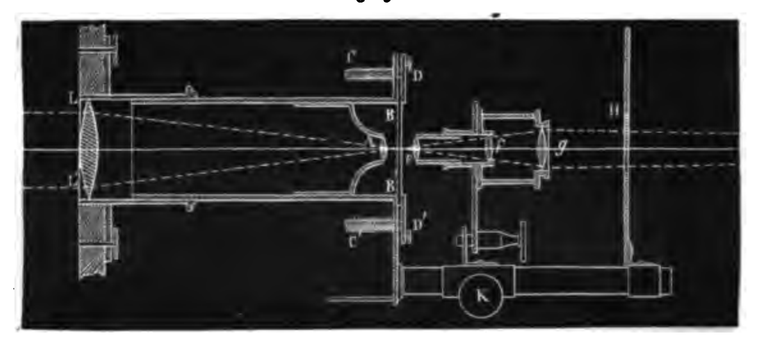
Cet appareil a été inventé par le P. Kircher, sous le nom de *lanterne magique*. L'éclairement se faisait avec une lampe, et les objets projetés étaient peints sur verre avec des couleurs transparentes. Quelquefois les peintures étaient faites sur plusieurs verres superposés, les uns fixes, les autres qu'on déplaçait, ce qui permettait d'animer les tableaux projetés. En éloignant la lanterne de l'écran ou en la rapprochant et en déplaçant en même temps la lentille KK', on pouvait agrandir ou diminuer les images comme si les objets marchaient vers l'observateur ou s'éloignaient de lui.

On fait aujourd'hui une utile application de cette méthode en projetant sur un tableau dans les cours publics les images photographiées des objets trop petits pour être montrés à plusieurs personnes à la fois. On les éclaire par la lampe de Drummond ou par un régulateur électrique.

Le microscope solaire (*fig.* 901) n'est qu'un cas particulier de cet instrument général. La lumière solaire fixée par un

héliostat est concentrée d'abord par LL', ensuite par A, sur un double verre BB' où sont placées les pièces microscopiques qu'on veut étudier; la lentille de projection est formée par la superposition de trois verres achromatiques *e*, *f*, *g*, produi-

Fig. 901.



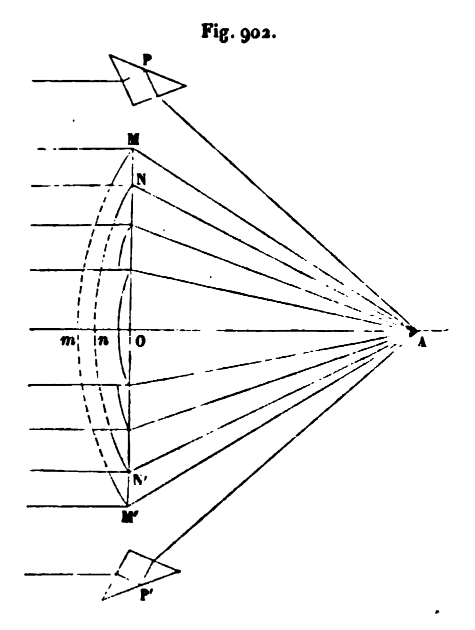
sant le même effet qu'un seul; on les approche ou on les éloigne de l'objet au moyen d'une crémaillère et d'un pignon K, jusqu'à ce que l'image soit nette sur l'écran.

PHARES. — Tout point lumineux A (*fig.* 902) placé au foyer d'une lentille M*m*M' fait son image à l'infini. Tous les rayons qu'il envoie dans le cône MAM' et qui, sans la lentille, iraient en se disséminant dans l'espace, sont transformés en un cylindre lumineux dont la base est MM', qui ne s'affaiblit que par le défaut de transparence de l'air. Fresnel a heureusement profité de cette propriété pour l'éclairage des côtes. La difficulté était d'obtenir de très-grandes lentilles et d'éviter le poids énorme que leur donnerait la grande épaisseur O*m* de leur milieu. Il a songé à ne garder que leurs bords MN, M'N' et à remplacer le milieu par des anneaux de plus en plus petits, appartenant à des lentilles M*m*M', N*n*N',..., qui ont le même foyer A. Enfin, la partie centrale est formée, quand elle est devenue très-petite, par une seule lentille O.

En A est une lampe où l'huile monte par un mouvement d'horlogerie; elle est ordinairement formée de deux, trois ou quatre mèches concentriques avec des courants d'air qui circulent entre chacune d'elles, et qui sont déterminés par

l'appel d'une cheminée en verre. Pour ne perdre aucune lumière, Fresnel a disposé en haut et en bas des prismes à

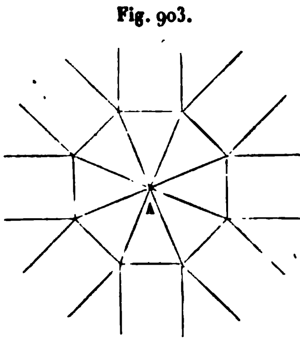
Fig. 902.



réflexion totale P et P' qui renvoient les rayons parallèlement à l'axe AO.

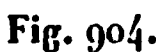
Le phare tout entier est une grosse lanterne prismatique dont la base est un polygone régulier. S'il est à huit pans (*fig.* 903), il a huit systèmes de lentilles et de prismes, et envoie dans l'espace huit cylindres lumineux qui portent à 10 ou 15 lieues; mais comme ils sont séparés par des espaces prismatiques non éclairés, on a donné à l'appareil un mouvement de rotation uniforme. Chaque point de l'horizon reçoit la lumière à des intervalles qui varient d'un phare à l'autre, et permettent de reconnaître le lieu de la côte que l'on aborde. Les éclats successifs sont séparés par des éclipses.

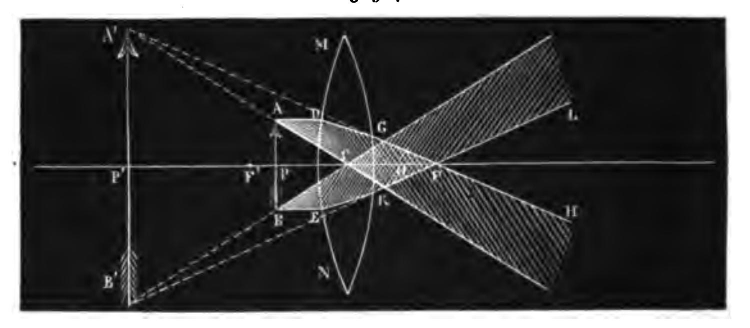
Fig. 903.



Dans ces dernières années M. Reynaud, directeur de l'administration des phares, a remplacé au cap la Hève l'éclairage à l'huile par celui de la lumière électrique. Celle-ci est fournie par la machine magnéto-électrique de la compagnie *l'Alliance*, et un régulateur de M. Serrin remplace la lampe centrale. Le succès de cette substitution a été complet. La dépense n'a point été augmentée et la quantité de lumière versée sur la mer a été considérablement accrue.

LOUPE. — J'arrive maintenant à l'emploi qu'on a fait des images virtuelles pour observer et grossir les objets très-déliés (*fig.* 904).


Fig. 904.



Soient MN la lentille, F' son foyer; on place en AB, entre la lentille et ce foyer, tout près de lui, l'objet qu'on veut observer. Un rayon AC, qui passe par le centre optique, traverse la lentille sans déviation. AD, parallèle à l'axe, suit la route ADGF et passe par le foyer principal F. AC et GF divergent, mais sont censés partir du foyer virtuel A'. De même, les rayons envoyés par B seront, après la réfraction, dans les mêmes conditions que s'ils partaient de B', et l'œil placé en O verra en A'B' l'image droite et grossie de AB.

La formule de la lentille donne, pour le cas où le foyer est virtuel, c'est-à-dire où p' est négatif,

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{f}, \quad \frac{i}{o} = \frac{p'}{p} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Le grossissement G est égal au rapport de la grandeur de l'i-

mage à celle de l'objet,

$$G = \frac{i}{o} = 1 + \frac{p'}{f}.$$

Pour que l'on voie distinctement l'image, il faut que sa distance à l'œil O soit égale à la vision distincte Δ ou qu'on ait

$$p' = OP' - OC = \Delta - d;$$

donc

$$G = 1 + \frac{\Delta - d}{f}.$$

Ce grossissement est maximum si $d = 0$, c'est-à-dire si l'œil est contre la loupe, il devient

$$G = 1 + \frac{\Delta}{f}.$$

En général, les loupes ont une distance focale f beaucoup plus petite que Δ; $\frac{\Delta}{f}$ est assez grand pour qu'on puisse négliger l'unité dans le second membre, et le grossissement s'exprime approximativement par

$$G = \frac{\Delta}{f}.$$

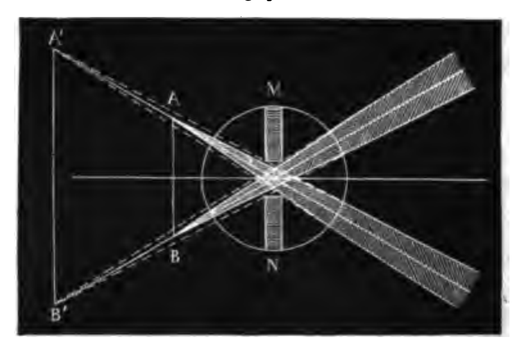
On obtient directement cette relation en considérant les deux triangles APC, A'P'C' qui donnent, en supposant P confondu avec F', ce qui est sensiblement vrai,

$$G = \frac{A'P'}{AP} = \frac{P'C}{PC} = \frac{\Delta}{f}.$$

Puisque le grossissement est en raison inverse de f, il faut des lentilles à courbures très-prononcées; mais alors elles ont de grandes aberrations de sphéricité et on ne voit distinctement que dans l'axe. Le mieux est de superposer plusieurs lentilles peu convergentes et de les séparer par un diaphragme. Ce système, nommé *doublet*, imaginé par Wollaston, ne laisse passer que les rayons voisins de l'axe. Il donne un fort grossissement qui dépend de la distance du point lumineux, de celle des verres et de leurs longueurs focales.

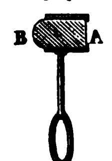
On fait des doublets très-simplement en creusant dans une sphère une gorge MN (*fig.* 905) et la remplissant d'une ma-

Fig. 905.



tière opaque. Les seuls rayons venant d'un point quelconque A qui traversent la masse sont peu obliques aux faces extrêmes, l'appareil n'a que très-peu d'aberration, mais son champ est très-étendu. On réalise les mêmes conditions par la loupe de Stanhope qui est un cylindre AB plan-convexe (*fig.* 906). On fixe en A les objets qu'on veut voir, et on regarde par B; la vision se fait comme si l'objet A était dans le verre.

Fig. 906.



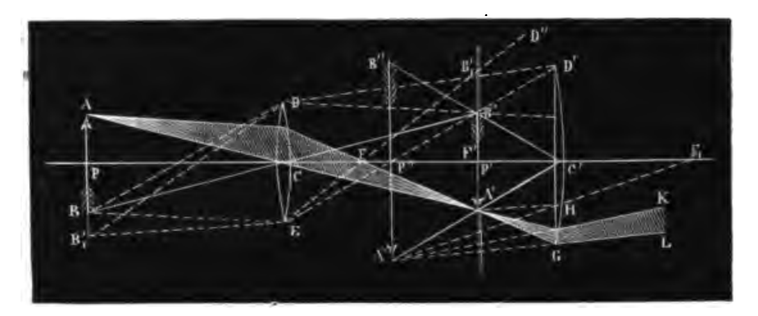
INSTRUMENTS COMPOSÉS.

Les lunettes, les microscopes et les télescopes sont construits sur un plan commun qu'on va étudier généralement (*fig.* 907).

En DE est une première lentille nommée *objectif*. Tout objet lumineux AB placé en avant d'elle, plus loin que la distance focale principale, fait une image réelle et renversée en A'B'. Tous les rayons partis d'un point tel que A se croisant en A' divergent ensuite en continuant leur route, comme si A' était un point lumineux réel; et les mêmes conditions étant réalisées pour toutes les parties de l'image A'B', on peut la considérer comme un véritable objet émettant de la lumière.

Dès lors on peut la regarder à travers une loupe GD'. On construit comme précédemment la marche des rayons. Parmi tous ceux qui partiraient d'un point réel A', on choisit l'axe secondaire A'C' qui ne se dévie pas, puis un rayon A'H, parallèle à l'axe, qui, après la réfraction, passerait par le foyer F_1; on joint F_1H qu'on prolonge jusqu'à la rencontre de C'A'

Fig. 907.



en A", et A" est le foyer conjugué de A'. La figure montre comment le cône des rayons DAC se concentre d'abord en A', diverge ensuite suivant le faisceau en HA'G; celui-ci se réfracte en HK, GL comme si les rayons venaient de A". Si l'œil est derrière la loupe et qu'il reçoive ces rayons, il verra l'image en A" et il la verra distinctement quand elle sera à la distance de la vision distincte.

En résumé, l'instrument composé se borne à faire une image réelle très-rapprochée de l'observateur qui la regarde avec une loupe. Étudions avec soin les propriétés de cet appareil, en commençant par le cas des lunettes.

DIAPHRAGME. — On fixe dans le plan focal A'B' une lame de métal noirci, percée en son milieu d'une ouverture circulaire. En même temps que l'image, l'œil voit distinctement les bords de cette ouverture qui encadrent le champ de vision. Il faut la placer nécessairement dans ce plan focal, car son contour est confus si on l'éloigne ou qu'on la rapproche. Il faut en outre que l'ouverture soit limitée au cône intérieur tangent à

DE et à D'G. En effet le cône des rayons réfractés qui proviennent du point B a son sommet en B'; il est tout entier recueilli par l'oculaire D'G et peut entrer dans l'œil. Le cône qui part de B_1 se réfracte en DB'_1E et se continue par $D''B'_1D'$; il n'entre ni dans la lentille ni dans l'œil. Le tableau focal des points compris entre B et B_1, qui se place entre B' et B'_1, offre donc un éclat décroissant que l'on évite en limitant le diaphragme au point B' sur la ligne ED' menée par les limites des deux verres.

Réticule. — Deux fils d'araignée croisés sont ordinairement tendus sur le diaphragme. On les voit en même temps que A'B' puisqu'ils sont superposés à cette image. Soit P' leur point de croisement; la ligne CP' qui joint ce point au centre optique C de l'objectif est *l'axe optique* de l'instrument.

Le point P de l'objet visé qui est situé sur le prolongement de cet axe fait son foyer sur la ligne qui le joint à C, c'est-à-dire en P', et réciproquement, si l'image de P est en P', P sera sur l'axe. Il suffira donc d'amener l'image d'un point en P' pour conclure que ce point est dans la direction de l'axe optique, et les déplacements angulaires qu'il faudra donner à cet axe pour voir successivement l'image de plusieurs points en P' seront les angles sous lesquels on voit ces points du lieu de l'observation.

L'axe optique peut être déplacé et réglé à volonté en déplaçant le réticule. D'autre part, toute lunette a un axe géométrique, celui qui passe par les centres des collets égaux sur lesquels elle est supportée, c'est aussi celui dont on mesure la direction sur les cercles divisés dont tout instrument d'optique géométrique est pourvu. Il faut faire coïncider ces deux axes. Pour cela on fait tourner la lunette sur ses collets, c'est-à-dire autour de son axe géométrique, et l'axe optique décrivant un cône, on voit la croisée des fils parcourir un cercle sur les points du tableau focal, cercle dont le rayon diminue et finit par s'annuler quand on déplace l'axe optique jusqu'à le faire coïncider avec l'axe géométrique.

Soit α l'angle sous-tendu par le fil du réticule vu du centre optique de l'objectif. Tout déplacement de l'axe de la lunette supérieur à cet angle détruira la coïncidence apparente du

point visé avec le fil réticulaire. La précision de la visée est donc en raison inverse de cet angle; elle est par conséquent proportionnelle à la longueur de la lunette et inverse de la largeur des fils.

Il est essentiel que le tableau focal et le réticule soient dans le même plan; si celui-ci est en arrière, on voit les points du tableau se porter vers la gauche quand on incline la tête à droite; s'il est en avant, c'est le contraire, et lorsque la coïncidence est parfaite, il n'y a point de parallaxe des fils. On comprend la nécessité d'établir cette coïncidence : on y parvient comme il suit.

TIRAGE. — Pour voir distinctement les fils du réticule et le diaphragme, il faut que leur image virtuelle donnée par la loupe soit à la distance de vision distincte, et celle-ci étant variable pour les divers individus doit pouvoir être changée : il y a un tirage qui permet de le faire. En second lieu il faut que l'ensemble de la loupe, du diaphragme et des fils puisse être, à chaque observation, amené sur l'image A'B', qui varie avec la distance PC de l'objet visé; il faut donc un second tirage indépendant du premier et qui commande l'oculaire et le réticule.

ANNEAU OCULAIRE. — Tous les rayons que reçoit la lunette peuvent être considérés comme partant de l'objectif, et cet objectif peut être assimilé à un objet lumineux; soit R son rayon. Il donnera derrière l'oculaire une image de rayon r. Cette image sera un cercle plus petit que l'oculaire, une espèce d'anneau minimum à travers lequel viennent passer tous les rayons qui sont entrés par l'objectif et sont sortis par l'oculaire, parmi lesquels sont tous ceux qui ont été envoyés dans la lunette par les points contenus dans le champ de vision. C'est dans cet anneau qu'il faut mettre l'œil pour recevoir le plus de lumière possible : c'est *l'anneau oculaire*.

On calcule sa place par la formule des lentilles, en remplaçant p par la longueur L de l'instrument :

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{L} = \frac{L - f}{Lf}.$$

Le rapport $\frac{r}{R}$ de son rayon à celui de l'objectif sera égal à $\frac{p'}{p}=\frac{p'}{L}$:

$$\frac{r}{R}=\frac{p'}{L}=\frac{f}{L-f}.$$

GROSSISSEMENT. — L'objet AB est vu à l'œil nu sous un diamètre apparent, égal à $\frac{AB}{PC}$ ou $\frac{A'B'}{P'C}$ ou $\frac{i}{L-f}$. Si on regardait l'image A′B′ à l'œil nu, à la distance de la vision distincte, on la verrait sous l'angle $\frac{i}{\Delta}$. Examinée avec la loupe, cet angle sera multiplié par le grossissement $\frac{\Delta}{f}$ de cette loupe; il deviendra

$$\frac{i}{\Delta}\cdot\frac{\Delta}{f}=\frac{i}{f};$$

le grossissement total sera le rapport des angles sous lesquels on voit l'image et l'objet, angles qui sont $\frac{i}{f}$ et $\frac{i}{L-f}$:

$$G=\frac{L-f}{f},$$

donc

$$G=\frac{R}{r}.$$

Le grossissement est égal au rapport du rayon de l'objectif à celui de l'anneau oculaire. On le détermine comme il suit.

On braque la lunette sur le ciel et on place devant l'oculaire un micromètre divisé sur verre, qu'on observe avec une loupe. Il reçoit toute la lumière qui sort de la lunette et qui trace sur le micromètre un cercle d'illumination dont on observe le diamètre. On cherche la position pour laquelle ce diamètre est minimum : c'est celui de l'anneau oculaire; on le mesure, et alors le rapport de R à r est le grossissement. Cette méthode est due à Ramsden.

CLARTÉ. — On peut se demander si les objets perdent ou gagnent de l'éclat étant regardés avec une lunette. Soient E, S

et d l'éclat, la surface et la distance d'un objet; $\frac{ES}{d^2}$ est la lumière qu'il envoie sur l'unité de surface, et $\pi\frac{ES}{d^2}p^2$ celle que reçoit la pupille si son rayon est p :

$$L = \pi \frac{ES}{d^2} p^2.$$

La lunette reçoit, de ce même objet, à travers la surface πR^2 de son objectif, une quantité de lumière L',

$$L' = \pi \frac{ES}{d^2} R^2.$$

L' est évidemment plus grand que L.

En général, la pupille est plus petite que l'anneau oculaire; elle ne recevra pas la totalité de cette lumière L', mais seulement une fraction égale à $L'\frac{p^2}{r^2}$ ou

$$L'' = \pi E \frac{SR^2}{d^2 r^2} p^2.$$

Mais d'autre part la surface apparente de l'objet croît proportionnellement au carré du grossissement linéaire; elle était $\frac{S}{d^2}$, elle devient $\frac{SR^2}{d^2 r^2} = \frac{S'}{d^2}$. On peut écrire la formule précédente

$$L'' = \pi \frac{ES'}{d^2} p^2,$$

ce qui exprime la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie S' qu'on voit dans la lunette. Son éclat est égal à E; il n'a donc point changé quand l'anneau oculaire est plus grand que la pupille.

S'il est plus petit, c'est-à-dire dans les très-forts grossissements, la totalité de lumière L' pénètre dans l'œil : on peut écrire

$$L' = \pi \frac{ES}{d^2} R^2 = \pi \left(\frac{Er^2}{p^2}\right)\left(\frac{SR^2}{d^2 r^2}\right) p^2 = \pi \left(\frac{Er^2}{p^2}\right) \frac{S'}{d^2} p^2.$$

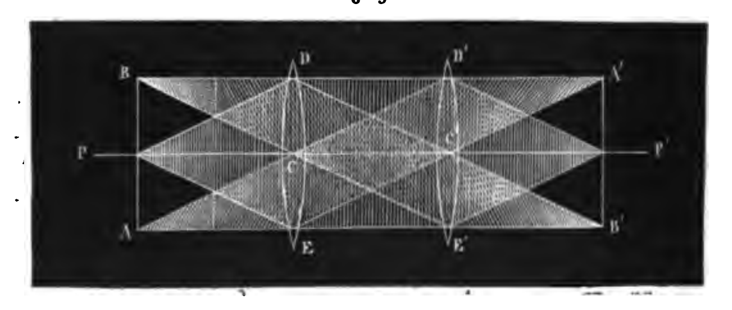
C'est la quantité de lumière envoyée dans la pupille par la surface agrandie $S' = \frac{SR^2}{r^2}$; son éclat est $\frac{Er^2}{p^2}$; il a diminué dans le rapport de r^2 à p^2. On voit comment le grossissement des lunettes est limité, puisque l'éclairement décroît aussitôt que l'anneau oculaire devient égal ou inférieur à la pupille. Cette limite est atteinte pour un grossissement linéaire de 16 fois si la pupille a 3 millimètres de diamètre et l'objectif 5 centimètres, il se recule à 30 fois si l'objectif a 10 centimètres, et pour atteindre 300 fois il faudrait 1 mètre de diamètre.

Pour un observateur dont la pupille a 2 millimètres, les grossissements qu'on peut atteindre sans diminuer l'éclat sont égaux à 25, 50, 500, quand les diamètres de l'objectif sont de 50, 100, 200 millimètres.

Quand on dépasse cette limite, on voit diminuer progressivement l'éclat de tous les objets qui ont une étendue apparente. Mais comme une étoile ne grossit point, le seul effet de la lunette est d'augmenter dans le rapport de R^2 à p^2 la proportion de la lumière envoyée à l'œil. D'autre part, l'éclat général du ciel décroît de r^2 à p^2, et pour une double raison l'étoile paraît plus brillante. Conséquemment, il faut observer avec des grossissements excessifs quand on veut découvrir des étoiles faibles, avec des grossissements modérés si l'on veut étudier les détails d'objets étendus qui ne sont pas à l'infini et qui sont peu éclairés.

LUNETTE TERRESTRE. — Dans ces lunettes les objets sont vus

Fig. 908.

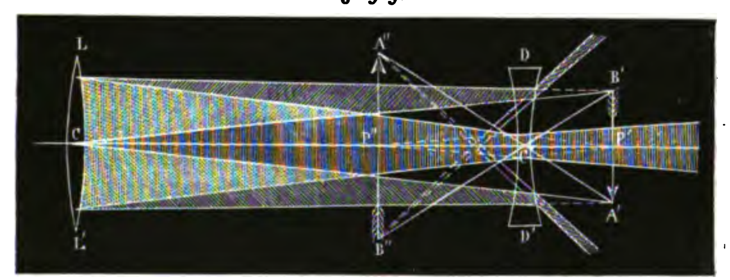


renversés, ce qui est sans importance pour les astres, mais

ce qui a beaucoup d'inconvénients quand on observe sur la terre. On redresse les images au moyen de deux lentilles égales et parallèles, DE, D'E' qu'on interpose entre l'objectif et l'oculaire (*fig.* 908). BA est l'image renversée donnée par l'objectif; elle est au foyer de DE. Les rayons partis de P se transforment en un faisceau parallèle DD'EE' que la deuxième lentille concentre en un foyer P'. Du point B partent des rayons qui deviennent parallèles à l'axe secondaire BC et se concentrent ensuite en un foyer B' sur l'axe DC' parallèle à BC. On aura donc en A'B' une image, égale à AB; mais elle est redressée, c'est celle qu'on observe avec une loupe.

L'oculaire de Galilée donne directement les images droites (*fig.* 909); il est formé par une lentille concave DD' placée

Fig. 909.



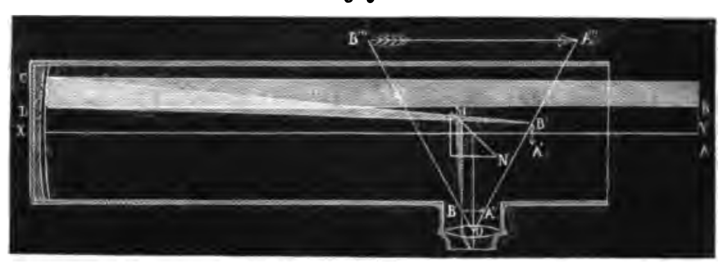
avant l'image renversée A'B' que formerait l'objectif LL'. Les rayons dirigés vers B' deviennent divergents dans DD' comme s'ils partaient de B''. Ceux qui aboutissaient en A' divergeront de même comme s'ils venaient de A'' situé sur l'axe A'C'. Finalement il n'y a point d'image réelle, mais il y en a une en A''B'', qui est virtuelle, redressée et agrandie. En plaçant convenablement DD', elle se forme à la distance de la vision distincte.

TÉLESCOPES.

Ce sont des lunettes dans lesquelles on remplace l'objectif par un grand miroir concave. Soit AB un objet situé au loin, CD le miroir, A'B' l'image renversée (*fig.* 910). Herschel dirigeait l'appareil de façon que cette image se fît sur le bord du

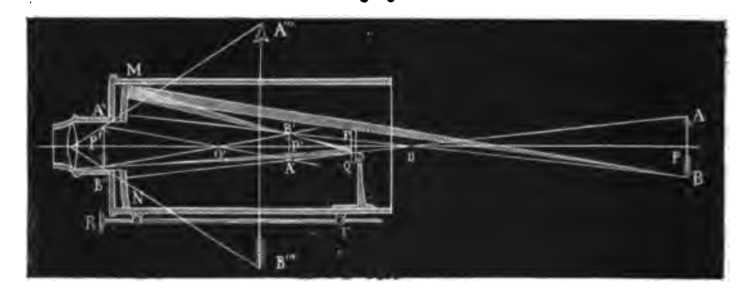
tube au fond duquel était le miroir, et il l'observait directement avec une loupe. Newton plaçait en MN, avant l'image, un miroir vertical incliné à 45 degrés sur la direction de l'axe XY, et il obtenait ainsi une image A″B″ qu'il examinait avec l'oculaire O fixé sur un tube de tirage horizontal.

Fig. 910.



Gregori a imaginé de percer d'un trou le centre du miroir et de recevoir les rayons sortis de l'image A′B′ sur un second miroir concave PQ, très-petit, dont le centre est en O′, et qui donne une seconde image A″B″ agrandie, doublement renversée, et, par conséquent, droite au foyer conjugué de A′B′. Cette image change de place en même temps que le miroir PQ, et celui-ci est mobile par une vis de rappel R*r*. L'oculaire est fixe devant A″B″ (*fig.* 911).

Fig. 911.

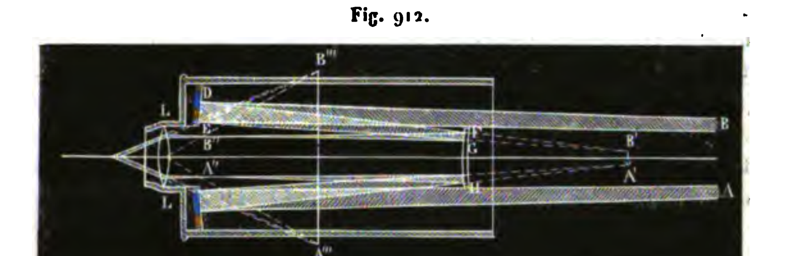


Enfin Cassegrain remplace le miroir concave par un miroir convexe FH placé avant l'image A′B′, ce qui diminue la longueur de l'appareil et forme une image agrandie A″B″ (*fig.* 912).

L'avantage spécial de ces instruments consiste dans la propriété qu'ont les miroirs de produire des images absolument

achromatiques, et comme il est aisé de leur donner de grandes

Fig. 912.

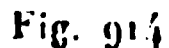


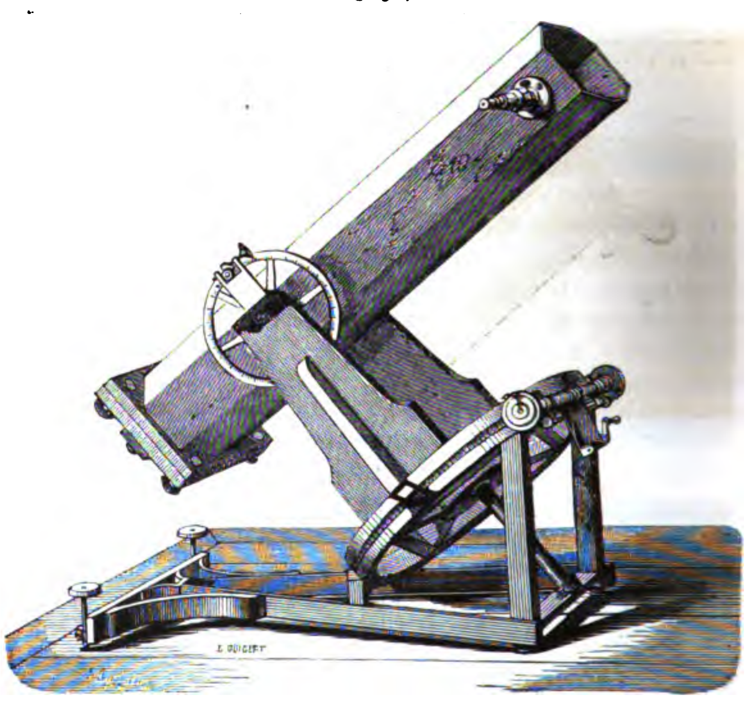
dimensions, on peut leur imposer des grossissements consi-

Fig. 913.



dérables. M. Foucault a réalisé tout récemment des perfectionnements remarquables en fabriquant des miroirs de verre dont il retouche la surface jusqu'à l'amener à la forme paraboloïdale. Il les argente ensuite pour leur donner un plus grand pouvoir réflecteur, et il les dispose à la manière de Newton. Les images sont reçues sur un prisme à réflexion totale et observées avec des microscopes. On voit (*fig.* 913) la disposition que M. Secretan a donnée aux télescopes destinés


Fig. 914



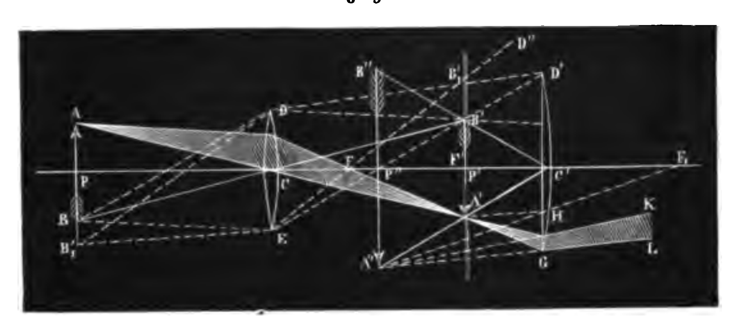
à examiner les objets terrestres. La *fig.* 914 montre comment on les monte sur un équipage parallactique.

MICROSCOPE.

CONDITIONS PHYSIQUES. — Les lunettes étant destinées à observer des objets inaccessibles, l'image A'B' (*fig.* 915) se for-

mait en des endroits variables avec les distances de ces objets, et il fallait que la loupe oculaire fût portée par un tuyau de tirage. Le microscope est dans des conditions opposées; on peut toujours approcher l'instrument des objets qu'on veut étudier et régler sa distance de telle sorte que l'image de AB se fasse en A′B′, au plan focal où il faut qu'elle soit pour être vue nettement par l'observateur, quelle que soit sa distance de vision distincte. Il n'y a donc pas besoin de tirage, aussi le microscope est-il un appareil dont les verres sont fixes, mais dont la distance aux objets est variable.

Fig. 915.

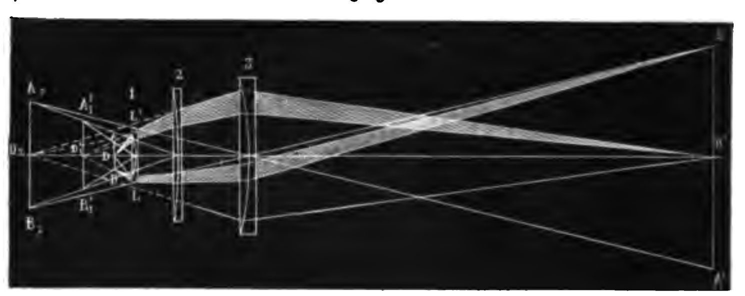


La longueur de l'instrument peut être quelconque; plus elle sera grande, plus l'image A′B′ sera éloignée de AB, et plus le grossissement sera fort. Il n'est pas commode cependant d'augmenter outre mesure cette longueur : on va le comprendre. A mesure que l'objet s'approche du foyer principal de l'objectif DE, l'image A′B′ s'éloigne, d'abord lentement, ensuite très-rapidement jusqu'à l'infini, de façon que les moindres différences dans la distance de l'objet AB déterminent des changements de places énormes de l'image A′B′; or comme les objets qu'on regarde ont toujours une épaisseur, bien qu'elle soit petite, on ne verrait distinctement à la fois que les points situés rigoureusement dans une section plane AB. Il vaut donc mieux réduire la longueur de l'appareil et augmenter la puissance de l'objectif.

Cet objectif est composé de deux ou trois lentilles achromatiques très-petites, superposées et séparées par des dis-

tances réglées expérimentalement (*fig.* 916). La première LL' (n° 1) reçoit les rayons de l'objet placé en AB, diminue leur

Fig. 916.



divergence, forme en D_1 un foyer virtuel de D et en A_1B_1 l'image de AB. La deuxième (n° 2) continue cet effet et forme l'image en $A_2D_2B_2$; la troisième enfin (n° 3) produit une dernière image A'B' qui est réelle, renversée et en face de l'oculaire. Le grossissement de A'B' sera d'autant plus grand que la distance de D à LL' sera plus petite, qu'on aura mis un plus grand nombre de lentilles et qu'elles seront plus fortes. La pratique seule indique aux constructeurs les conditions de courbure et de distance qu'ils doivent donner aux trois lentilles. En général, tout microscope est accompagné de plusieurs systèmes d'objectifs numérotés d'après leur degré de puissance. On a représenté (*fig.* 916) la marche des rayons partant du milieu D et d'un point B de l'objet.

L'angle LDL', que font les rayons extrêmes en arrivant sur la lentille, se nomme l'angle d'ouverture de l'instrument. Plus il est grand, plus l'instrument reçoit de lumière de chaque point D. Il est important qu'il en reçoive beaucoup pour que l'image A'B' soit vive; mais pour que les rayons extrêmes DL et DL' fassent leurs foyers au même point que les rayons centraux, il faut que les lentilles soient rigoureusement exemptes d'aberration de sphéricité, condition très-difficile à remplir.

Pour diminuer cette aberration, Amici a imaginé d'immerger la première lentille LL' dans un liquide. On couvre l'objet qu'on veut examiner d'un verre mince; on en approche la len-

tille LL', et entre ce verre et cette lentille on met une goutte d'eau distillée. De cette façon, le cône des rayons LDL' est très-peu dévié à travers la première lentille, le premier foyer D_1 est tout près de D, l'aberration est très-faible et le microscope supporte un angle d'ouverture considérable.

M. Nachet joint a ses objetifs une lentille dite de correction. Comme les diverses pièces de cet objectif doivent être réglées par la pratique de manière à donner le meilleur effet, une des lentilles est portée sur un tube de longueur variable qui permet de l'éloigner ou de la rapprocher à volonté. Il faut, par exemple, la mettre en des points différents suivant que l'objet observé est ou n'est pas couvert d'un verre, ou bien suivant que l'épaisseur de ce verre change. L'observateur a la faculté de chercher la meilleure combinaison de distance.

Quant à l'oculaire, c'est invariablement le système négatif d'Huyghens; on fera bientôt connaître sa construction et les conditions de son achromatisme.

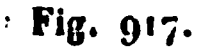
CONDITIONS MÉCANIQUES. — La forme et la disposition des microscopes varient suivant les temps, les pays et les constructeurs ; nous représentons (*fig.* 917) l'un des plus parfaits, celui de M. Nachet. Le corps de l'instrument est en BC ; il se meut de haut en bas dans une coulisse qu'on fait marcher par une crémaillère et un pignon A. Le porte-objet est en E; il est fixe. Comme il arrive souvent que pendant les observations l'objectif B rencontre le porte-objet et le brise, on l'a fixé à l'extrémité d'un tube rentrant, à ressort; par ce moyen il remonte dans le corps du microscope, quand on vient par mégarde à trop l'abaisser.

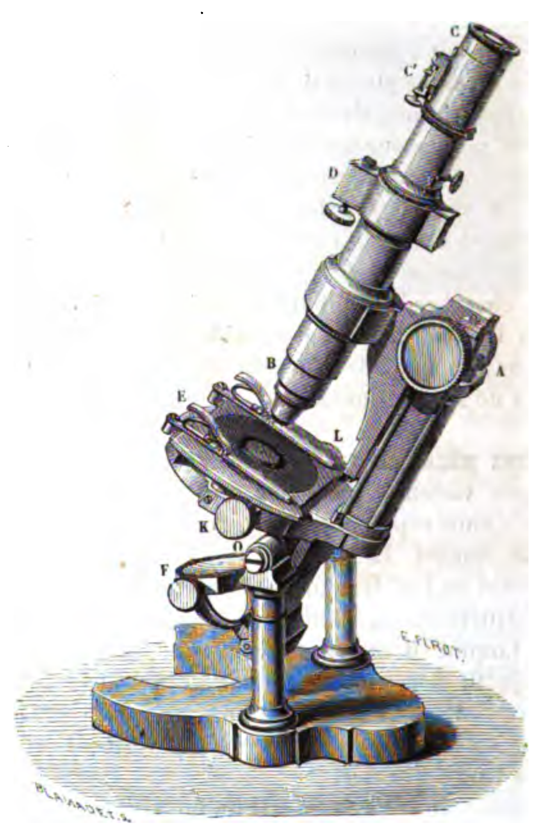
Le pignon A donne à l'appareil un mouvement rapide ; pour achever la mise au point, une vis D, à pas très-serré, fait marcher l'oculaire très-lentement jusqu'à ce qu'on voie distinctement l'image.

Les objets sont placés sur la plate-forme E, entre deux verres que maintiennent, par une légère pression, deux règles à ressort. Les vis K et L transportent lentement la plate-forme dans deux sens rectangulaires, afin d'amener l'objet dans le champ de l'oculaire.

L'éclairement de cet objet est l'une des conditions essen-

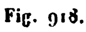
tielles du microscope. On l'obtient par un miroir concave F. qui est mobile dans tous les sens, sur lequel on reçoit la


Fig. 917.



lumiere des nuées ou d'une lampe ou d'un verre dépoli fortement illuminé, et qui la concentre, suivant l'axe de l'instrument, sur les objets qu'on veut observer. Comme ceux-ci sont toujours très-minces, ils sont presque transparents, et chaque détail de leur organisation intérieure transmet cette lumière comme s'il était lumineux lui-même. Au-dessous du porte-objet se voit (*fig.* 918) un diaphragme P qui permet de faire varier la quantité de lumière. Souvent on la concentre

par des systèmes de lentilles, comme dans le microscope solaire. Enfin, l'appareil s'incline autour d'un axe horizontal O,


Fig. 918.



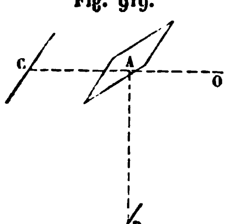
et l'observateur, suivant sa commodité, lui donne la direction qu'il veut.

GROSSISSEMENT. — On ne peut plus mesurer le grossissement du microscope comme on le fait pour les lunettes. On se sert de la chambre claire. Soit AB l'axe de l'instrument que je suppose vertical (*fig.* 919). En A est une glace réfléchissante percée d'un trou très-petit. Par ce trou l'œil voit l'image d'une règle divisée C, et par les bords celle d'un micromètre divisé en

centièmes de millimètre, qui est sur le porte-objet et qui est grossi par l'instrument. Ces images paraissent confondues.

En cherchant les traits qui coïncident, on observe que m centièmes de millimètre de B, grossis G fois par l'instrument, occupent l'étendue de n millimètres de la règle C.

Fig. 919.



$$\frac{m}{100}G = n, \quad G = \frac{100\,n}{m}.$$

On peut donc calculer le grossissement linéaire G.

On voit au sommet de l'instrument, au-dessous de l'oculaire (*fig.* 918), en C', un appareil muni d'une vis micrométrique. Il permet d'introduire au foyer de l'oculaire un micromètre divisé sur verre en centièmes de millimètre, qu'on règle par la vis jusqu'à en voir distinctement les traits. On place en E sur le porte-objet un micromètre pareil dont l'image, grossie G' fois par l'objectif, coïncide avec celui qui est en C'. On trouve que m' divisions grossies du second occupent n' divisions du premier.

$$m'G' = n', \quad G' = \frac{n'}{m'}.$$

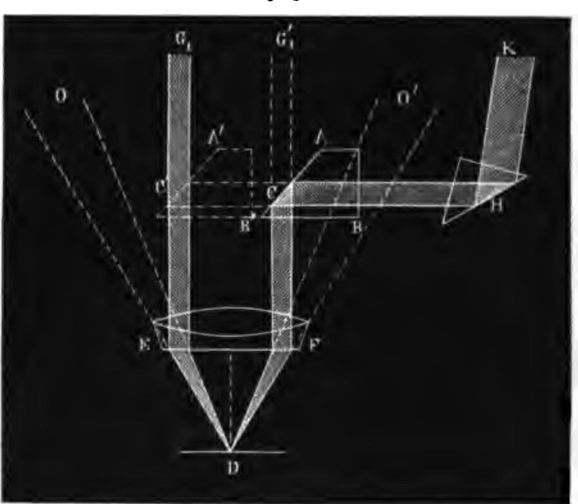
Cela fait connaître, pour un instrument donné, le grossissement de l'objectif; c'est tout ce qu'il est utile de connaître. En effet, on aura le grossissement total G en multipliant G' par le grossissement de l'oculaire. En second lieu, si l'on veut avoir la grandeur d'un objet, on le met sur le porte-objet et on le compare au micromètre C'. S'il occupe n' divisions, sa grandeur réelle m' est $\frac{n'}{G'}$.

C'est par ce procédé qu'on trouve, par exemple, le diamètre des globules du sang. Il y a encore une autre méthode qui consiste à placer ces globules en E (*fig.* 918) sur le micromètre même du porte-objet, et à voir combien elles couvrent de divisions de cet étalon.

MICROSCOPE BINOCULAIRE. — On verra bientôt que le concours des deux yeux est nécessaire pour produire la sensation du

relief. Or, dans le microscope, l'observation est monoculaire et il y a de fréquentes illusions sur la forme. M. Nachet a réalisé très-simplement un instrument qui montre les objets aux deux yeux, comme si, étant grossis par l'appareil, on les voyait avec les deux yeux à la distance de la vision distincte (*fig.* 920).

Fig. 920.



Soit D un point de l'objet, O, O' les deux yeux; O le verra suivant le cône DO, O' suivant DO'; il faut faire en sorte que, par l'intermédiaire du microscope, O et O' reçoivent encore les mêmes faisceaux sous les mêmes angles, de façon que les conditions de vision restent les mêmes et qu'il n'y ait que le grossissement de plus. Partis de D les rayons traversent l'objectif EF qui les transforme en deux faisceaux presque parallèles, puisqu'ils vont concourir à former l'image de D en avant de l'oculaire. On reçoit les rayons EG_1 dans un premier tube qui les apporte à l'œil armé d'un oculaire; les autres rayons FG'_1 se réfléchissent en C et en H dans deux prismes, et pénètrent dans un deuxième tube HK et dans un deuxième oculaire pour arriver ensuite à l'œil O'. Ces deux tubes ont un angle égal à celui des axes optiques des deux yeux regardant à la distance de la vision distincte, c'est-à-dire un angle égal à ODO', et en résumé

les deux yeux voient l'objet D grossi, mais sous les mêmes perspectives que s'ils le voyaient en réalité sans microscope. La sensation des reliefs et des creux est alors saisissante. En transportant le prisme AB en A'B', le faisceau FG'₁ est reçu par l'œil O, et le faisceau EG₁, réfléchi deux fois, pénètre dans

Fig. 921.

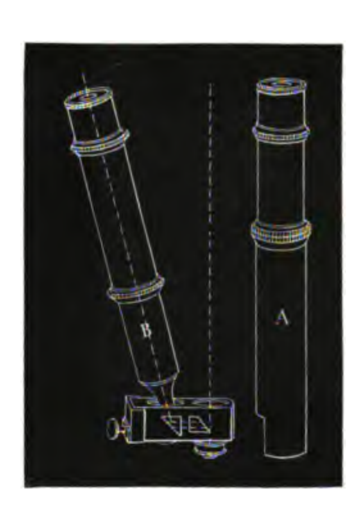
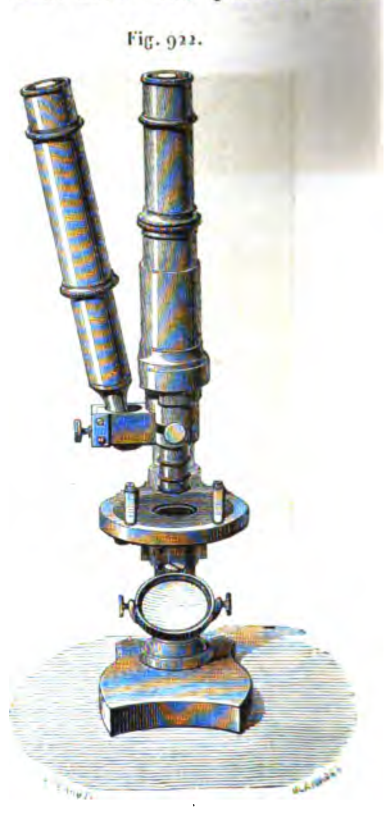


Fig. 922.



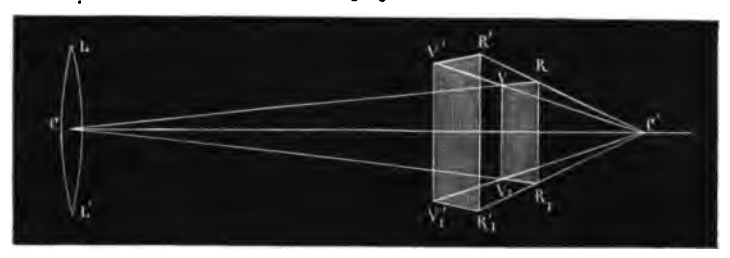
l'œil O'. La perspective des deux yeux est retournée et les conditions de relief renversées; on a une vue pseudoscopique de l'objet. On voit (*fig.* 922) l'apparence extérieure de l'appareil.

ACHROMATISME.

S'ils étaient construits comme nous venons de le dire, les instruments dioptriques composés donneraient des images iri

sées. Tout objet blanc rayonne en effet les diverses couleurs superposées vers l'objectif LL' (*fig.* 923) et celui-ci forme autant

Fig. 923.



d'images distinctes $RR_1, \ldots, VV_1$ qu'il y a de lumières simples. Celle du rouge, qui est la moins réfrangible, est la plus éloignée en RR_1; le violet fait la sienne en VV_1, et les couleurs intermédiaires, entre VV_1 et RR_1. La loupe oculaire placée en C' fera voir ensuite en $R'R'_1$ l'image virtuelle agrandie de RR_1 et en $V'V'_1$ celle de VV_1. En résumé, tout point de l'objet se verra suivant un spectre R'V' d'autant plus étalé qu'il sera plus éloigné de l'axe. L'image générale manquera de netteté, et partout où il y aura des variations d'intensité, il y aura des couleurs. On remédie à ces graves inconvénients de deux manières : 1° en construisant des objectifs achromatiques, lesquels donnent sensiblement dans le même plan focal les images RR_1, VV_1 du rouge et du violet, 2° en corrigeant par des oculaires composés la petite dispersion que laissent subsister ces objectifs. Nous allons nous occuper de ces objectifs et de ces oculaires; mais auparavant nous commencerons par comparer les diverses substances réfringentes sous le rapport de la faculté qu'elles possèdent de disperser les diverses couleurs simples.

POUVOIR DISPERSIF. — Dans l'effet d'un prisme il y a deux choses à considérer : 1° la déviation moyenne δ_1 du rayon jaune; 2° l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes rouge et violet, et que l'on nomme *angle de dispersion*. Si l'on construit plusieurs prismes avec une même substance, la déviation moyenne et la dispersion sont toujours proportionnelles. Il n'en est point ainsi quand on change la matière réfringente. On peut tailler deux prismes de flint et de crown, sous des

angles A et A' tels, ou bien qu'ils produisent une même déviation moyenne δ_1 et une dispersion $\delta_7 - \delta_1$ très-inégale, ou bien une dispersion égale et une déviation différente. Si on superpose ces prismes en sens opposé, l'effet total est la différence des actions individuelles, et il arrive, dans le premier cas, que le faisceau n'est plus dévié et reste coloré dans le sens du prisme de flint; dans le second, que le faisceau est dévié dans le sens déterminé par le crown, mais qu'il n'est plus coloré. Il est achromatisé.

On fait ordinairement l'expérience avec le prisme à liquide (*fig.* 924), composé de deux faces latérales parallèles et bien

Fig. 924.



dressées, entre lesquelles s'inclinent à frottement deux parois de glace EF, BC. L'angle de ces faces a son sommet vers le bas; il est mesuré par une graduation que F et C parcourent. On place entre elles un deuxième prisme A dirigé dans un sens contraire taillé dans du flint; on remplit l'intervalle avec de l'eau ou avec tout autre liquide; on reçoit sur l'appareil un faisceau solaire très-mince, et il est facile de trouver par tâtonnement deux situations de la lame EF, l'une pour laquelle la dispersion est détruite sans que la déviation le soit, l'autre qui donne un rayon dispersé mais non dévié.

Cela prouve que, toutes choses égales d'ailleurs, la disper-

sion suit des lois spéciales et qu'il y a lieu de la comparer dans les diverses substances. On nomme *pouvoir dispersif* le rapport de l'angle $\delta_7 - \delta_1$ que font les rayons extrêmes à la déviation δ_4 du rayon moyen jaune. Ainsi défini, ce rapport serait variable avec l'angle réfringent du prisme; mais, comme il varie peu, on peut le regarder comme sensiblement constant. Voici un tableau dressé par le docteur Brewster : il faut le considérer comme une simple approximation, destinée à mettre en lumière le fait qui nous occupe.

Chromate de plomb..........	0,400
Réalgar fondu................	0,267
Huile de cassia..............	0,139
Soufre, phosphore............	0,130
Sulfure de carbone...........	0,115
Huile de girofle..............	0,062
Flint-glass..................	0,052
Flint-glass..................	0,048
Huile de lavande.............	0,045
Baume du Canada............	0,045
Spath (rayon ordinaire)......	0,040
Diamant.....................	0,038
Alun........................	0,036
Crown......................	0,035
Eau.........................	0,035
Crown......................	0,033
Verre à vitres...............	0,032
Alcool......................	0,029
Cristal de roche..............	0,026
Spath fluor..................	0,022

Ainsi qu'un prisme, toute lentille produit un double effet: une déviation moyenne et une dispersion des rayons extrêmes, et, d'après ce que nous venons de dire, il est évident qu'en accolant deux lentilles de substances différentes, l'une convergente de crown, l'autre divergente de flint, il sera possible, en leur donnant des courbures convenables, de détruire la dispersion des rayons extrêmes, tout en laissant subsister la convergence du faisceau. C'est en cela que consiste le problème de l'achromatisme des lentilles.

Achromatisme des lentilles. — Soient r, r' les rayons de

courbure de la lentille convexe de crown; n_1, n_2, . . . , n_7 les indices de réfraction du rouge, de l'orangé, . . ., du violet dans ce milieu. Soient de même r', r'', n'_1, n'_2, . . ., n'_7 les rayons de courbure et les indices de la deuxième lentille biconcave de flint.

Si on fait tomber sur le système un rayon rouge parallèle à l'axe, le foyer sera à une distance p_1 donnée par la formule suivante :

$$\frac{1}{p_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour un rayon violet il sera à une distance p_7 qu'on trouvera en remplaçant n_1 et n'_1 par n_7 et n'_7 :

$$\frac{1}{p_7} = (n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right).$$

Pour que la lentille soit achromatique, il faut et il suffit que p_1 soit égal à p_7 ou que

$$(n_7 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_7 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right)$$
$$= (n_1 - 1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - (n'_1 - 1)\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right),$$

ce qui se réduit à

$$(1) \qquad \frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{\dfrac{1}{r'} + \dfrac{1}{r''}}{\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{r'}}.$$

Le foyer des rayons rouges coïncidera avec celui des rayons violets si, r, r' étant donnés, on calcule r'' par cette relation. On pourra de même superposer le jaune et le bleu, ou en général le foyer d'une raie α avec celui d'une autre raie β. Il suffira de prendre les indices correspondants et de calculer le rapport $\dfrac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$. C'est ce que fit Frauenhofer pour un assez grand nombre de substances. Voici les valeurs des indices :

Tableau des indices de réfraction des divers rayons du spectre d'après les expériences de Frauenhofer.

SUBSTANCES RÉFRINGENTES.	B n_1	C n_2	D n_3	E n_4	F n_5	G n_6	H n_7
Flint-glass n° 13..	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062
Crown-glass	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Eau	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Flint-glass n° 3...	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flint-glass n° 30..	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crown-glass n° 13.	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,579908	1,544684
Flint-glass n° 23 et prisme de 60°...	1,626596	1,628451	1,633667	1,640495	1,646756	1,658848	1,669986

Voici maintenant les valeurs du rapport $\frac{n_\beta - n_\alpha}{n'_\beta - n'_\alpha}$:

Tableau de dispersion partielle de plusieurs substances prises deux à deux.

SUBSTANCES RÉFRINGENTES.	$\frac{n_2 - n_1}{n'_2 - n'_1}$	$\frac{n_3 - n_2}{n'_3 - n'_2}$	$\frac{n_4 - n_3}{n'_4 - n'_3}$	$\frac{n_5 - n_4}{n'_5 - n'_4}$	$\frac{n_6 - n_5}{n'_6 - n'_5}$	$\frac{n_7 - n_6}{n'_7 - n'_6}$
Flint-glass n° 13 et eau...	2,562	2,871	3,073	3,193	3,460	3,726
Flint-glass n° 13 et crown-glass n° 9.............	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crown-glass n° 9 et eau...	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Flint-glass n° 13 et huile de térébenthine........	1,868	1,844	1,783	1,843	1,861	1,899
Flint-glass n° 3 et crown-glass n° 9.............	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,956
Flint-glass n° 30 et crown-glass n° 13...........	1,932	1,904	1,997	2,061	2,143	2,233
Flint-glass n° 23 et crown-glass n° 13...........	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Ces résultats sont très-instructifs; ils montrent que la va-

leur du rapport calculé change avec les raies que l'on veut superposer. Par conséquent, on ne peut achromatiser toutes les couleurs à la fois. Quand on a satisfait au problème pour deux d'entre elles, elles font leurs foyers au même point: mais toutes les autres en des points différents.

A la vérité, on peut achromatiser rigoureusement trois couleurs en superposant trois lentilles alternativement convexe. concave et convexe, formées par trois substances différentes. La distance focale est une fonction analogue à la précédente des rayons r, r', r'', r''', et des indices des trois substances. En écrivant qu'elle est la même pour trois couleurs, on a deux équations qui déterminent r'' et r''', c'est-à-dire qui déterminent les deux dernières lentilles quand la première est donnée. On pourrait encore achromatiser quatre rayons par quatre lentilles, et ainsi de suite; mais la complication du travail deviendrait excessive. On ne superpose jamais plus de trois verres, et pour les grands objectifs des lunettes on n'en superpose que deux.

ACHROMATISME DES PRISMES. — Puisqu'on ne peut amener toutes les couleurs à un même foyer, il faut choisir. Mais la théorie ne nous apprend pas quelles sont les couleurs qu'il est le plus utile de superposer; l'œil seul peut le faire en nous montrant les cas où les images paraissent le mieux achromatisées. Cette observation va nous conduire à une seconde méthode où l'on cherchera à rendre les images incolores. sans se préoccuper de mesurer les indices des diverses raies et de faire coïncider l'une ou l'autre d'entre elles.

On accole deux prismes dont les angles, inversement placés, sont A et A', et les indices $n_1, \ldots, n_7$, $n'_1, \ldots, n'_7$. Si A et A' sont très-petits, on peut admettre que les sinus d'incidence et de réfraction sont égaux aux angles i et r, et les formules ordinaires deviennent pour le premier prisme et pour le rayon rouge :

$$i = n_1 r, \quad i' = n_1 r', \quad \delta_1 = i + i' - A = (n_1 - 1) A.$$

Le second prisme donne de même

$$\delta'_1 = (n'_1 - 1) A',$$

et la déviation définitive est

$$\Delta_1 = \delta_1 - \delta'_1 = (n_1 - 1)A - (n'_1 - 1)A'.$$

Pour la couleur violette :

$$\Delta_7 = \delta_7 - \delta'_7 = (n_7 - 1)A - (n'_7 - 1)A'.$$

Pour que le rouge devienne parallèle au violet, il faut qu'on ait $\Delta_7 = \Delta_1$:

$$(n_7 - n_1)A = (n'_7 - n'_1)A',$$

$$(2) \qquad \frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{A'}{A}.$$

En comparant les équations (1) et (2) on trouve que

$$(3) \qquad \frac{A'}{A} = \frac{\dfrac{1}{r'} + \dfrac{1}{r''}}{\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{r'}}.$$

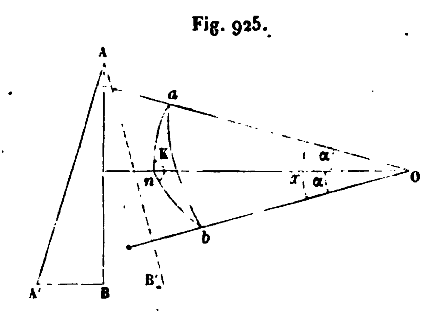
Si donc on avait réussi à achromatiser deux prismes A et A', le rapport de leurs angles permettrait de calculer le deuxième rayon de courbure r'' de la lentille concave qui achromatiserait une lentille convexe donnée, si toutes deux étaient formées des mêmes substances que les prismes A et A'. La question est ainsi transportée des lentilles aux prismes, et on va la résoudre en taillant deux prismes sous des angles quelconques A et A' dans les deux substances, et en achromatisant successivement chacun d'eux avec un troisième dont l'angle est variable et qu'on nomme *diasporamètre*.

DIASPORAMÈTRE. — Rochon place dans un cercle divisé vertical qui est représenté (*fig.* 675, *Pl. II*) aux nos 6 et 7, deux prismes de même verre et de même angle α, l'un fixe, l'autre qui est mobile autour de l'axe de l'appareil et dont on mesure la rotation sur le cercle divisé. Leur ensemble réalise un seul prisme dont l'angle formé par les faces extrêmes est égal à x et peut varier de zéro à 2α.

Pour le calculer, abaissons d'un point O (*fig.* 925) trois normales : On à la face de jonction AB, Oa à la face de sortie AA'

du prisme fixe BAA′, Ob à la face d'entrée AB′ du prisme mobile BAB′. Les angles nOa, nOb sont égaux à α; bOa est égal

Fig. 925.



à x, et l'angle dièdre anb, formé par les sections normales des deux prismes, est égal à la rotation qu'on a imprimée au second ou à K. On a pour calculer x

$$\cos x = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha \cos K.$$

D'autre part, la section normale du prisme à angle variable est AOb; elle fait avec celle du prisme fixe A′AB un angle dièdre nab que l'on calculera de même,

$$\cos\alpha = \cos\alpha \cos x + \sin\alpha \sin x \cos nab.$$

Sur un cercle divisé vertical, pareil à celui qui porte le diasporamètre, on placera d'abord une fente étroite, et ensuite le prisme d'angle A pris dans l'une des substances qu'on veut étudier; on mettra à la suite le diasporamètre, primitivement amené à son zéro, et l'œil verra le spectre donné par le prisme A; ensuite on fera progressivement tourner le diasporamètre d'un angle K et le prisme A avec sa fente de l'angle nab, de manière que les deux sections normales des deux prismes restent parallèles et que les angles soient opposés; on continuera la rotation jusqu'à ne plus voir de couleurs. A ce moment le prisme A sera achromatisé par celui du diasporamètre dont l'angle sera x, et en représentant par $\nu_1, \ldots, \nu_1$ les indices extrêmes du diasporamètre, on aura

$$\frac{n_1 - n_1}{\nu_1 - \nu_1} = \frac{x}{A}.$$

En répétant la même opération avec le deuxième prisme A' pris dans la deuxième substance,

$$\frac{n'_7 - n'_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{x'}{A'};$$

et en divisant,

$$\frac{n_7 - n_1}{n'_7 - n'_1} = \frac{x A'}{x' A}.$$

Enfin pour achromatiser deux lentilles des mêmes substances il faudra faire

$$\frac{\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} = \frac{x A'}{x' A}.$$

L'inconvénient de cet appareil est la nécessité de faire tourner la section normale du prisme A pour qu'elle reste parallèle à celle du diasporamètre. A la vérité on peut remédier à cet inconvénient, et j'ai fait faire un diasporamètre où les deux prismes tournent à la fois d'un mouvement commun, l'un vers la droite, l'autre vers la gauche, ce qui produit le même effet que si l'un d'eux avait tourné d'un angle double, mais ce qui laisse immobile la section normale des faces extrêmes.

L'appareil de Boscovich déjà décrit précédemment (*fig.* 926) réalise plus commodément les mêmes opérations. On place sur le demi-cylindre ABC le prisme à étudier; on éclaire le tout par une fente mince, et en faisant mouvoir la lunette HG on saisit le moment où le faisceau réfracté est incolore.

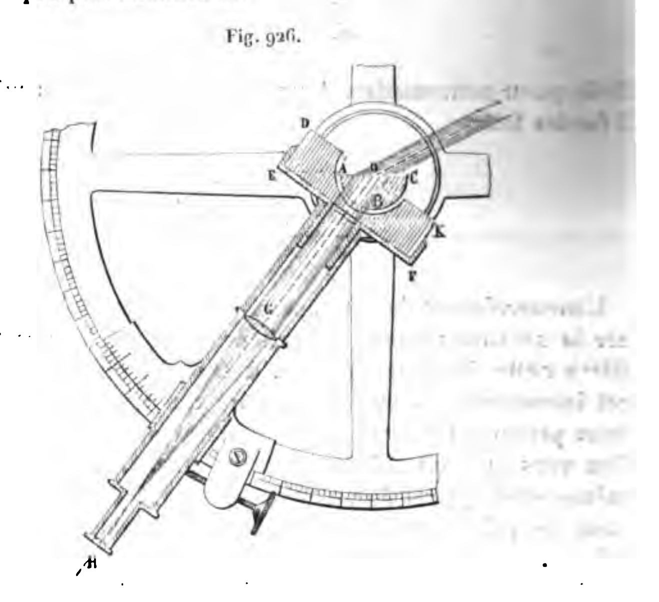
M. Brewster observe une fente verticale avec le prisme A dont les arêtes sont parallèles à cette fente ; il obtient un spectre d'une largeur inconnue x. Il le reçoit sur un second prisme dont l'angle est A_1, qui est formé d'une substance dont les indices sont $\nu_1, \ldots, \nu_7$, et qui donne un spectre opposé de largeur connue l. Supposons que l soit plus grande que x, le premier spectre est interverti; mais en tournant le deuxième prisme d'un angle α, la largeur horizontale du spectre qu'il produit diminue et devient $l \cos \alpha$: c'est comme si son angle était di-

minué et devenu $A_1 \cos\alpha$. Quand $l \cos\alpha = x$, l'achromatisme est complet, et on a

$$\frac{n_7 - n_1}{\nu_7 - \nu_1} = \frac{A_1 \cos\alpha}{A}.$$

On opère de même avec le prisme A', et on arrive aux mêmes relations que précédemment.

Fig. 926.



On vient de voir que l'achromatisme des objectifs est toujours imparfait, il faut essayer de le compléter par des oculaires.

OCULAIRE D'HUYGHENS. — Soit DE l'objectif d'une lunette, RRVV (*fig.* 927) l'image réelle et dispersée qu'il donne d'une ligne verticale. On place avant son plan focal une lentille D'E' qui empêche cette image de se former, et concentre au point P'' les rayons D'P', E'P' qui devaient se rencontrer en P'. Ceux qui aboutissaient en R feront leur image en R' sur l'axe secondaire C'R; et les violets qui arrivaient en V auront leur foyer en V' sur l'axe C'V. En résumé, au lieu de l'image réelle RRVV, on en aura une autre R'R'V'V' dispersée comme la première; mais elle est dans des conditions bien différentes en ce que R'R'

est plus petit que V'V', et qu'en prolongeant la ligne V'R', elle rencontrera l'axe en C''. Si l'œil est en C'' il verra les di-

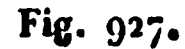
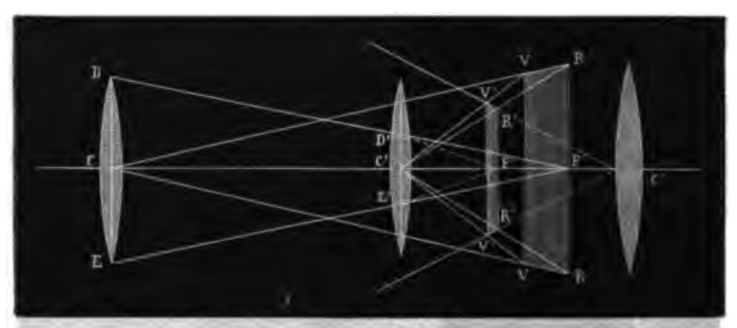


Fig. 927.



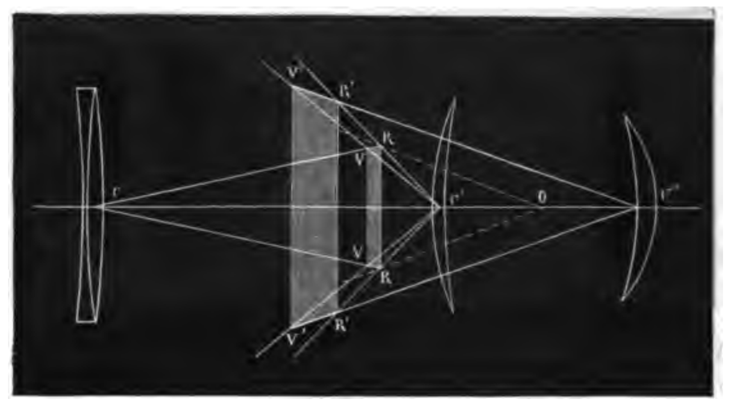
verses images R', ..., V' de chaque point suivant la même direction; il verra toutes les couleurs superposées, l'image nette et incolore. Une seconde lentille placée en C'' grandit l'image V'R', et la recule à la distance de la vision distincte sans détruire son achromatisme. Cet objectif s'adapte parfaitement aux microscopes, et n'a point été changé depuis Huyghens; il convient moins aux lunettes par la raison qu'il faudrait placer le réticule en R'R' dans le tuyau de tirage, et que l'axe ne serait pas fixe.

OCULAIRE POSITIF. — Ramsden a imaginé une autre disposition (*fig.* 928) : il laisse se former l'image VRVR donnée par l'objectif, et il l'observe par une première loupe C' qui forme une série d'images virtuelles; celle du rouge est sur les axes secondaires R'RC', celle du violet sur V' VC'; et comme VV est beaucoup plus près du foyer principal de C' que ne l'est RR, l'image violette V' V' est reculée plus loin que l'image rouge R'R'; elle est plus grande, et les lignes V' R' viennent se couper en C'', point où se place une deuxième lentille qui agit comme une seconde loupe et fait voir les diverses images de chaque point à des distances différentes, ce qui n'est pas un grand inconvénient pour l'œil, mais suivant le même rayon visuel, ce qui superpose toutes les couleurs.

A ne considérer que le grossissement, le double oculaire de Ramsden fait voir l'image RR comme le ferait une seule

loupe qu'on placerait en O, à l'intersection avec l'axe des lignes RO parallèles à R'C''. Plus C' sera rapproché de RR,

Fig. 928.



plus O sera près de RR, et plus le grossissement sera considérable.

Les oculaires multiples ont un autre avantage, c'est que leur aberration de sphéricité est très-faible. L'étude des conditions qui font augmenter ou diminuer cette aberration ne peut trouver place ici. C'est une des plus complexes questions de l'optique. Elle a été traitée par Gauss, Bravais, Biot. Nous renverrons à ces auteurs.

QUATRE-VINGT-DOUZIÈME LEÇON.

DES MÉTÉORES LUMINEUX ET DE LA VISION.

L'arc-en-ciel. — Marche de la lumière dans une goutte d'eau. — Maximum de déviation. — Rayons efficaces. — Vérifications expérimentales. — Explication de l'arc.

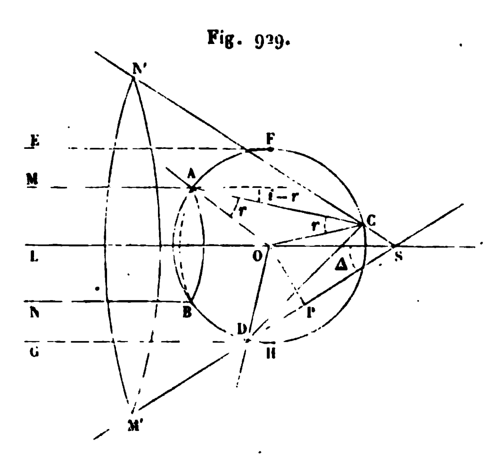
Les halos. — Description du phénomène. — Explication des cercles concentriques. — Des parhélies horizontaux et verticaux. — Des arcs tangents. — Vérifications expérimentales.

La vision. — Conditions physiques. — Conditions physiologiques. — Les jugements de l'œil.

L'ARC-EN-CIEL.

MARCHE DE LA LUMIÈRE DANS UNE GOUTTE D'EAU. — Le phénomène de l'arc-en-ciel est évidemment produit par l'action que les gouttes de pluie exercent sur la lumière. Étudions donc la réfraction et la réflexion d'un rayon MA qui rencontre sous

Fig. 929.



une incidence i une sphère dont le rayon est R et l'indice n (*fig.* 929). A l'entrée, le faisceau éprouve une première dévia-

tion $i - r$; il se réfléchit partiellement en C, D,...; à chaque fois il se dévie de $\pi - 2r$, et à l'émergence il s'infléchit comme à l'entrée de $i - r$. Si m est le nombre des réflexions, la déviation totale Δ est

(1) $\Delta = 2i - 2r + m(\pi - 2r) = m\pi + 2i - 2(m+1)r.$

Il suit de là que l'ensemble des rayons lumineux qui occupent la surface extérieure d'un cylindre MANB se transforme, après un nombre quelconque de réflexions, en un cône M'SN' dont l'angle d'ouverture est égal à Δ, et dont le sommet est à une distance $SO = R\frac{\sin i}{\sin \Delta}$. Cette distance est variable avec i; mais si on suppose que la goutte est très-petite, on peut considérer le sommet S comme confondu avec le centre O.

MAXIMUM DE DÉVIATION. — Pour $i = 0$, $\Delta = m\pi$. L'incidence croissant, Δ augmente. Je vais montrer qu'elle augmente jusqu'à un maximum pour décroître ensuite. En effet, posons

$$d\Delta = 2di - 2(m+1)dr = 0, \quad di = (m+1)dr.$$

On a, d'ailleurs,

$$\sin i = n \sin r, \quad \cos i\, di = n \cos r\, dr,$$

$$(m+1)^2 \cos^2 i = n^2\left(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}\right) = n^2 - 1 + \cos^2 i,$$

$$(m^2 + 2m)\cos^2 i = n^2 - 1,$$

(2) $$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 + 2m}}.$$

L'angle i sera réel si n est plus grand que l'unité et plus petit que $(m+1)$, c'est-à-dire plus petit que 2 pour une réflexion intérieure, que 3 pour deux, et ainsi de suite. i sera donc réel pour l'eau; par conséquent, il y aura une valeur de i pour laquelle l'angle Δ sera maximum. Pour toute autre valeur plus grande ou plus petite, Δ diminuera. Donc un cylindre plein de rayons incidents EFGH sera transformé en un cône plein M'SN' de rayons réfractés dont on calculera l'angle d'ouverture LSM' $= \Delta$, en remplaçant dans l'équation (1) l'incidence i par sa valeur tirée de l'équation (2). Cette valeur

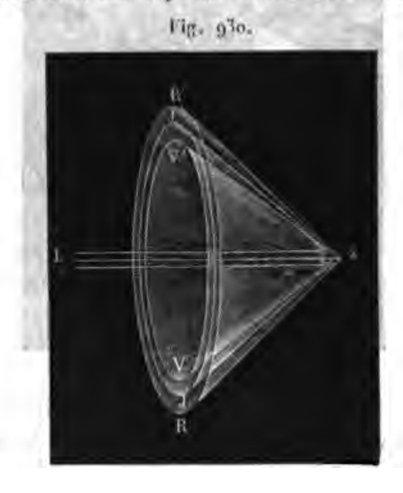
change avec l'indice; elle est différente pour le violet et pour le rouge. En remplaçant n_1 par $\frac{108}{81}$ et n_2 par $\frac{109}{81}$, et en supposant $m = 1, 2, 3, \ldots$, on a trouvé :

Valeurs maxima de Δ.

m	Δ_1	Δ_2
1.......	$\pi + 42°,10$	$\pi + 40°,22$
2.......	$2\pi + 129,20$	$2\pi + 125,48$
3.......	$3\pi + 231,40$	$3\pi + 227,08$
4.......	$4\pi + 317,07$	$4\pi + 310,07$

RAYONS EFFICACES. — 1° $m = 1$ (*fig.* 930). Dans le cas d'une réflexion intérieure, les rayons violets sont renvoyés dans le

Fig. 930.

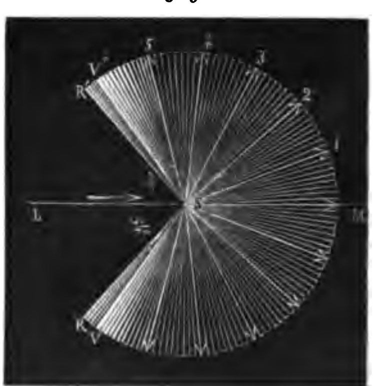


cône plein VSV' dont l'ouverture est de 40°22'; mais l'éclairement dans l'intérieur de ce cône n'est pas égal partout. Comme une fonction varie très-peu dans le voisinage de son maximum, Δ conserve sensiblement la même valeur maximum pour des rayons qui pénètrent dans la goutte sous des incidences notablement différentes; le nombre de ceux qui sont renvoyés sur la surface limite est donc plus considérable que dans toute autre direction, et l'on peut dire que la densité de la lumière y sera plus considérable qu'ailleurs. Les cônes limites des autres

couleurs débordent VSV′ jusqu'en RSR′, et, sur chacune de ces surfaces ainsi emboîtées, la lumière correspondante étant maximum sera en excès sur toutes les autres couleurs et sera aperçue; on dit qu'elle est efficace. Dans l'intérieur du cône VOV′ toutes les lumières seront renvoyées en égale proportion et reproduiront le blanc; en VOV′ il y aura un excès de violet mêlé à du blanc; en JOJ′ un excès de jaune sans mélange de violet, de bleu ni de vert, mais avec une notable proportion d'orangé et de rouge; enfin, en ROR′, il n'y aura que du rouge pur, et au delà il n'y aura plus de lumière.

2° $m = 2$ (*fig.* 931). Après deux réflexions intérieures et

Fig. 931.



pour $i = 0$, $\delta = 2\pi$; le rayon central continue sa route en ligne droite suivant SM. i augmentant, Δ croît au delà de 2π jusqu'à 129°20′ pour le rouge et 125°48′ pour le violet; le cône éclairé a un angle d'ouverture supérieur à 90 degrés, la partie de l'espace RSR′ qui n'est pas illuminée est tournée vers le point lumineux L : c'est un cône dont l'angle d'ouverture est 51 degrés pour le rouge et 54°12′ pour le violet. Dans ce cas comme dans le précédent, les surfaces limites des cônes réfractés offrent une densité lumineuse plus grande que partout ailleurs, et par conséquent il y a extérieurement, en VSV′, une bordure violette mêlée de blanc, une bande jaune moyenne en excès accompagnée d'orangé et de rouge, et une limite intérieure RSR′ composée de rouge pur.

3° $m = 3$ (*fig.* 932). Cette fois le rayon central revient sur ses pas suivant SA. A mesure que i augmente, les rayons réfractés prennent des directions différentes 1, 2, 3,..., 8, 9, V, R; l'ouverture du cône est plus grande que 180 degrés, et les surfaces limites RV, SR du cône éclairé sont tournées à l'opposé du point lumineux L.

Fig. 932.

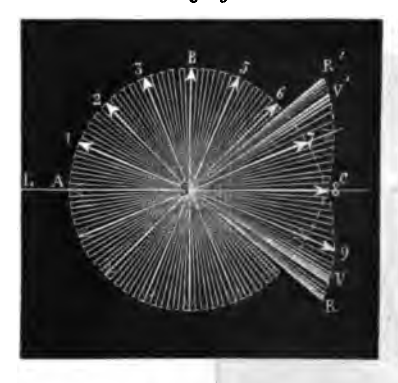
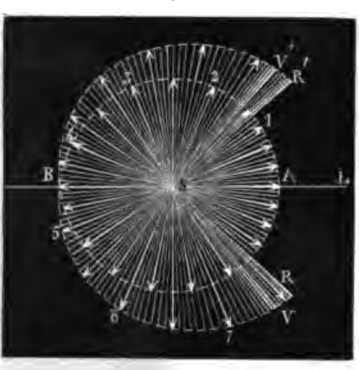
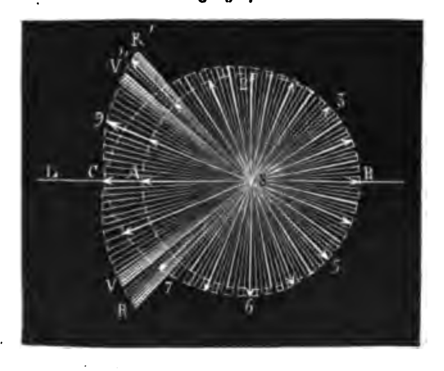


Fig. 933.



4° Pour $m = 4$ (*fig.* 933), l'épanouissement du faisceau dépasse 270 degrés, et les limites extrêmes SR, SV se dirigent encore à l'opposé du point lumineux. Mais quand $m = 5$

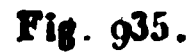
Fig. 934.



(*fig.* 934), l'ouverture du cône est plus grande que 360 degrés, et les rayons limites SV, SR sont ramenés du côté du point lu-

mineux, comme dans le cas où il n'y a qu'une réflexion intérieure.

VÉRIFICATIONS. — Pour vérifier expérimentalement ces conséquences, on introduit la lumière solaire dans la chambre obscure par une ouverture circulaire L (*fig.* 935), et on la reçoit sur une sphère de verre. On voit alors se dessiner sur un


Fig. 935.



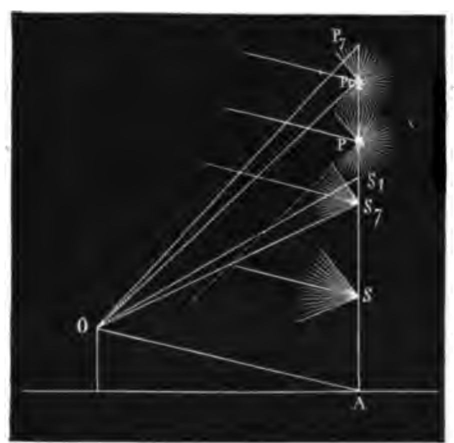
écran placé contre le volet le premier arc RR′ VV′; le violet est en dedans à 40 degrés; le rouge en dehors à 42 degrés: il est pur et suivi d'un anneau obscur. A 52 degrés se place le cercle rouge produit par deux réflexions intérieures, suivi d'un spectre de plus en plus lavé jusqu'au violet. Le troisième et le quatrième cône, qui se limitent du côté opposé, seraient vus sur un écran placé derrière la sphère; mais cet écran est tellement illuminé par les lumières réfléchies et par le deuxième cône, qu'ils sont insensibles. Le cinquième se voit sur l'écran antérieur, M. Babinet a constaté l'existence et vérifié la place de cet arc et des suivants jusqu'au quatorzième. Il ne peut donc y avoir de doute sur la réalité de ces conséquences.

EXPLICATION DE L'ARC. — Il nous reste à en déduire l'expli-

cation de l'arc-en-ciel. Ce météore se montre à tout observateur placé entre un nuage qui se résout en pluie et le soleil, pourvu que cet astre éclaire le nuage et que sa hauteur sur l'horizon ne dépasse pas 40 degrés. Il se compose de deux arcs distincts : l'un, intérieur, sur un cône ayant pour axe le rayon solaire qui passerait par l'œil, et pour ouverture un angle qui varie de 40 à 42 degrés depuis le violet jusqu'au rouge ; le second, décrit autour du même axe, montre le rouge intérieurement à 52 degrés, et le violet à l'extérieur à 54 degrés ; le rouge est très-lumineux, le violet lavé de blanc.

Soient (*fig.* 936) O l'œil de l'observateur, OA la direction des

Fig. 936.



rayons solaires, AS une ligne quelconque menée dans le plan vertical qui passe par A. On peut admettre qu'à tout moment et en chacun des points de cette ligne AS, il y a une goutte d'eau sphérique. Soit S une d'elles faisant avec OA un angle SOA moindre que 40 degrés. Elle enverra au point O un mélange en proportions égales de toutes les couleurs simples qui auront subi une réflexion intérieure. Si on considère une goutte S_1 telle, que S_1OA soit égal à 40 degrés, elle dispersera les rayons solaires dans un cône dont S_1O sera une génératrice. Suivant cette ligne, les rayons violets auront une intensité maxima, et seront en excès sur toutes les autres lumières simples ; un

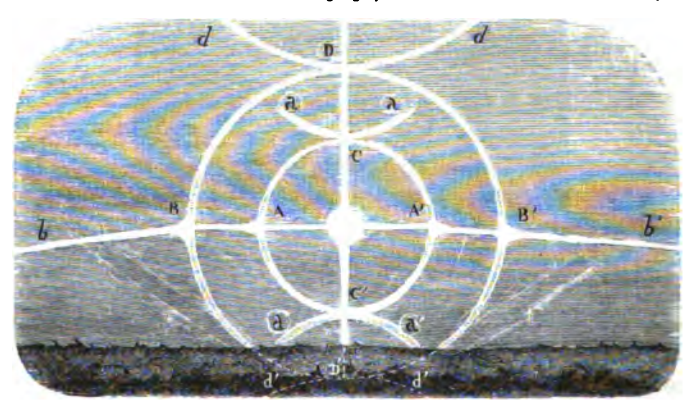
arc violet se verra donc à 40 degrés des rayons solaires. Par la même raison l'arc rouge se montrera à 42 degrés en S_1 ; mais une goutte P qui serait placée au-dessus de S_1 ne renverra en O aucun des rayons qui auront subi une réflexion dans son intérieur.

Si l'angle POA est inférieur à 50 degrés, cette goutte P dispersera les rayons réfléchis deux fois dans une surface conique qui n'atteindra pas O; il y aura donc de S_1 à P_1 une plage sombre. P_1 étant telle, que P_1OA soit égal à 51 degrés, elle enverra en O des rayons situés sur la génératrice du cône limite, qui seront efficaces et donneront l'arc extérieur rouge. En P_2, tel que P_2OA soit égal à 54 degrés, se verra l'arc violet.

HALOS.

On voit souvent dans les contrées du Nord, et quelquefois sous nos climats, une série régulière et compliquée de courbes lumineuses qui entourent le soleil ou la lune : ce sont des halos (*fig.* 937) On distingue habituellement : 1° un premier

Fig. 937.



cercle AA', rouge en dedans, violet en dehors, concentrique au soleil et faisant avec lui un angle de 22 à 23 degrés; 2° un deuxième cercle BB', semblable au précédent, placé à 46 degrés du soleil; 3° une portion diamétrale et horizontale BB' d'un très-grand cercle, le cercle parhélique, sur lequel se voit

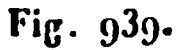
à l'opposé du soleil un point brillant, l'anthélie; 4° aux points de jonction de ce cercle avec les deux halos en B, B', A, A' des redoublements d'intensité qu'on a pris pour des images du soleil; 5° en C, C', D, D' des arcs horizontaux, tangents aux halos circulaires : en C et C' ils ont peu d'éclat; aux points D et D' ils sont très-vifs et constituent la partie la plus brillante du phénomène; 6° enfin une ligne verticale blanche DD' faisant une croix avec BB'. Le plus souvent on ne voit qu'une portion plus ou moins étendue du phénomène total.

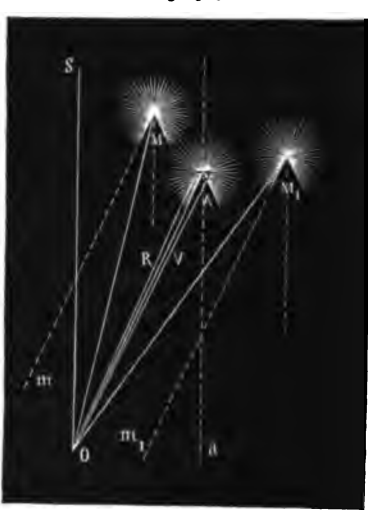
Il semblerait que l'explication d'apparences aussi multipliées doive être complexe; elle est au contraire extrêmement simple. Elle est due aux travaux d'un grand nombre de physiciens, parmi lesquels il faut citer Mariotte, Fauenhofer, Brewster, Galle, M. Babinet et surtout Bravais. Pendant les matinées froides du printemps ou de l'automne, l'air contient souvent de petits cristaux de glace qui ont la forme des prismes hexaèdres droits (*fig.* 938), et qui sont soutenus par les courants d'air ascendant. La lumière ne peut se réfracter d'une face A à la face A' qui font entre elles un angle de 120 degrés; mais elle passe de A à B dont l'angle n'est que de 60 degrés, ou bien de A à C qui sont inclinées de 90 degrés; elle peut aussi se réfléchir sur les faces A, A', B,..., ou sur les bases CC'. Lorsqu'elle contient une quantité suffisante de ces cristaux, l'atmosphère peut donc être considérée comme étant remplie par deux sortes de prismes, les uns de 60 et les autres de 90 degrés, et par des faces réfléchissantes occupant toutes les positions et offrant toutes les directions possibles.

Fig. 938.

L'indice de réfraction de la glace amorphe, mesurée par Bravais, varie de 1,307 à 1,317 du rouge au violet. A la vérité, les cristaux qui nous occupent sont biréfringents, mais la double réfraction est si faible, qu'on peut en négliger les effets et admettre cet indice moyen. En calculant la déviation d'un rayon lumineux à travers les deux espèces de prismes, on trouve que sa valeur minimum est égale à 21° 50' pour l'angle de 60 degrés, et à 45° 45' pour un prisme de glace dont l'angle réfringent est droit.

1° Considérons ce qui se passe dans un plan quelconque mené par l'œil O et le soleil S (*fig.* 939). Menons OA à 21° 50′ de OS.


Fig. 939.



Tout prisme de 60 degrés, dont l'axe sera perpendiculaire au plan SOA et qui tournera autour de cet axe de manière à prendre toutes les directions possibles, déviera la lumière d'une quantité égale ou supérieure à 21° 50′. Il éclairera l'espace SOA, et laissera OAa dans l'obscurité; AO sera sur la surface limite de la déviation minima. Or, ici comme pour l'arc-en-ciel, la densité de la lumière déviée sera plus grande suivant AO que suivant toute autre direction et les rayons seront efficaces. Tout autre point tel que M_1 extérieur à l'angle SOA enverra de la lumière en O, et les points intérieurs tels que M n'en enverront point. A mesure que l'indice de réfraction augmentera, la déviation minimum croîtra, et la direction des rayons efficaces changera de OR à OA et à OV, du rouge au jaune et au violet. Si on décrit un cône autour du soleil avec la génératrice OA, les conditions resteront les mêmes sur toute sa surface. Ce sera le lieu occupé par les prismes de 60 degrés qui émettront le maximum de lumière, le rouge sera à l'intérieur et le violet en dehors. Telle est l'explication du petit halo ACA′C′.

2° Le halo extérieur BDB′D′ s'explique absolument de la même manière, en considérant les prismes de 90 degrés dont la section normale est dirigée dans les plans méridiens menés par l'œil et le soleil; et puisque la déviation minimum de ces prismes est égale à 46 degrés au lieu de 22, il y aura un cercle lumineux à 46 degrés du soleil.

3° Les prismes de glace sont de deux sortes: des aiguilles allongées suivant leur axe, ou des lamelles minces parallèles aux bases du prisme hexagonal. En tombant dans l'air, les unes et les autres tendent à se mettre dans le sens de la moindre résistance : l'axe des aiguilles verticalement, celui des lames horizontalement, et les cristaux orientés dans ces deux positions étant plus nombreux que les autres, leur effet particulier s'ajoutera à l'action générale. Considérons d'abord les aiguilles dont l'axe est vertical. Les rayons se réfléchiront sur les facettes prismatiques; il en résultera un cercle illuminé BB′ : c'est le cercle parhélique, passant par le soleil, coupant les deux halos par un diamètre horizontal, faisant le tour de la voûte céleste et marquant à l'opposé du soleil une image de cet astre qui est l'anthélie.

4° Aux points de jonction A, A′ du cercle parhélique avec le petit halo de 22 degrés, il y a un redoublement de lumière, non-seulement parce que les cercles se superposent, mais encore parce que le nombre des prismes qui déterminent la formation de ces points du halo CAC′A′ est plus considérable que partout ailleurs.

5° Aux rencontres du même cercle parhélique avec le deuxième halo, il se forme, pour la même raison, deux nouvelles images B et B′.

6° Les prismes considérés étant verticaux, leurs bases sont horizontales, et c'est la réfraction qui se fait entre ces bases et les faces prismatiques qui produit en D et en D′ les sommets du grand halo. Puisqu'elles sont plus nombreuses en ces points, il y aura un redoublement d'intensité en D et en D′. En outre, ces prismes verticaux de 90 degrés réfractent la lumière non-seulement dans leur section normale, mais encore dans des sections obliques, et l'obliquité produit le même effet qu'une augmentation de l'angle réfringent. De là résultent les courbes tangentes dDd, $d'D'd'$. En résumé, le cercle parhé-

lique, l'anthélie, les faux soleils horizontaux et les courbes tangentes au grand halo sont déterminées par les prismes verticaux.

Considérons maintenant les lamelles dont les faces prismatiques sont horizontales. La réflexion de la lumière sur ces faces donnera un parhélie vertical DCC'D'; la réfraction à travers deux d'entre elles, inclinées de 60 degrés, déterminera les points C et C' du petit halo à travers les sections normales, et les courbes tangentes horizontales aa et a'a' à travers les sections obliques. Ces courbes affectent des formes diverses qu'on peut calculer et qui varient quand la hauteur du soleil change. La réflexion sur les bases qui sont verticales ajoutera d'ailleurs de la lumière au cercle parhélique horizontal, et enfin, en se réfractant entre ces bases et les faces prismatiques dans des prismes de 90 degrés, les rayons solaires donneront un redoublement d'éclat aux faux soleils B et B'.

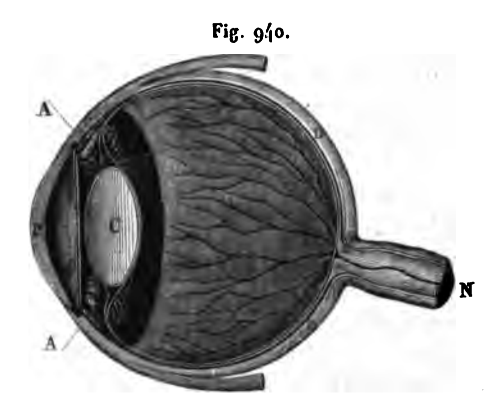
Toutes ces explications ont été expérimentalement confirmées par M. Bravais, en faisant tourner rapidement autour d'un axe vertical des prismes dont les angles étaient de 60 ou de 90 degrés, et en constatant l'existence d'un spectre efficace dévié à 22 ou à 46 degrés de la direction des rayons solaires. Quant au cercle parhélique, on le voit en regardant le soleil à travers des cristaux fibreux. Il est horizontal quand ces fibres sont verticales, et vertical dans le cas contraire.

VISION.

CONDITIONS PHYSIQUES DE L'ŒIL. — L'organe de la vue est un globe arrondi, logé dans une cavité qu'on nomme *orbite* et qui est formée par les parois rentrantes des os du front, des tempes, de la joue et du nez (*fig.* 940). Son enveloppe extérieure DPD, on pourrait dire la boîte qui le contient, est une membrane cornée dure et résistante, la sclérotique, opaque en tous ses points excepté à la zone antérieure P qui laisse entrer la lumière et qu'on nomme *cornée transparente*. L'intérieur est tapissé par la choroïde, membrane beaucoup plus mince, noircie par une sorte de peinture absorbante, le pigment noir. Un gros nerf N, venu des lobes optiques du cerveau, perce la partie postérieure de ces enveloppes et s'épanouit au fond de l'œil

en une troisième membrane, la rétine, sur laquelle se fait l'impression et qui transmet la sensation.

Fig. 940.



A sa partie antérieure, la choroïde soutient par une couronne de fibres plissées une lentille biconvexe C, plus bombée en arrière qu'en avant; elle est formée de couches concentriques dont la dureté et la densité augmentent de la surface au centre, ainsi que l'indice de réfraction qui varie de 1,337 à 1,399 : c'est le cristallin.

Il divise l'œil en deux cavités remplies toutes deux par des liquides différents : la chambre postérieure par l'humeur vitrée, dont l'indice est 1,339; la chambre antérieure par l'humeur aqueuse, qui est de l'eau presque pure et qui a pour indice 1,337. Un muscle circulaire, l'iris II, est tendu comme un voile en avant du cristallin; il est percé d'une fenêtre centrale, la pupille, qu'un double système de fibres rayonnantes et orbiculaires agrandissent ou resserrent suivant qu'il faut augmenter ou restreindre la lumière admise.

Ainsi construit, l'œil est une véritable chambre obscure. C'est Kepler qui le premier en a compris la fonction et qui a montré sur la rétine l'image renversée des objets. On voit, en effet, l'image d'une bougie se peindre comme sur un écran au fond de l'œil des lapins albinos, chez lesquels la sclérotique est transparente; on la voit également avec un œil de bœuf, si on amincit les enveloppes jusqu'à les rendre translucides; on peut, enfin, percer dans la cornée une ouverture antérieure

par laquelle on observe le fond de la rétine et les images qui s'y forment. Après cette découverte capitale, il restait encore beaucoup à apprendre sur les propriétés physiques de l'œil.

1° Les courbures de nos instruments de physique sont sphériques. Il n'en est pas ainsi de l'œil. L'image d'une fenêtre réfléchie sur la cornée est la plus petite possible quand elle se fait au sommet de l'axe optique; elle augmente en s'éloignant de ce point, et cela prouve que les rayons de courbure augmentent. M. Chossat a fait voir que l'œil de l'homme est un ellipsoïde de révolution. Il a montré qu'il en est de même des courbures antérieures et postérieures du cristallin.

2° Toute lentille a un centre optique : c'est le point où tous les axes secondaires se rencontrent. On déterminera donc le centre optique de l'œil en cherchant le point où viennent rencontrer l'axe principal les lignes qui joignent un point lumineux à son image. M. Vallée a trouvé que ce point n'est pas unique, qu'il s'éloigne de la rétine à mesure que l'on considère des rayons plus obliques à l'axe. Toutefois, ce déplacement étant peu considérable, on peut admettre que le centre optique est un point fixe; il est placé derrière le cristallin et très-près de lui.

3° Il est certain que le cristallin a de grandes aberrations de réfrangibilité. On sait qu'on ne distingue plus les objets quand on les rapproche en deçà d'une distance limite : cela tient à ce que leur image ne se fait point sur la rétine, mais derrière. Or, si on interpose entre l'objet et l'œil une carte percée d'un trou d'épingle, de manière à ne laisser passer que les rayons centraux, la vue devient distincte : le centre de l'œil est donc plus convergent que les bords.

4° La pupille est le diaphragme de l'œil; elle est douée d'un mouvement automatique qui l'agrandit dans l'obscurité, et la resserre au grand jour. Ce mouvement est lent, ce qui explique comment on est ébloui par la lumière quand on sort de l'obscurité, et pourquoi l'on reste quelque temps avant de voir clair dans un lieu sombre, quand on vient du dehors. Chez les carnassiers, la pupille se resserre en une fente très-mince au soleil et se dilate la nuit en une large ouverture; cela explique la facilité qu'ils ont de voir dans l'obscurité.

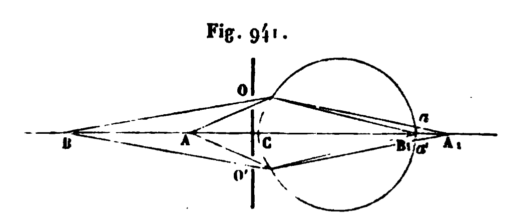
5° La pupille n'agit pas comme le diaphragme des instru-

ments d'optique composés; elle réduit le cône des rayons envoyés par chaque point, mais elle ne limite pas le champ de vision; elle fonctionne comme le diaphragme des doublets (*fig.* 905). Par conséquent des rayons très-obliques à l'axe sont admis et concentrés par le cristallin; des objets très-éloignés de cet axe font leur image dans l'intérieur de l'œil; et comme la rétine est concave, elle reçoit ces images à des distances sensiblement égales du centre optique. Il résulte de cette disposition que l'œil est, de tous les instruments d'optique, celui qui embrasse le champ le plus grand. La vue comprend en effet un angle de 120 degrés dans le sens vertical et de 150 dans la direction horizontale. Mais si le champ de vision est vaste, celui de la vision nette est très-restreint; il ne dépasse pas 9 à 10 degrés. Cette limitation tient-elle à ce que la sensibilité de la rétine diminue rapidement à partir de l'axe, ou bien aux aberrations de sphéricité de l'appareil optique? C'est ce que l'on ignore.

6° Au sujet de l'achromatisme de l'œil, il y a un problème qui n'est point résolu. Il est certain que nous voyons sans coloration les objets extérieurs, et que leurs bords ne paraissent point irisés comme dans les mauvaises lunettes. D'un autre côté, nous ne pouvons voir distinctement à la fois deux objets juxtaposés qui n'ont pas la même couleur. Wollaston ayant préparé un spectre linéaire, et regardant le rouge, voyait le violet très-dilaté, parce que cette couleur faisait son foyer en avant de la rétine. Quand il fixait le violet, l'œil s'adaptait à cette couleur et la voyait nette; mais le rouge, à son tour, était dilaté parce que son image se plaçait derrière la rétine. Frauenhofer fit des observations analogues. Wheatstone remarqua de son côté qu'en fixant un tapis dont les fleurs étaient vertes et rouges, il ne pouvait voir distinctement les unes et les autres, et que, l'œil oscillant des premières aux dernières, elles paraissaient danser devant lui. Enfin, Matthiesen a constaté qu'en éclairant une gaze avec les diverses couleurs du spectre, il fallait la mettre à des distances inégales pour la voir distinctement. L'œil n'est donc point achromatique, en ce sens qu'il ne fait pas au même lieu les images des diverses couleurs, et qu'il a besoin d'une adaptation différente pour fixer chacune d'elles. On voit que sur ce point nous manquons de renseignements.

7° Quand on approche un objet tout près de l'œil, on ne le voit pas; si on l'éloigne peu à peu, il se dessine de mieux en mieux et il est vu nettement à partir d'une certaine limite d'éloignement qu'on nomme *distance de la vue distincte.* Il est évident que les rayons partis du point examiné A (*fig.* 941) se

Fig. 941.



concentraient en A_1 situé d'abord derrière la rétine; mais l'objet s'éloignant jusqu'en B, le foyer s'est rapproché jusqu'à se placer sur la rétine en B_1. On peut mesurer la distance BC de la vision distincte par l'expérience de Scheiner.

On regarde le point A à travers deux trous d'épingle O, O' percés dans une carte et séparés par un intervalle moindre que le diamètre de la pupille. Les rayons AO, AO' qui se réunissent en A_1, rencontrent la rétine en deux points *a*, *a'*, et l'on voit deux images. Si on éloigne A jusqu'en B, A_1 se rapproche jusqu'en B_1; les deux images *a* et *a'* se confondent en une seule; la distance BC est celle de la vision distincte, et on la mesure. Il résulte de là qu'en regardant à travers les deux trous O, O' une ligne AB tracée sur un carton perpendiculairement à OO', le point B ne donne qu'une image, tandis que ceux qui sont plus près ou plus loin que lui paraissent doubles. On croit voir deux lignes distinctes qui se coupent en un point B dont la distance est celle que l'on veut mesurer.

On peut encore employer l'optomètre d'Hyoung. C'est un tube noirci, fermé à ses deux extrémités par des plaques, l'une percée des deux trous O, O' et l'autre d'une fente mince portée sur un tuyau de tirage et mobile par une crémaillère. On la regarde par O, O', et quand elle paraît simple, la distance de vue distincte est égale à la longueur du tuyau.

Les mesures effectuées par ces diverses méthodes montrent que, pour un œil normal et moyen, cette distance est comprise entre 15 et 20 centimètres; toute vue plus courte ou plus

longue est dite myope ou presbyte. La première de ces deux affections s'efface peu à peu, la deuxième naît ou s'exagère avec l'âge; on les corrige aisément toutes deux : la première en diminuant, la deuxième en augmentant la convergence de l'œil par des besicles concaves ou convexes.

8° Ce qu'il faut bien remarquer, c'est que la distance de vue distincte n'est qu'une distance limite, celle à partir de laquelle nous commençons à voir nettement; mais la vue continue d'être distincte pour toutes les distances plus grandes. Nous ne pouvons pas lire de plus près, mais nous pouvons lire de plus loin. Reprenons l'expérience de Scheiner (*fig.* 941): elle nous montre deux images de A; mais à partir de B, nous voyons tous les objets simples et distincts, quel que soit leur éloignement. A la vérité, quand cet éloignement augmente progressivement, nous cessons de distinguer d'abord les petits détails, ensuite les objets eux-mêmes par ordre croissant de grandeur. Cela tient à un fait physiologique qu'il faut d'abord mettre en lumière. A la distance où nous voyons le mieux, nous ne distinguons que les objets qui ont une suffisante étendue. Aussitôt que leur image sur la rétine est inférieure à une grandeur donnée, nous cessons de les voir, à moins de grossir cette image par un microscope ou des lunettes. Or, à mesure qu'un objet s'éloigne, sa surface apparente diminue, et finit par devenir inférieure à la limite de visibilité. Voilà pourquoi, en se reculant, les détails s'effacent dans l'ordre successif de leur grandeur; cela est indépendant du pouvoir convergent de l'œil. Ce qui est certain, c'est que nous ne voyons qu'une image dans l'optomètre de Scheiner, et que par conséquent le foyer d'un point lumineux se fait rigoureusement sur la rétine et non en avant d'elle, quelle que soit la distance de ce point.

9° Nous venons de constater l'une des propriétés fondamentales de l'œil, celle qu'on a le plus difficilement expliquée : la faculté qu'il possède de s'adapter comme les lunettes à toutes les distances. Cela exige impérieusement qu'il se modifie dans sa forme et qu'il y ait dans cet organe des mouvements analogues au tirage des lunettes.

La pupille remplit une portion de ce rôle, elle se contracte en effet pour regarder très-près; elle réduit l'œil à ses parties

centrales qui sont les plus convergentes; elle agit comme le trou d'épingle dans une carte, et permet de voir nettement à des distances encore plus petites que celle de la vision distincte ordinaire. Comme les muscles de l'iris agissent lentement, ce n'est qu'au bout de quelques secondes que les yeux s'adaptent à ces petites distances; quand ensuite on les reporte vers des points éloignés, on voit trouble, et il faut attendre que la pupille ait repris sa grandeur.

L'adaptation de l'œil aux grandes distances résulte des changements de forme du cristallin. Cet organe est un véritable muscle dont la structure interne est invisible, parce que toutes les parties contiguës ont un même indice de réfraction, ce qui fait que leur ensemble est transparent. Il est sillonné par des artères et des veines, car les injections pénètrent dans son intérieur; il se renouvelle par la circulation comme le font tous les organes, car il se cicatrise après avoir été incisé. Enfin, quand on le fait macérer dans l'acide azotique chaud, il se sépare en une infinité de fibres semblables à de la soie écrue, dont la texture est symétrique par rapport à l'axe de figure, qui sont révélées, non produites, par la macération, fibres qui, se contractant ou se relâchant pendant la vie, modifient la forme de la lentille cristalline, de manière à l'adapter à tous les cas.

C'est M. Cramer et M. Helmholtz qui ont mis en évidence ces changements de forme. On fixe dans un support immuable l'œil et la tête d'une personne soumise à l'expérience, et pendant qu'elle regarde un point éloigné, on explore avec une lunette la réflexion d'une bougie dans son œil. On distingue trois images : la première sur la cornée, la seconde sur la face antérieure du cristallin; toutes deux, données par un miroir convexe, sont droites, très-petites et virtuelles; une troisième est formée par la réflexion sur la partie postérieure du cristallin; elle est renversée et réelle. Les choses étant ainsi disposées, on rapproche le point de vue. Aussitôt la deuxième image devient plus petite et plus brillante et se porte en avant. Cela prouve que la face antérieure du cristallin devient plus convexe et la lentille plus convergente. Il n'est donc point étonnant que l'œil puisse voir à toute distance, puisque son pouvoir convergent change avec cette distance, par le jeu automatique des muscles.

CONDITIONS PHYSIOLOGIQUES DE L'ŒIL. — Après avoir fait l'étude physique de l'œil, considéré comme chambre obscure, il faut analyser les conditions d'impression du nerf optique, quand il est frappé par la lumière.

1° La sensibilité de la rétine dépend de l'état où elle a été amenée. En sortant d'un espace très-éclairé pour entrer dans un lieu sombre, nous ne distinguons rien. Peu à peu la sensibilité, émoussée par une action antérieure, se rétablit; elle s'exagère par un séjour prolongé dans l'obscurité. On admet en moyenne, peut-être gratuitement, que l'œil commence à percevoir les objets quand leur éclat est égal à $\frac{1}{90000}$ de celui de la lune. La sensibilité est maximum au point de la vision nette; on sait qu'elle décroît rapidement aux alentours de ce lieu.

2° Il y a un point de la rétine qui n'est pas impressionnable. On le prouve par une célèbre expérience qui est due à Mariotte. On marque sur une muraille, à la hauteur des yeux, une série de points équidistants, 1, 2, 3,..., allant de gauche à droite; on regarde fixement le premier avec l'œil droit, et en général, à cause de l'étendue du champ de vision, on voit en même temps tous les autres, quoique confusément. Quand on s'éloigne peu à peu, le n° 2 s'efface; puis il reparaît. Le n° 3 devient ensuite invisible, et chacun à son tour, lorsque la distance de l'œil à la muraille est trois fois égale à celle qui sépare le point qui disparaît du point n° 1; or, c'est justement lorsque l'image que fait ce point au fond de l'œil est à l'endroit où le nerf optique s'épanouit pour constituer la rétine, endroit que l'on nomme *punctum cæcum*.

3° L'action de la lumière peut être très-courte; l'impression qu'elle produit sur la rétine dure. Ce fait capital résulte d'expériences journalières; nous n'en citerons qu'une. Si on a peint avec des couleurs différentes une série de secteurs sur un disque circulaire et qu'on les fasse tourner rapidement, chacun d'eux, s'il est seul, produit la sensation que ferait naître un cercle uniformément couvert de la même teinte; leur ensemble donne la superposition de chaque sensation, c'est-à-dire le mélange des diverses couleurs. La durée de la sensation dépasse donc celle des impressions, et, bien que

successives, celles-ci se combinent comme si elles étaient simultanées.

4° Pour mesurer la durée de la sensation, Aimé faisait tourner autour du même axe, avec une vitesse égale mais contraire, deux cartons circulaires contigus, l'un percé sur son contour de fenêtres égales et équidistantes, l'autre n'offrant qu'une seule fente, laquelle se mettait, à des intervalles égaux, en coïncidence avec celles du premier disque. On regardait le ciel à travers ce système : quand il tournait lentement, on voyait successivement le jour à travers la fente, quand elle coïncidait avec les fenêtres; lorsque le mouvement était assez rapide pour que la sensation produite par une première coïncidence durât encore au moment d'une seconde ou d'une troisième, on voyait à la fois 2, 3,... fentes éclairées. La durée limite était mesurée par le temps que mettait à se produire la somme des coïncidences vues simultanément.

En employant ce procédé, M. Plateau a constaté des propriétés remarquables de la rétine : 1° que la sensation n'est complète que si l'impression lumineuse a duré un certain temps; 2° que cette sensation persiste pendant quelques millièmes de seconde avec un éclat maximum, pour s'effacer ensuite progressivement; 3° que sa durée totale est égale à $0'',84$ en moyenne, mais qu'elle augmente avec l'éclat de la lumière incidente. Comme les corps phosphorescents, ou comme les substances impressionnables, la rétine paraît absorber d'abord une somme donnée de lumière et l'utiliser ensuite peu à peu. Lorsqu'on fixe une surface éclatante, la sensibilité s'émousse et la persistance de l'impression est diminuée.

5° Cette propriété de la rétine conduit à des applications très-variées. Qu'on fasse tourner en sens contraire, avec une même vitesse, autour d'un même axe, deux bâtons blancs vis-à-vis d'un fond noir. Chacun d'eux étant vu partout à la fois, ils éclaireront d'un éclat $2e$ le cercle qu'ils parcourent. Mais ils se mettront en coïncidence : 1° dans un plan que je suppose vertical; 2° dans le plan horizontal; et dans ces directions il n'y aura que l'éclairement e produit par le bâton antérieur : comme ces coïncidences se reproduiront à chaque tour, on verra, sur un fond éclairé, deux bâtons sombres en

croix et immobiles. Par les mêmes raisons, deux roues à n rais égaux et blancs, tournant en sens contraire et avec des vitesses égales contre un fond noir, offriront l'apparence d'une seule roue immobile ayant $2n$ rais sombres. Si la vitesse de l'une est un peu plus grande que celle de l'autre, les lieux des coïncidences changent peu à peu et les rais de la roue résultante semblent se déplacer continûment, avec une vitesse égale à la différence de celles des roues composantes.

6° Si on perce une série de trous équidistants sur les bords d'un disque de carton, qu'on le fasse tourner autour de son centre et qu'on regarde par les trous, on aura des vues successives très-rapprochées et très-courtes des objets extérieurs; on les verra dans la situation qu'ils occupaient au moment où on les a aperçus. S'ils sont immobiles, chaque impression sera identique à la précédente, on les verra sans déplacement et sans interruption, leur éclat seul aura diminué. S'ils sont en mouvement, on les apercevra à des places successives, comme s'ils avaient sauté de l'une à l'autre. De là deux applications.

La première à un jeu d'enfant qu'on nomme le *phénakisticope*. On fixe derrière le carton tournant une feuille peinte divisée en autant de secteurs qu'il y a de trous. Supposons qu'il y en ait six : on les regarde par ces trous dans une glace placée vis-à-vis. Par le trou n° 1 regardons le secteur n° 1; quand viendra le trou n° 2, le secteur n° 2 aura remplacé le précédent, et ainsi de suite. Dans chacun de ces secteurs, on a représenté, par exemple, un forgeron dont le corps est partout identique ; mais son bras qui tient un marteau est abaissé au n° 1, il s'élève un peu au n° 2, davantage au n° 3,...; il est au plus haut possible dans le n° 6. On repasse ensuite brusquement au n° 1, et il en résulte que l'œil qui reçoit successivement ces impressions croit voir le marteau s'élever peu à peu et retomber brusquement.

La deuxième application de ce procédé a consisté à observer la forme des gouttes qui composent la veine liquide. A chaque trou qui passe, on les voit immobiles à l'endroit qu'elles occupent en ce moment, et si les périodes de passage des trous devant l'œil et des gouttes au même point de la veine sont les mêmes, celles-ci semblent immobilisées, et il

est facile d'en apprécier la forme. C'est, à quelques détails près, la méthode suivie par Savart.

7° Lorsqu'on a fixé un objet très-lumineux comme le soleil, la rétine se fatigue, l'impression persiste, et quand on ferme les yeux, on voit pendant quelques secondes des taches sombres. Le même phénomène se produit quand on a regardé pendant longtemps une surface colorée. Ces apparences persistantes se nomment *images accidentelles*. Nous allons les analyser.

On regarde une feuille de papier blanc posée sur un fond noir. Après quelques secondes, on ferme les yeux et on les couvre d'une étoffe sombre : on continue de voir le papier, mais il est devenu noir; bientôt il repasse au blanc, puis au noir, et ces alternatives se reproduisent plusieurs fois en s'affaiblissant.

Le fond noir, au contraire, paraît blanc; puis il redevient noir, et les alternatives de blanc et de noir se continuent, comme précédemment. Cette expérience se fait en regardant de l'intérieur d'un appartement une fenêtre dont les carreaux sont blancs et le châssis noir.

Contemplons de la même manière une surface colorée, par exemple le spectre solaire projeté sur un carton, en ayant bien soin de fixer toujours le même point. Aussitôt qu'on ferme les yeux, on voit un spectre complémentaire très-inégalement lumineux. Il est rouge-violet, mais très-sombre à l'endroit du jaune; très-lumineux, au contraire, à l'endroit du violet et du rouge qui étaient les points les moins éclairés du spectre qui a produit l'impression.

On peut dire en général que l'image accidentelle est complémentaire de la couleur de l'objet, qu'elle est d'autant plus lumineuse qu'il était plus sombre, et qu'elle s'éteint par des alternatives successives.

Les couleurs accidentelles, résultant d'impressions antérieures, se combinent avec la teinte des objets que l'on regarde. Si, par exemple, on contemple du vert et qu'ensuite on dirige la vue sur un papier blanc, on le verra rouge. Si ce papier était jaune, on le verrait orangé.

On peut démontrer que deux couleurs complémentaires se composent comme les couleurs réelles. On regarde alternati-

vement trente ou quarante fois de suite les centres A et B de deux disques voisins colorés en rouge et en vert. Pendant qu'on regarde A, on voit aussi B, et deux images *a* et *b* se font sur la rétine. De même, en fixant B, on voit aussi A, et deux autres images *b'* et *a'* se forment; mais *a* et *b'* sont superposées, puisque l'on a dirigé la vue sur A et sur B. Quand on ferme les yeux, on voit trois images accidentelles; les extrêmes sont *b* et *a'*, elles sont complémentaires de B et de A; celle du milieu est sombre, elle n'a pas de teinte. C'est l'image accidentelle que donnerait le blanc qui est la superposition des couleurs des disques A et B.

Vouloir expliquer ces phénomènes me semble une tâche impossible. Contentons-nous de faire remarquer, avec M. Plateau, que la rétine semble résister à l'impression qu'elle reçoit par une réaction opposée qui persiste après que l'impression a cessé. C'est ainsi qu'elle voit du noir après l'impression du blanc, du blanc après celle du noir, du vert après le rouge, etc., et qu'ensuite elle revient au repos par des réactions secondaires qui produisent les alternatives dont nous avons parlé.

8° Un disque blanc sur un fond noir paraît plus grand qu'un autre disque parfaitement égal, s'il est noir et placé sur un fond blanc. Comme si l'image d'un objet lumineux était entourée d'une auréole de même couleur qui augmente sa dimension apparente. Cet effet se montre avec une évidence surprenante, quand on regarde la lune pendant le premier quartier. Il semble que la partie éclairée appartienne à une sphère plus grosse, coiffant celle qui est dans l'ombre. Ce phénomène est celui de l'irradiation. Il ne s'explique pas mieux que le précédent.

9° Outre cette première auréole qui déborde l'image lumineuse, il y en a une seconde qui s'étend à une plus grande distance et qui est complémentaire : noire si l'objet est blanc, blanche s'il est noir, et rouge s'il est vert. De là d'importants phénomènes de contraste. Que l'on trace sur un fond blanc de larges lignes noires parallèles, elles paraîtront plus foncées sur leurs bords et plus grises en leur milieu. Inversement les bandes blanches auront plus d'éclat à leur contact avec les noires, et paraîtront ternes en leur partie moyenne.

Un cercle rouge étant placé sur une feuille blanche fera paraître celle-ci verte, et un cercle blanc sur une feuille de papier vert semblera rouge. D'où il suit qu'un cercle rouge et un fond vert agiront mutuellement pour aviver leurs teintes, et, en général, il en sera de même de toutes les couleurs complémentaires voisines. Au contraire, deux objets dont la couleur est la même, à des nuances près, tendent à jeter chacun sur l'autre des ombres complémentaires et à s'éteindre. Un vert éclatant répandra du rouge sur un vert pâle qui paraîtra sale. Il y a donc des couleurs qui se nuisent, comme il y en a qui sont favorisées par leur contact. Il faut connaître ces lois et s'y soumettre dans tous les arts décoratifs.

LES JUGEMENTS DE L'ŒIL. — Il y a deux manières d'envisager la question de savoir comment nous pouvons apprécier la forme, la grandeur, la distance, la place des objets extérieurs. La première, qui consiste à demander comment l'impression physique sur la rétine se transforme en une sensation : c'est le problème philosophique, dont la solution dépasse les bornes de l'entendement humain; la deuxième, qui est d'analyser les conditions physiques et physiologiques des impressions, et de rechercher les relations qui existent entre les images de l'œil et les qualités des objets extérieurs : c'est à cette analyse qu'on doit se borner.

1° L'image est la perspective exacte des objets; sa grandeur est déterminée par leur diamètre apparent; son contour est semblable à leur forme; sa couleur est la même que la leur; la distribution des ombres et des lumières est identique de part et d'autre, elle est déterminée par la forme. Il y a donc un rapport nécessaire entre les conditions de l'objet et les conditions de l'impression, et sans connaître l'opération mystérieuse qui transforme l'impression en sensation, on voit que celle-ci est liée, par un intermédiaire, aux qualités de l'objet et qu'elle peut les révéler. Cela est démontré par ce fait général que, si on supprime les objets eux-mêmes et qu'on les remplace soit par un tableau, soit par des images optiques qui produisent le même effet sur la rétine, l'œil juge comme si les objets existaient.

2° Mais pour que l'œil puisse révéler à l'individu les condi-

tions des objets, il faut que cet individu ait reconnu les relations qui existent entre les impressions et la sensation, et cela ne peut se faire que par une éducation comparative des organes : éducation dont nous suivons les progrès chez les enfants, qui n'arrivent à saisir les objets qu'après avoir constaté par expérience les rapports de la vue et du toucher; éducation qui s'est faite tardivement et dont on a constaté les effets chez les aveugles-nés. Le Dr Wardrop rendit la vue, en 1826, à un homme de quarante-six ans, dont les pupilles étaient demeurées closes depuis l'âge de six mois. Ce sujet avait des yeux excellents qui, à peine ouverts, reçurent l'impression physique. Les sensations qui en résultèrent n'eurent d'abord aucune signification, mais le malade apprit bientôt leur valeur par le toucher, et à partir de ce moment l'éducation de ses yeux fut faite.

3° Nous allons faire l'application de ces principes à l'examen d'une circonstance à laquelle on a attaché une importance exagérée. L'image sur la rétine est renversée : pourquoi voit-on les objets droits? De Senarmont avait fait de nombreuses opérations géodésiques avec des lunettes astronomiques qui renversent les images. Il eut quelque peine à s'y faire; puis il s'y habitua tellement, que, sans aucun effort de réflexion, il jugeait les objets droits; il était persuadé que tout homme qui armerait ses yeux, pendant quinze jours, d'une lunette astronomique, n'aurait plus la moindre conscience du retournement des images. Tout est donc dans l'éducation.

4° Il ne faut pas cependant abuser de cette explication. Les faits suivants prouvent qu'il faut tenir compte des propriétés physiologiques de l'œil. L'homme voit avec ses deux yeux et reçoit deux impressions qui se superposent en une seule sensation. Si, par exemple, on couvre l'œil gauche avec un verre violet, le droit avec un verre jaune, complémentaire du premier, et qu'on regarde un objet blanc, on le verra jaune ou violet avec l'un ou l'autre des deux yeux, et incolore avec tous les deux. Comment se fait cette superposition des sensations? pourquoi ne voit-on pas les objets doubles? Je ne crois pas qu'il faille attribuer ce résultat à l'éducation, comme on l'a prétendu.

Un objet ne paraît simple que si on fixe les deux yeux dans sa direction, par conséquent que si les deux images se font en des points correspondants des deux rétines. Si on vient à presser le globe de l'un des yeux avec le doigt, de façon à déranger sa direction, on voit aussitôt deux images de chaque objet; elles restent séparées lors même qu'on prolonge indéfiniment l'opération. Il n'en n'est pas de même quand on regarde une bougie et qu'on place devant l'un des yeux un prisme d'un petit angle. La déviation occasionnée par ce prisme dérange l'image correspondante, et on voit deux bougies; mais peu à peu elles se rapprochent et se confondent; la différence entre les deux cas vient de ce que dans la première expérience l'axe optique est mécaniquement dérangé d'une manière permanente, tandis que dans la seconde les muscles de l'œil dévié agissent pour amener les deux images sur les points correspondants des deux rétines. Quand cela est, il suffit d'enlever le prisme pour qu'on voie deux images; elles persistent jusqu'à ce que l'œil qui s'était déplacé ait repris sa situation normale.

5° Il y aurait donc, dans les deux rétines, des parties communes qui donneraient une même sensation. Wollaston a trouvé de ce fait une explication satisfaisante, fondée sur le fait suivant. Il arrive quelquefois que des douleurs très-vives au côté droit du cerveau paralysent momentanément la partie droite des deux rétines, et alors on ne voit plus que la moitié gauche des objets qu'on regarde : c'est l'hémiopsie, maladie souvent passagère, rarement grave, et précieuse à cause de son enseignement. Elle prouve que les deux moitiés droites ou gauches de chaque rétine correspondent à la droite ou à la gauche du cerveau.

On sait que les deux nerfs optiques partant des deux côtés du cerveau se réunissent et semblent se croiser avant d'aboutir aux deux yeux. Il est très-probable que chaque filet partant de la droite se sépare à l'entre-croisement des deux nerfs en deux éléments qui vont constituer la portion droite des deux rétines, et que les racines partant de la gauche du cerveau vont de leur côté, par des bifurcations analogues, former les rétines gauches. Cela est probable sans être démontré anatomiquement, et cela expliquerait comment il y a dans les deux

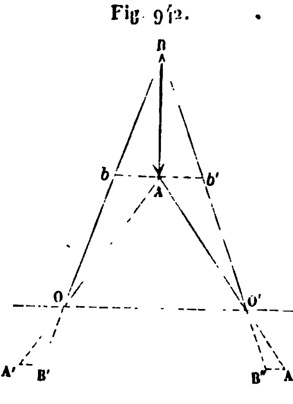
yeux des nerfs de même origine, produisant une même sensation quand ils reçoivent les mêmes parties des deux images.

6° Il faut donc que les yeux se disposent de façon à réaliser cette condition pour ne voir qu'une image d'un point; on dit alors qu'ils sont fixés, ou que leurs axes optiques sont dirigés sur ce point. Ces axes forment les deux côtés d'un triangle dont la base serait la distance des deux yeux, et leur angle diminue à mesure que la distance des objets que l'on regarde augmente; dès lors, c'est la grandeur de cet angle qui nous fait apprécier cette distance.

On sait, en effet, que les borgnes, qui n'ont point cet élément d'appréciation, jugent imparfaitement des distances, et pour s'en assurer il suffit de se placer dans le cas où ils sont, de fermer un œil, de s'approcher peu à peu d'un objet éloigné et de porter vivement la main dessus, de haut en bas. Cinq fois sur dix on le manquera, comme font les enfants.

7° Mais aussitôt que les objets s'éloignent jusqu'à une centaine de mètres, l'angle visuel devient nul et le jugement de la distance se fait avec moins de précision; ce sont d'autres éléments qui interviennent : d'abord la diminution du diamètre apparent des objets connus, ensuite la disparition des petits détails, et enfin, dans le lointain, l'espèce de brouillard constitué par l'air éclairé qui s'interpose entre les objets et l'observateur. Lorsque ce voile manque, comme cela arrive dans les montagnes, nous jugeons qu'elles sont plus rapprochées de nous; leur surface apparente ne nous étonne plus : les croyant près, nous les jugeons plus petites. Par une raison inverse, les brouillards nous font croire que tout est plus loin, et par suite que tout est plus gros.

Fig. 942.

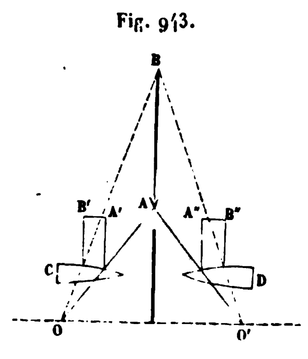


8° Quand les objets que l'on regarde ont un relief et ne sont pas très-éloignés, les vues qu'en ont les deux yeux O, O' (*fig.* 942) ne sont pas les mêmes. Considérons, par exemple, une flèche AB dirigée vers le milieu

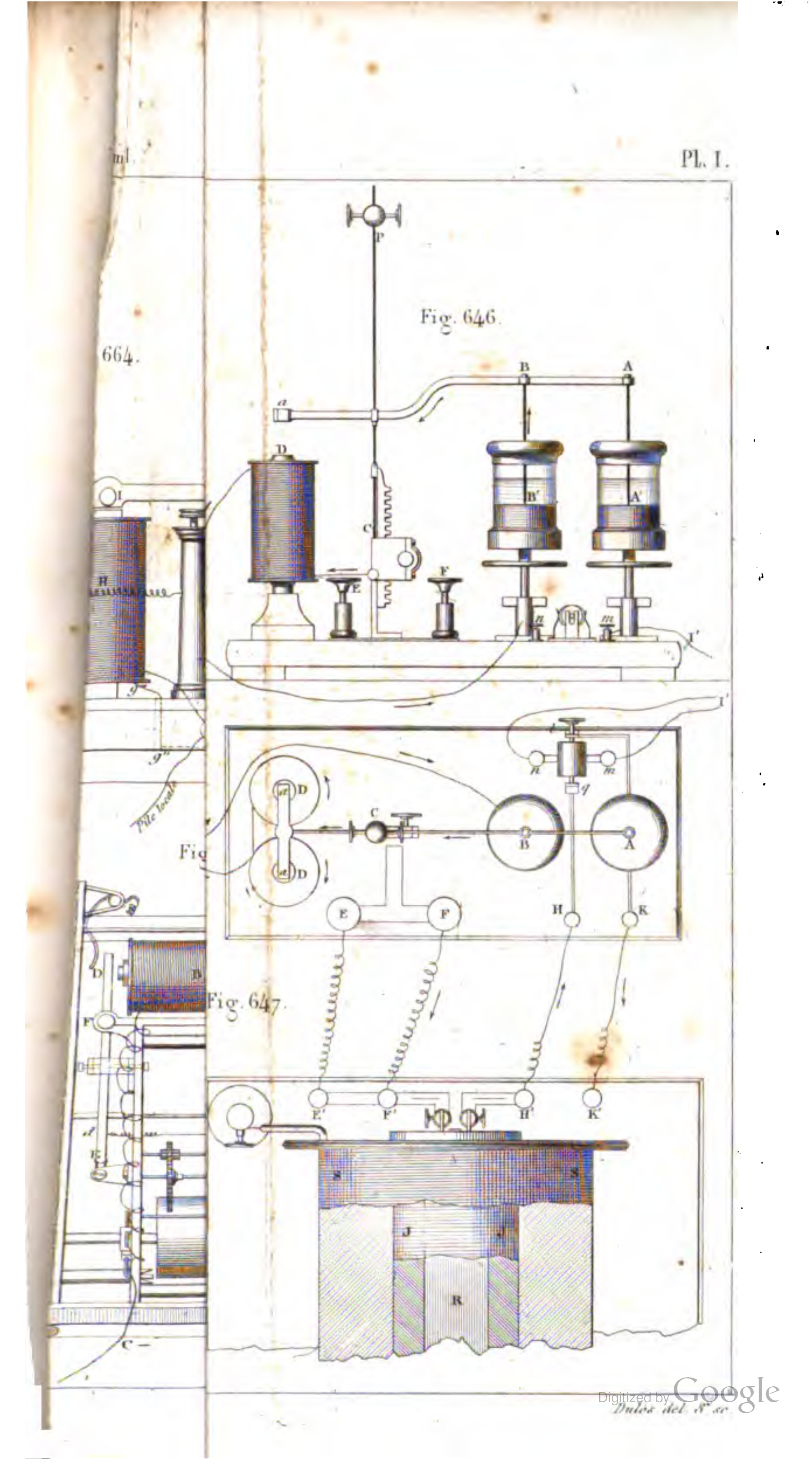
du front, l'œil gauche O la voit en AOB, tournant sa pointe à droite; pour O', elle est dans l'angle AO'B, dirigée vers la gauche. La superposition de ces deux sensations diverses nous montre la flèche dans sa situation réelle, et il est probable que cette superposition est nécessaire pour produire la sensation du relief.

C'est M. Wheatstone qui le premier a fait cette remarque et qui l'a justifiée par l'expérience. Prenons, dés points O et O' (*fig.* 942), deux images photographiques de AB : elles seront A'B' et A''B''. Plaçons-les sur un carton, en face des deux yeux (*fig.* 943), en les séparant par une cloison; puis regardons-les à travers deux prismes C et D, de manière à les dévier. Nous les verrons, la première avec l'œil gauche dans l'angle AOB, la deuxième de l'œil droit suivant AO'B, absolument comme nous voyons l'objet réel AB (*fig.* 942). Par conséquent nous devons avoir la même sensation. C'est en effet ce qui arrive dans le stéréoscope, et tout le monde sait jusqu'où va l'illusion que produit cet instrument. Si l'on changeait de place les images A'B', A''B'', la flèche changerait de sens; les saillies se verraient en creux et le stéréoscope deviendrait le pseudoscope.

Fig. 943.

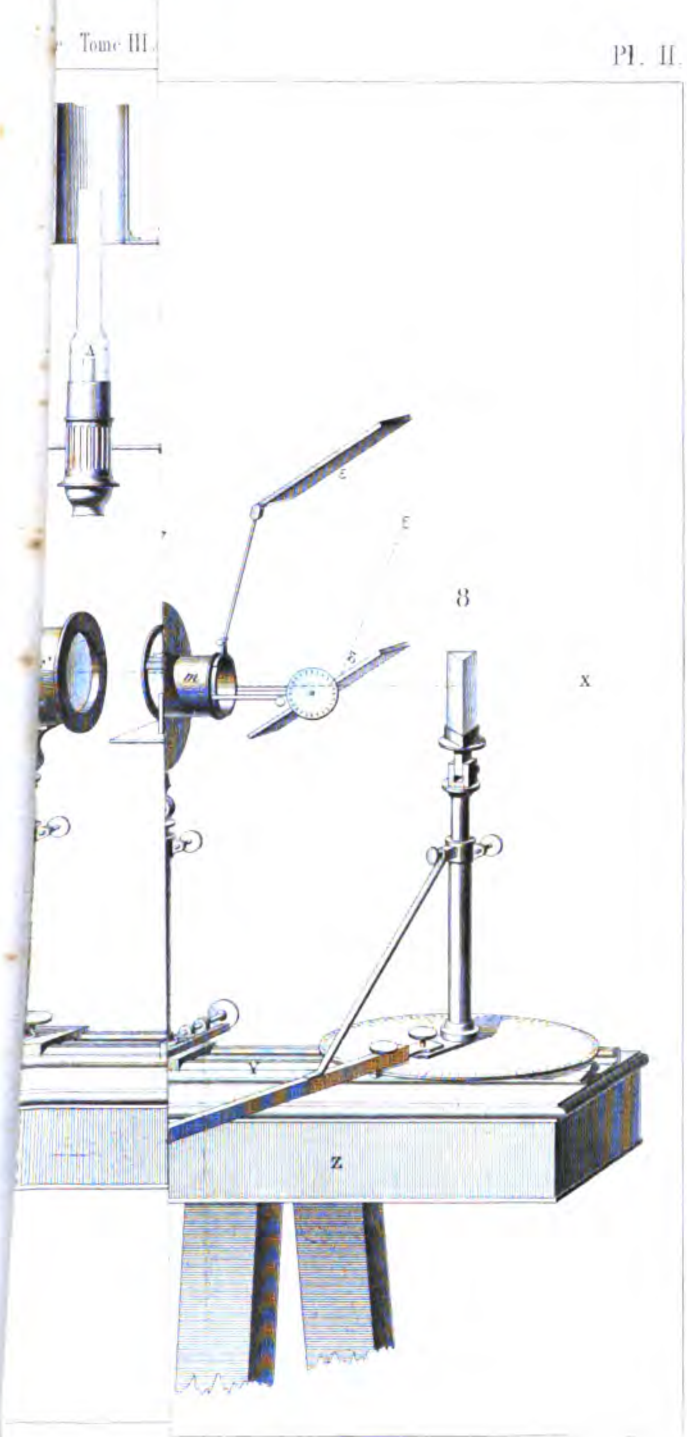


FIN DU TROISIÈME ET DERNIER VOLUME.


Fig. 646.
Fig. 647.
664.
Pile locale
Dulos del. & sc.

Tome III.

Pl. II.



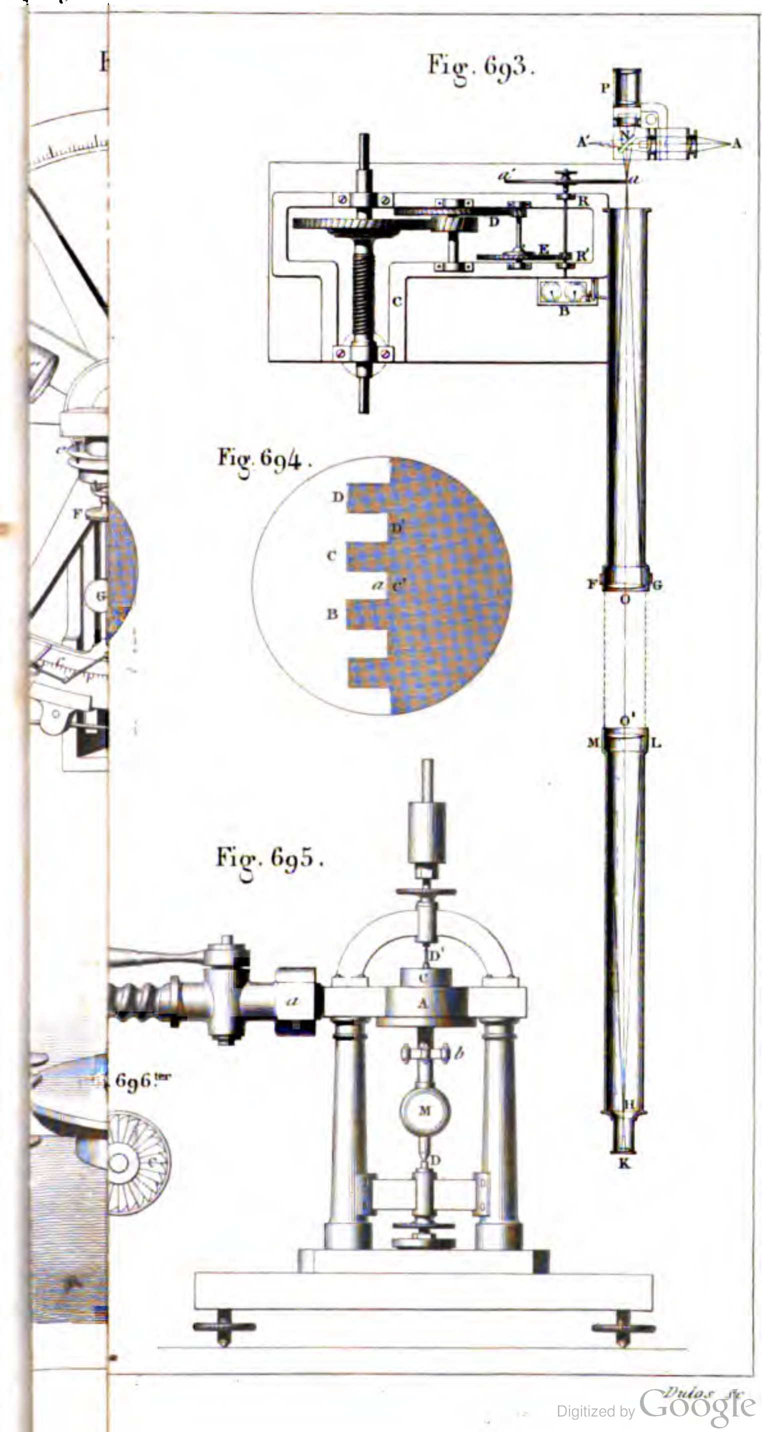
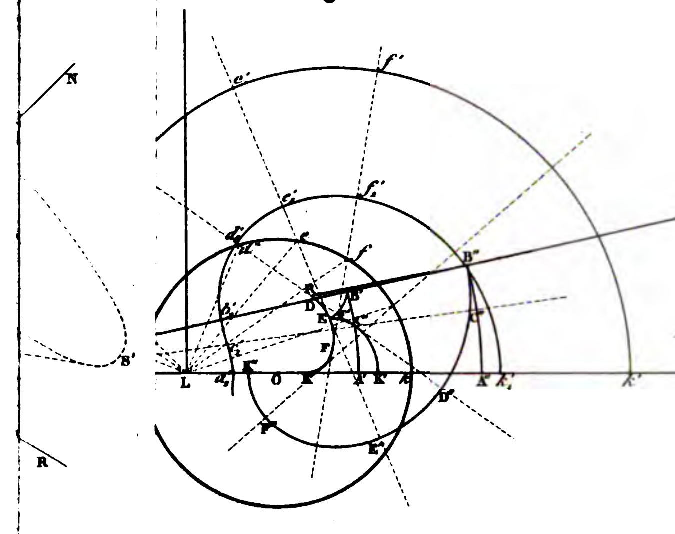

Fig. 693.
P
N
A'
A
a'
a
R
D
E
R'
C
B
F
G
O
O'
M
L
H
K
Fig. 694.
D
D'
C
a
C'
B
Fig. 695.
D'
C
A
a
b
M
D
696.ter
e
Dulos sc.

Fig. 722.



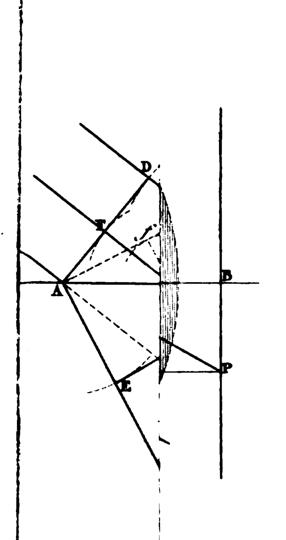
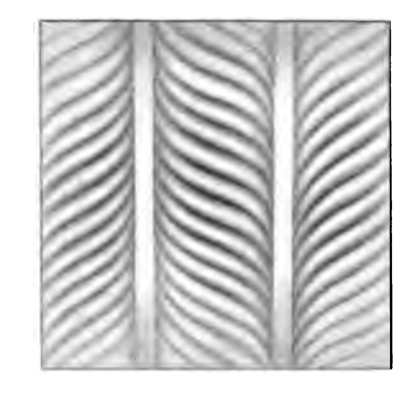


Fig. 725.

Fig. 829.



Fig. 782.



Dulos sc.

